
Réponse des réseaux de Bragg fibrés à la courbure

**Romain Guyard¹, Dominique Leduc¹, Yann Lecieux¹,
Cyril Lupi¹, Jérémy Potet¹, Julie Beaucé², Marc Douay²,
Laurent Lablonde³**

1. GeM, Université de Nantes, UMR CNRS 6183

2 rue de la houssinière

BP 92208 44322 Nantes Cedex 3, France

dominique.leduc@univ-nantes.fr

2. PhLAM, Université Lille 1, UMR CNRS 8523

Cité Scientifique, Bâtiment P5

59655 Villeneuve d'Ascq, France

3. Entreprise iXblue

Rue Paul Sabatier

22300 Lannion, France

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous montrons que la variation de longueur d'onde de Bragg induite par une courbure du réseau est liée à une compétition entre la variation d'indice effectif et la variation du coefficient de couplage des modes contra-propagatifs. Le facteur de pondération entre les deux est l'indice effectif moyen du réseau.

ABSTRACT. In this article we show that the Bragg wavelength variation induced by a curvature in the grating is related to a competition between the variation of the effective index and the variation of the coupling coefficient of counter-propagating modes. The weighting coefficient between the two variables is the mean effective index of the grating.

MOTS-CLÉS: Réseaux de Bragg fibrés, Courbure.

KEYWORDS: Fiber Bragg gratings, Bending.

DOI:10.3166/I2M.16.1-4.97-114 © 2017 Lavoisier

Cet article présente une modélisation complète de l'influence de la courbure sur les réseaux de Bragg fibrés et sa validation expérimentale. Cette modélisation est la première qui permette d'expliquer toutes les observations expérimentales faites à ce jour et les apparentes contradictions dans les mesures publiées. Elle révèle, en outre, un mode de réponse des réseaux qui avait été peu observé et mal compris.

Depuis leur découverte en 1978 (Hill *et al.*, 1978), les réseaux de Bragg fibrés ont été intensément étudiés (Erdogan, 1997). Les recherches se sont notamment portées sur l'étude de leur sensibilité à divers paramètres comme la déformation ou la température pour des applications en tant que capteurs (Kersey *et al.*, 1997). Leur sensibilité à la courbure est en revanche restée longtemps inexplorée. Ce n'est que très récemment que des expérimentations sur ce sujet ont été menées. Plusieurs études (Thompson *et al.*, 2010; Wade *et al.*, 2011; Thompson *et al.*, 2012; Zhang *et al.*, 2015) montrent une décroissance de la longueur d'onde de Bragg quand le rayon de courbure diminue. Pour certaines fibres de type SMF28, la décroissance s'accompagne toutefois d'une forte dispersion des mesures (figure 1a de (Wade *et al.*, 2011)). Dans une autre étude, Lim *et al.* (Lim *et al.*, 2013) observent que la longueur d'onde de Bragg peut également croître quand le rayon de courbure diminue.

Les auteurs utilisent différentes approches pour modéliser les résultats. Lim *et al.* (Lim *et al.*, 2013) introduisent un facteur de couplage relatif phénoménologique dont la valeur varie entre 0 et 1. Thompson *et al.* (Thompson *et al.*, 2012) s'appuient sur la Beam Propagation Method et le conformal mapping dans un guide ruban pour déterminer la variation de l'indice effectif induite par la courbure et en déduire la variation de la longueur d'onde de Bragg. Leur modèle prédit une augmentation systématique de la longueur d'onde de Bragg quand le rayon de courbure diminue. Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2015), quant à eux, assimilent le champ électrique du mode de cœur à un mode gaussien. Cette approximation leur permet de calculer analytiquement la déformation du mode induite par la courbure. Ils utilisent, en outre, un *conformal mapping* pour déterminer la variation transverse d'indice dans le réseau. Ils peuvent alors calculer le coefficient de couplage du mode déformé dans le réseau courbé et en déduire la variation de la longueur d'onde de Bragg induite par la courbure. Ce modèle prédit une diminution systématique de la longueur d'onde de Bragg quand le rayon de courbure diminue. On le voit, les deux modèles contiennent une part de vérité mais ne permettent pas de rendre compte de toutes les observations expérimentales.

Pour résoudre cette contradiction, nous présentons dans la première section une modélisation rigoureuse des effets de la courbure mettant en lumière les paramètres d'influence. La seconde section est consacrée à la validation expérimentale de cette modélisation à l'aide de réseaux spécialement conçus.

1. Modélisation des réseaux de Bragg courbés

Lorsqu'une fibre optique est courbée, il n'existe plus de solution analytique exacte pour le champ électrique du mode qui s'y propage. Il est alors nécessaire d'avoir recours à la simulation. La courbure brisant la symétrie, cette simulation doit se faire

en 3 dimensions sur au moins une soixantaine de micromètres suivant les 2 dimensions transverses et sur typiquement un centimètre dans la direction longitudinale. De plus, le pas de discrétisation doit être au maximum d'un cinquième de la longueur d'onde. Ces deux contraintes impliquent un nombre d'éléments à utiliser dans la simulation tel qu'elle est impossible à réaliser dans un temps raisonnable sur la plupart des machines actuelles. Il est donc nécessaire de trouver des méthodes alternatives permettant de réduire la complexité du problème.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour l'étude des fibres courbées : méthode perturbative (Garth, 1988), conformal mapping (Heiblum, Harris, 1975 ; Wassmann, 1999), méthode tensorielle (Shyroki, 2008) et simulation axisymétrique (Kakihara *et al.*, 2006). La simulation axisymétrique est la seule qui ne suppose aucune restriction sur le rayon de courbure et c'est aussi la seule qui permet d'inclure les effets photoélastiques induits par la courbure. C'est donc naturellement cette méthode que nous avons choisie pour déterminer les modes propres. Elle n'est cependant pas suffisante pour les réseaux de Bragg, il a fallu lui adjoindre des résultats issus du conformal mapping. Ces deux méthodes font l'objet des sections qui suivent.

1.1. Modélisation de la fibre courbée dans un repère axisymétrique

Cette approche consiste à considérer la fibre courbée comme un tore (voir figure 1). La courbure de la fibre étant supposée régulière, l'étude des modes guidés peut

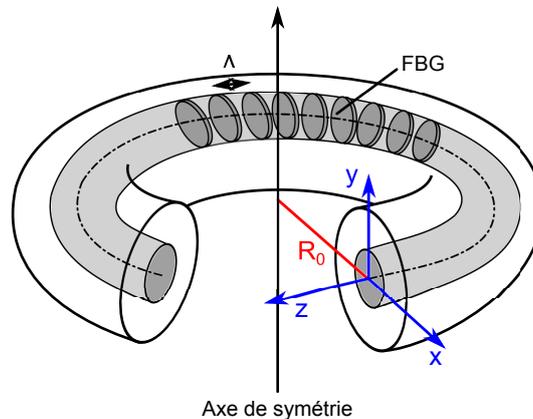


Figure 1. Fibre courbée vue comme un tore

être réalisée dans une section quelconque du tore : les équations de propagation sont définies dans un repère axisymétrique et elles sont résolues par une analyse modale (Kakihara *et al.*, 2006). Les informations relatives à la courbure sont directement stockées dans le système de coordonnées utilisé. Cette méthode ne requiert aucune hypothèse sur la fibre courbée hormis le fait que sa courbure doit être régulière.

Elle présente, en outre, l'avantage de pouvoir prendre en compte les contraintes mécaniques induites par la courbure. En effet, lorsque la fibre est courbée, elle se comprime sur sa partie à l'intérieur de la courbure et s'étire sur sa partie à l'extérieur. Pour exprimer l'état de contrainte dans la fibre, on l'assimile à une poutre de section circulaire, initialement droite qui se déforme en flexion. La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli donne l'expression du champ de contrainte dans la fibre optique (Timoshenko, Goodier, 1969) :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x}{R_0} E \end{pmatrix} \quad (1)$$

où R_0 est le rayon de courbure, E le module de Young de la fibre et x la variable spatiale transverse dans le plan de courbure. La présence de contraintes induit des modifications des indices de réfraction du cœur et de la gaine par effet photoélastique (Gafsi, El-Sherif, 2000):

$$n_i^{\text{bend}} = n_i I_d + \begin{pmatrix} \Delta n_i^t & 0 & 0 \\ 0 & \Delta n_i^t & 0 \\ 0 & 0 & \Delta n_i^z \end{pmatrix} \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

où n_1 est l'indice de réfraction du cœur, n_2 l'indice de la gaine en absence de contrainte, I_d la matrice identité et :

$$\begin{cases} \Delta n_i^t & = -\frac{n_i^3 x}{2 R_0} [p_{12} - \nu (p_{11} + p_{12})] \\ \Delta n_i^z & = -\frac{n_i^3 x}{2 R_0} [p_{11} - 2\nu p_{12}] \end{cases} \quad (3)$$

p_{11} et p_{12} étant les composantes du tenseur de photoélasticité et ν le coefficient de Poisson de la fibre.

Dans une fibre courbée, les modes guidés suivent la trajectoire curviligne imposée par le guide d'onde. Les champs électromagnétiques des modes guidés se déforment du fait de la dissymétrie de la fibre (Garth, 1987 ; Marcuse, 1976). Pour les modes de cœur, ces déformations se traduisent par un décalage transverse du profil d'intensité. En conséquence, l'indice effectif des modes change, il augmente si le profil d'intensité se décale vers l'extérieur de la courbure et il diminue dans le cas contraire comme cela est illustré sur la figure 2. Cette dernière présente des résultats de simulations axisymétriques. Les paramètres des simulations sont répertoriés dans le tableau 1.

1.2. Conformal Mapping

La simulation axisymétrique suppose une symétrie de translation suivant la direction longitudinale. Cette symétrie étant brisée dans un réseau de Bragg, on utilise une méthode alternative, le conformal mapping, pour estimer les effets de la courbure dans ces structures. Le conformal mapping consiste à réaliser une transformation de coordonnées afin de changer une fibre courbée en une fibre droite de propriétés

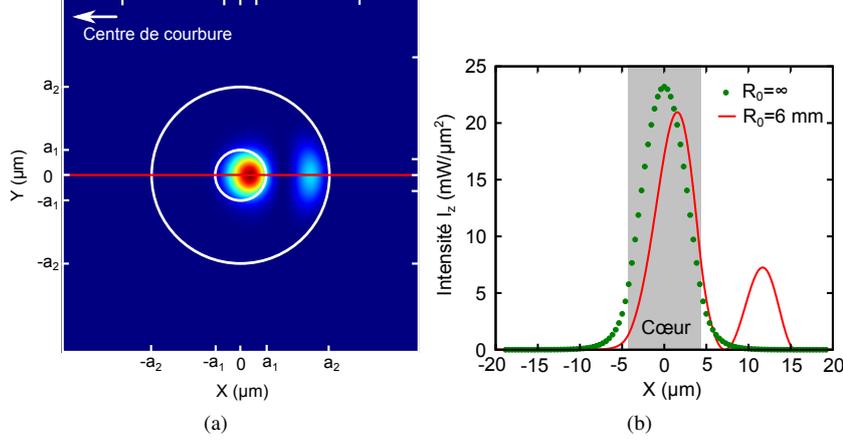


Figure 2. Effet de la courbure sur la distribution spatiale du mode de cœur fondamental

Tableau 1. Paramètres des simulations

Rayon du cœur	4,2 μm	
Indice du cœur	1,0036 n_2	
Indice de la gaine	$n_2^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=0}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}$	
$A_1 = 0,696750$	$A_2 = 0,408218$	$A_3 = 0,890815$
$\lambda_1 = 0,069066 \mu\text{m}$	$\lambda_2 = 0,115662 \mu\text{m}$	$\lambda_3 = 9,900559 \mu\text{m}$
p_{11}	0,113	
p_{12}	0,252	
Coefficient de Poisson ν	0,17	
Longueur d'onde de Bragg au repos	1,551 μm	
Dimensions de la zone simulée	40 $\mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$	

optiques équivalentes (Heiblum, Harris, 1975 ; Wassmann, 1999). Le principe du conformal mapping est illustré sur la figure 3. Initialement, la fibre courbée est repérée dans un espace de coordonnées cartésiennes (x, y, z) . Une transformation conforme est appliquée à cet espace afin de le transformer en un nouvel espace de coordonnées (u, v, z) . Cette transformation entraîne un changement de la géométrie de la fibre. En choisissant soigneusement la transformation $f(Z)$ entre les deux espaces, il est possible d'obtenir une fibre droite équivalente dont les propriétés optiques sont équivalentes aux propriétés de la fibre courbée initiale. Dans le cas présent, la transformation adéquate est la suivante :

$$f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y) = R_0 \ln \left(\frac{r}{R_0} \right) + iR_0 \theta \quad (4)$$

$f(Z)$ est une fonction holomorphe dérivable, au sens complexe, en tout point $Z = x + iy$.

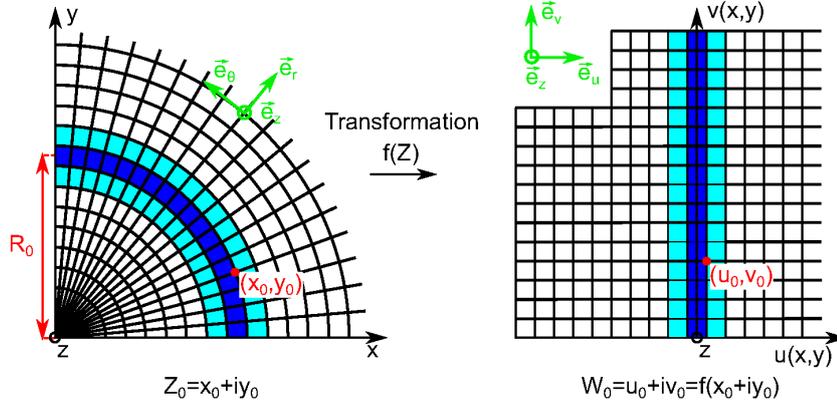


Figure 3. Principe du conformal mapping

Le nouveau système de coordonnées (u, v, z) est relié à l'ancien système de coordonnées (x, y, z) par :

$$\begin{cases} u(x, y) &= R_0 \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R_0} \right) \\ v(x, y) &= R_0 \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) \\ z &= z \end{cases} \quad (5)$$

Dans les limites de guidage faible, les modes linéairement polarisés obéissent à l'équation d'onde scalaire :

$$\Delta E_k + k_0^2 n^2 E_k = 0 \quad (6)$$

où E_k est une des composantes transverses du champ électrique du mode guidé et k_0 le nombre d'onde angulaire. Nous supposons que les modes sont polarisés suivant la direction \vec{e}_z et que la courbure est uniforme avec un rayon R_0 . À l'aide de la transformation (4), l'opérateur Laplacien s'exprime dans le nouveau système de coordonnées (u, v, z) comme :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + e^{\frac{2u}{R_0}} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(u, z) \right] \right\} E_z = 0 \quad (7)$$

Dans le système de coordonnées (x, y, z) , les modes se propagent dans la fibre courbée suivant la direction \vec{e}_θ (voir figure 3). Après transformation, les modes se propagent suivant la direction \vec{e}_v . L'équation d'onde scalaire (7) s'écrit alors :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + e^{\frac{2u}{R_0}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(u, z) e^{\frac{2u}{R_0}} - \beta^2 \right\} E_z = 0 \quad (8)$$

où β est la constante de propagation suivant \vec{e}_v .

Le rayon du cœur d'une fibre optique est très petit devant le rayon de courbure, si bien que :

$$e^{\frac{2u}{R_0}} \simeq 1 + \frac{2u}{R_0} \quad (9)$$

L'équation (7) peut alors s'écrire :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \left(1 + \frac{2u}{R_0}\right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \left(1 + \frac{2u}{R_0}\right) - \beta^2 \right\} E_z = 0 \quad (10)$$

En supposant maintenant que le champ électrique varie peu spatialement pour une distance de propagation équivalente à une longueur d'onde (i.e. $\left| \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 E_z}{\partial v^2} \right| \simeq |k_0^2 n^2 E_z|$), nous pouvons négliger $\frac{2u}{R_0} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}$ devant $\frac{2u}{R_0} k_0^2 n^2 E_z$:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \left(1 + \frac{2u}{R_0}\right) - \beta^2 \right\} E_z = 0 \quad (11)$$

L'équation (11) est équivalente à l'équation de propagation des modes dans une fibre droite de profil d'indice :

$$n_{eq} = n \left(1 + \frac{u}{R_0}\right) \quad (12)$$

La fibre courbée est donc équivalente à une fibre droite dont le profil d'indice est modifié. À titre d'illustration, nous présentons sur la figure 4, deux profils d'indice équivalents correspondant à deux courbures différentes, ainsi que les profils de modes associés.

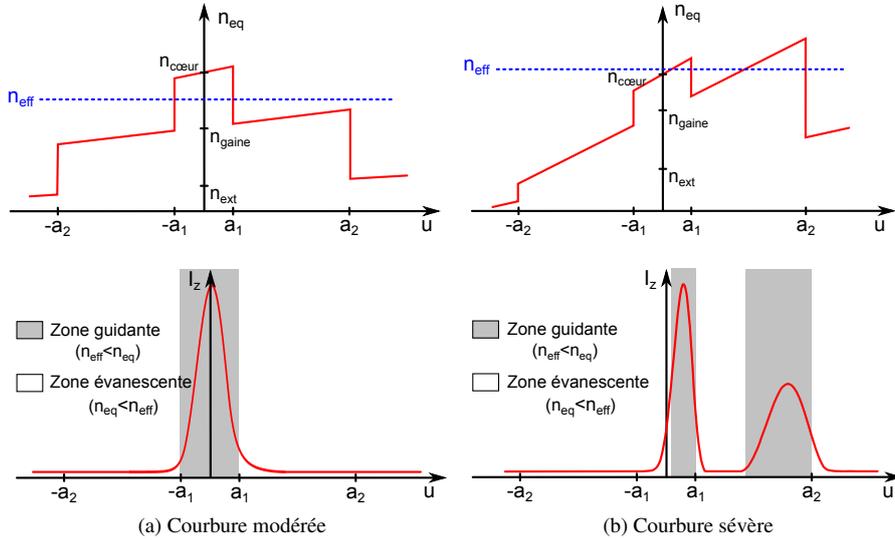


Figure 4. Conséquences des courbures sur les modes guidés

La relation (12) traduit les modifications géométriques. Pour tenir compte des variations d'indice induites par l'effet photoélastique, il est nécessaire d'apporter une correction supplémentaire. À partir des équations (3) et (12) et en ne considérant que les variations d'indices dans le plan transverse, on montre que l'indice de réfraction équivalent est donné par :

$$n_{\text{eq}} = n \left[1 - \frac{n^2 u}{2R_0} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right] \left(1 + \frac{u}{R_0} \right) \quad (13)$$

où u est la variable transverse dans le plan de courbure. En posant $\mathcal{P} = p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})$ l'équation (13) devient :

$$n_{\text{eq}} = n \left[1 + \frac{u}{R_0} \left(1 - \frac{n^2}{2} \mathcal{P} - \frac{n^2 u}{2R_0} \mathcal{P} \right) \right] \quad (14)$$

en négligeant alors les termes quadratiques, on obtient :

$$n_{\text{eq}} = n \left(1 + \frac{u}{R_{\text{eff}}} \right) \quad (15)$$

où :

$$R_{\text{eff}} = \frac{R_0}{1 - \frac{n^2}{2} \mathcal{P}} \quad (16)$$

Pour $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, $p_{11} = 0,113$, $p_{12} = 0,152$ et $\nu = 0,17$, nous obtenons un rayon effectif $R_{\text{eff}} = 1,24R_0$.

La relation (15) peut être directement utilisée pour déterminer la variation d'indice longitudinale d'un réseau de Bragg courbé :

$$n_{\text{réseau}}^{\text{eq}}(v) = n_{\text{réseau}}(v) \left(1 + \frac{u}{R_{\text{eff}}} \right) \quad (17)$$

avec :

$$n_{\text{réseau}}(v) = n_1 + n_1 \delta \bar{n}_1 \left[1 + m \cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda} v \right) \right] \quad (18)$$

où $\delta \bar{n}_1$ est l'indice effectif moyen du réseau, m le facteur de visibilité des franges et Λ le pas du réseau.

Comme on peut le voir dans (17), le réseau équivalent garde un pas constant et ses franges sont parallèles à l'axe optique de la fibre. Pour ces raisons, le fonctionnement du réseau courbé est modélisable par la théorie des modes couplés standard. Toutefois, certaines précautions doivent être prises. En effet, la courbure du réseau conduit à l'apparition d'une biréfringence linéaire. La polarisation des modes devient linéaire et la moitié des modes s'orientent suivant une direction contenue dans le plan de courbure et l'autre moitié suivant une direction orthogonale au plan de courbure. Dans ces conditions, seuls les modes dont les directions de polarisation sont identiques sont capables de se coupler à travers le réseau. La théorie des modes couplés doit, par conséquent, être appliquée séparément pour ces deux directions de polarisation.

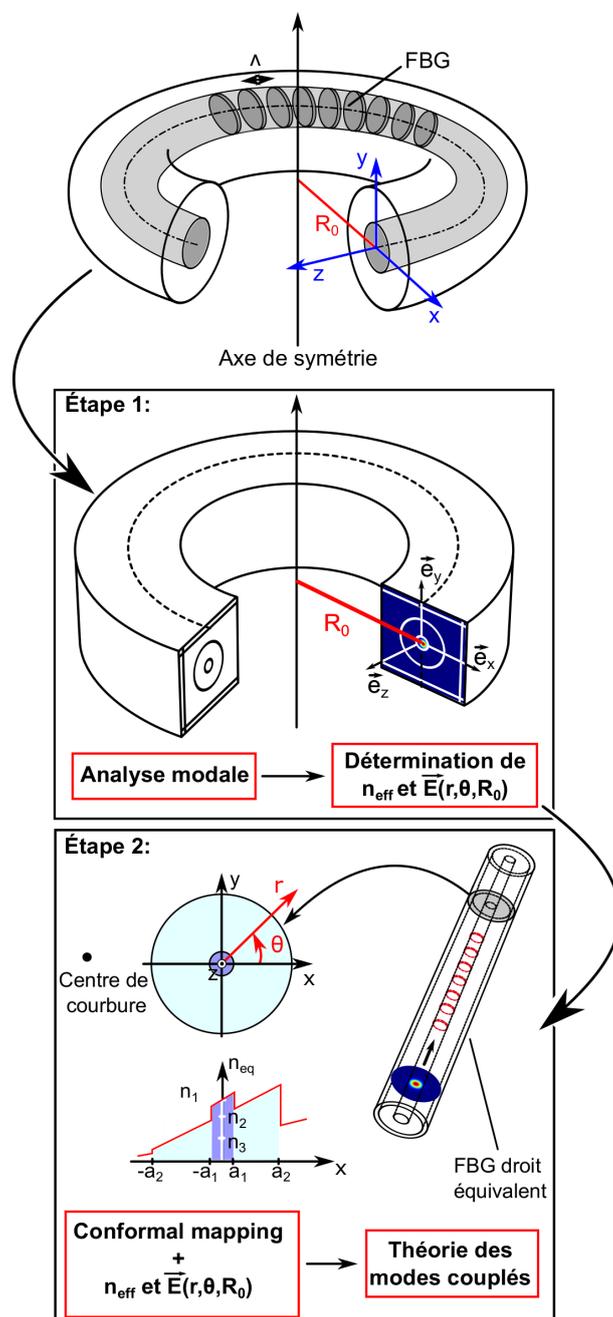


Figure 5. Description schématique de la méthode

1.3. Sensibilité des réseaux de Bragg à la courbure

La sensibilité des réseaux de Bragg à la courbure est finalement calculée en s'appuyant sur les méthodes décrites dans les sections précédentes et en découplant le problème comme cela est schématisé sur la figure 5. On cherche, dans un premier temps, à déterminer les caractéristiques du mode qui se propage dans la fibre courbée en utilisant une modélisation axisymétrique. Le calcul est fait dans un repère axisymétrique comme celui qui est représenté sur la figure 5. Le centre de la fibre se trouve à une distance R_0 du centre du repère, R_0 étant le rayon de courbure. La zone carrée sur la figure 5 correspond à l'espace de simulation. Le calcul est effectué à l'aide du logiciel Comsol utilisant la méthode des éléments finis et tient compte des variations d'indice transverses liées à l'effet photoélastique.

À l'issue de la simulation axisymétrique, on obtient l'indice effectif $n_{\text{eff}}(R_0)$ du mode qui se propage dans la fibre courbée et la répartition transverse de son champ électrique $\vec{E}(r, \theta, R_0)$.

Pour prendre en compte les effets de la courbure sur le réseau lui-même, on utilise un conformal mapping qui donne le réseau droit équivalent au réseau courbé, selon la relation (17), dans laquelle $u = r \cos \theta$. En combinant les deux approches, on en vient donc à considérer un réseau droit d'indice : $n_{\text{réseau}}^{\text{eq}}(r, \theta, z, R_0)$, dont le mode de cœur a pour champ électrique : $\vec{E}(r, \theta, R_0)$. Ce système est formellement identique à un réseau classique, on peut donc lui appliquer la théorie des modes couplés standard. Cela implique en particulier que la longueur d'onde de résonance est donnée par (Erdogan, 1997) :

$$\lambda_B = 2 \left[n_{\text{eff}}(R_0) + \frac{\lambda_B}{2\pi} \delta \bar{n}_1 \kappa(R_0) \right] \Lambda \quad (19)$$

où $\kappa(R_0)$ est le coefficient de couplage entre les modes contra-propagatifs :

$$\kappa(R_0) = \frac{n_1^2 \epsilon_0 \omega}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{a_1} \left(1 + \frac{r \cos \theta}{1, 24 R_0} \right)^2 \left| \vec{E}(r, \theta, R_0) \right|^2 r dr \quad (20)$$

a_1 étant le rayon du cœur de la fibre, ϵ_0 la permittivité du vide et ω la fréquence angulaire de l'onde.

Lorsque le réseau est courbé, le mode de cœur se déforme. Son indice effectif évolue ainsi que le coefficient de couplage entre modes contra-propagatifs. En toute rigueur, pour calculer la variation de longueur d'onde de Bragg associée, il faut résoudre en λ_B l'équation :

$$\lambda_B \left[1 - \Lambda \frac{\delta \bar{n}_1 \kappa(R_0)}{2\pi} \right] - 2n_{\text{eff}}(R_0) \Lambda = 0 \quad (21)$$

sachant que $n_{\text{eff}}(R_0)$ dépend de façon non triviale de λ_B . En pratique, les variations de λ_B avec R_0 sont très faibles comparées à celles de κ et de n_{eff} . On peut alors con-

sidérer λ_B comme constante dans le membre de droite de l'équation (19) et assimiler la variation de la longueur d'onde de résonance à :

$$\Delta\lambda_B = 2\Lambda \left(\Delta n_{\text{eff}} + \frac{\lambda_B}{2\pi} \delta\bar{n}_1 \Delta\kappa \right) \quad (22)$$

où $\Delta n_{\text{eff}} = n_{\text{eff}}(R_0) - n_{\text{eff}}(R_0 = \infty)$ et $\Delta\kappa = \kappa(R_0) - \kappa(R_0 = \infty)$.

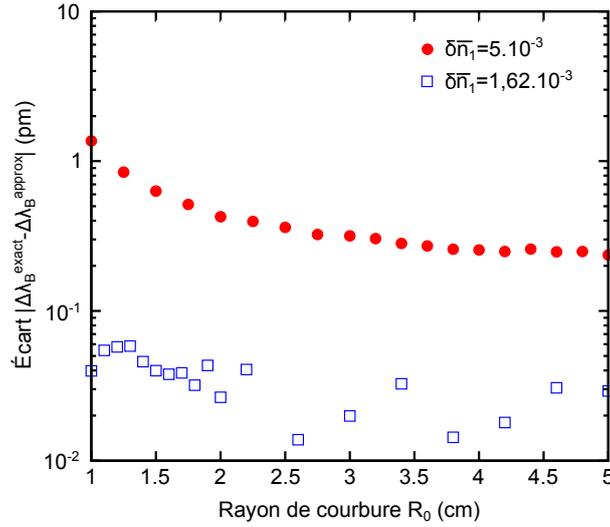


Figure 6. Différence des longueurs d'onde de Bragg calculées par la méthode rigoureuse et la méthode approchée

Pour évaluer la pertinence de cette approximation, nous avons calculé la variation de la longueur d'onde de résonance de façon rigoureuse, en résolvant l'équation (21) par dichotomie et de façon approchée à l'aide de la relation (22). Les courbes de la figure 6 montrent les résultats de ces calculs pour $\delta\bar{n}_1 = 1,62 \times 10^{-3}$ et $\delta\bar{n}_1 = 5 \times 10^{-3}$ qui est le cas le plus défavorable. L'écart entre les deux méthodes est toujours inférieur à 1 pm, qui est la limite de résolution des meilleurs appareils de mesure actuels. On peut donc dire que l'approximation est justifiée.

La forme de la relation (22) a le mérite de bien mettre en lumière l'origine de la variation de λ_B avec la courbure. Elle met en évidence l'existence de deux contributions : la variation de l'indice effectif et la variation du coefficient de couplage. Or, comme le montre la figure 7, ces deux variations se font en sens opposés. Il y a donc, en fait, une compétition entre les deux phénomènes. Le facteur de pondération entre les deux est le terme $\frac{\lambda_B}{2\pi} \delta\bar{n}_1$. La longueur d'onde de Bragg étant ajustable à volonté à l'aide de Λ , on peut dire que c'est *in fine* l'indice effectif moyen $\delta\bar{n}_1$ qui conditionne la croissance ou la décroissance de la longueur d'onde de résonance avec le rayon de courbure. Cela est illustré sur la figure 8 qui montre la variation de λ_B pour différents réseaux inscrits dans des fibres de type SMF28 ($a_1 = 4,2 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,0036$ n_2) et

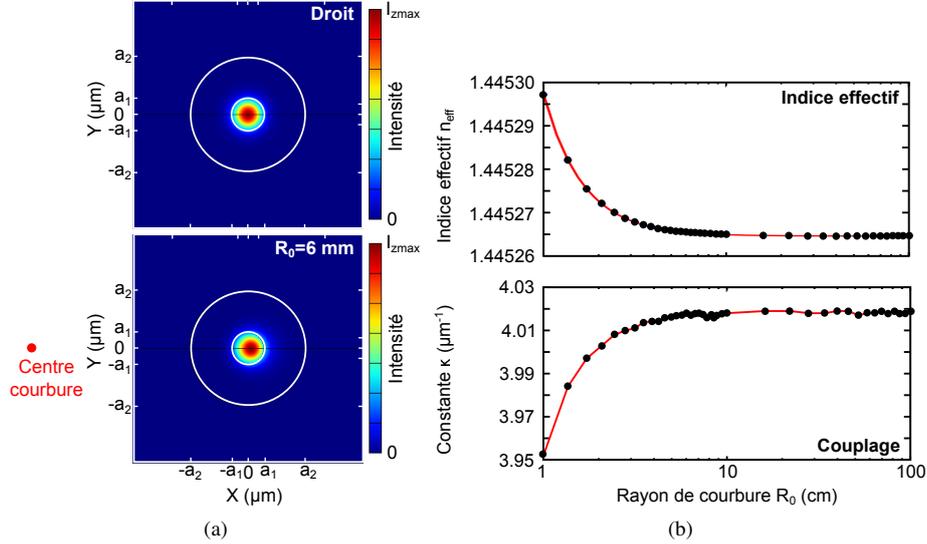


Figure 7. Variations de l'indice effectif et du coefficient de couplage en fonction de la courbure

ayant la même longueur d'onde de résonance au repos ($\lambda_B = 1,551 \mu\text{m}$) mais des indices effectifs moyens différents. Pour $\delta\bar{n}_1 = 5 \times 10^{-4}$ la longueur d'onde de Bragg augmente quand R_0 diminue comme dans (Lim *et al.*, 2013), pour $\delta\bar{n}_1 = 5 \times 10^{-3}$ elle diminue comme dans (Thompson *et al.*, 2012 ; Zhang *et al.*, 2015) et elle reste quasiment constante pour la valeur critique $\delta\bar{n}_1 = 1,62 \times 10^{-3}$. En outre, on remarque que l'espace délimité par les courbes $\delta\bar{n}_1 = 5 \times 10^{-4}$ et $\delta\bar{n}_1 = 5 \times 10^{-3}$ ressemble de façon frappante à la zone grisée de la figure 1a de la référence (Wade *et al.*, 2011) qui correspond à la dispersion des mesures pour une SMF28. On peut émettre l'hypothèse que les réseaux testés, dans cette expérience, différaient par leur indice effectif moyen, certains étant en dessous de la valeur critique et d'autre au dessus. Cela expliquerait que pour certains d'entre eux, la longueur d'onde de Bragg diminuait avec la courbure tandis qu'elle augmentait pour les autres.

2. Validation expérimentale

2.1. Description des réseaux

Pour les tests expérimentaux, nous avons disposé de 2 séries de réseaux de Bragg : 4 réseaux fabriqués par iXblue et 6 réseaux fabriqués par le PhLAM. À l'intérieur de chaque série, les réseaux différaient essentiellement par leur indice effectif moyen. Tous les réseaux avaient une amplitude de modulation de 1×10^{-4} . Les réseaux iXblue avaient un pas de modulation de 540 nm et une longueur de 1,2 cm. Les réseaux du PhLAM avaient un pas de modulation de 535 nm et une longueur de 1 cm. Dans

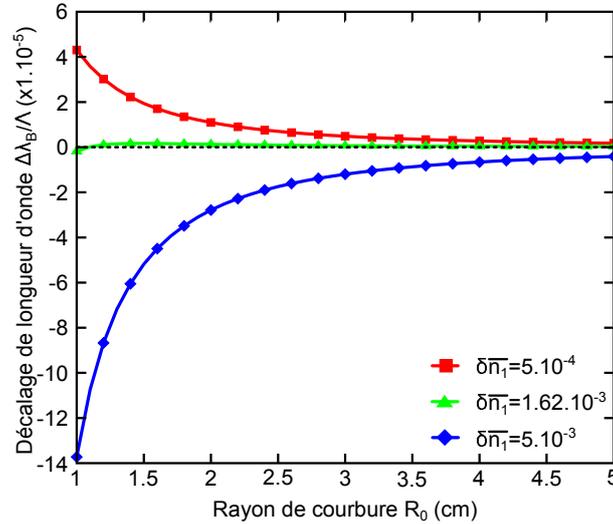


Figure 8. Variation de la longueur d'onde de Bragg en fonction de la courbure pour différents indices effectifs moyens

chaque série, la moitié des réseaux possédaient un indice effectif moyen faible et l'autre moitié un indice effectif moyen élevé. Les valeurs exactes sont compilées dans les tableaux 2 et 3 avec les longueurs d'onde de Bragg correspondantes aux réseaux droits. Les quantités Δn_{AC} , L et T sont respectivement l'amplitude de modulation du réseau, la longueur du réseau et la température à laquelle sont mesurées les longueurs d'onde de Bragg.

Tableau 2. Caractéristiques des réseaux de Bragg de iXblue

Paramètres communs		
Λ	540 nm	
Δn_{AC}	1×10^{-4}	
L	1, 2 cm	
FBG	δn_1	λ_B (nm) ($T = 20^\circ C$)
iXb1	$1, 1 \times 10^{-4}$	1562, 566
iXb2	$1, 1 \times 10^{-4}$	1562, 570
iXb3	$1, 7 \times 10^{-3}$	1564, 407
iXb4	$1, 9 \times 10^{-3}$	1564, 588

2.2. Protocole expérimental

Tous les réseaux sont inscrits dans des fibres optiques Corning-SMF28. Les réseaux provenant de iXblue ont été recouverts d'un revêtement polymère après inscription,

Tableau 3. Caractéristiques des réseaux de Bragg du PhLAM

	Paramètres communs	
Λ	535 nm	
Δn_{AC}	1×10^{-4}	
L	1 cm	
FBG	$\delta \bar{n}_1$	λ_B (nm) ($T = 20^\circ C$)
PhL1	$0,7 \times 10^{-4}$	1548,499
PhL2	$0,7 \times 10^{-4}$	1548,505
PhL3	$0,7 \times 10^{-4}$	1548,508
PhL4	$1,4 \times 10^{-3}$	1550,977
PhL5	$1,4 \times 10^{-3}$	1551,327
PhL6	$1,4 \times 10^{-3}$	1551,354

tandis que les réseaux du PhLAM ont été laissés nus. Cette différence de revêtement induit une différence de maniabilité, les réseaux à nu étant plus délicats à manipuler. Cela nous a amené à procéder à des expériences différentes pour les 2 types de réseaux.

Pour courber les réseaux de Bragg de iXblue de façon précise et répétable, nous avons utilisé un gabarit. Il s'agit d'une pièce métallique rectangulaire sur laquelle sont gravées 10 rainures en arc de cercle dont le rayon est compris entre 0,75 cm et 3 cm avec une tolérance de $100 \mu\text{m}$ (voir figure 9). La différence de rayons de courbure entre deux rainures consécutives est de 0,25 cm. Les réseaux étaient insérés précautionneusement dans les rainures et leurs extrémités étaient laissées libres de façon à n'imprimer aucune traction parasite. Un réseau de Bragg supplémentaire a été placé sur la surface de la pièce métallique en configuration droite pour mesurer la température. Le but étant de corriger *a posteriori* les effets induits par une variation de température sur les décalages de longueurs d'onde mesurés.

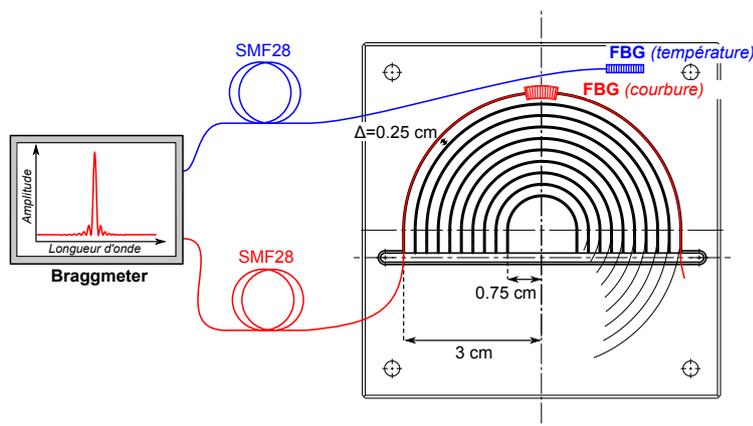


Figure 9. Montage expérimental

Afin de disposer d'un nombre significatif de mesures, nous avons effectué 10 séries de 10 mesures de longueur d'onde de Bragg en fonction du rayon de courbure pour chaque réseau. Nous avons pu ainsi évaluer la dispersion des mesures et la répétabilité de la procédure.

Pour courber les réseaux du PhLAM, nous les avons bouclés sur un plan de travail horizontal recouvert de papier millimétré. Un appareil photographique a été placé à la verticale de la fibre. Le rayon de courbure du réseau était modifié en tirant sur les extrémités de la boucle. À chaque modification du rayon de courbure, une photographie était prise et une mesure de la longueur d'onde de Bragg réalisée. Deux séries de huit mesures, pour tous les réseaux de Bragg, ont été effectuées avec des rayons de courbure compris entre 1 cm et 3 cm. La valeur exacte des rayons de courbure a été obtenue par un post-traitement numérique des photographies avec une précision de $\pm 0,1$ cm.

2.3. Résultats

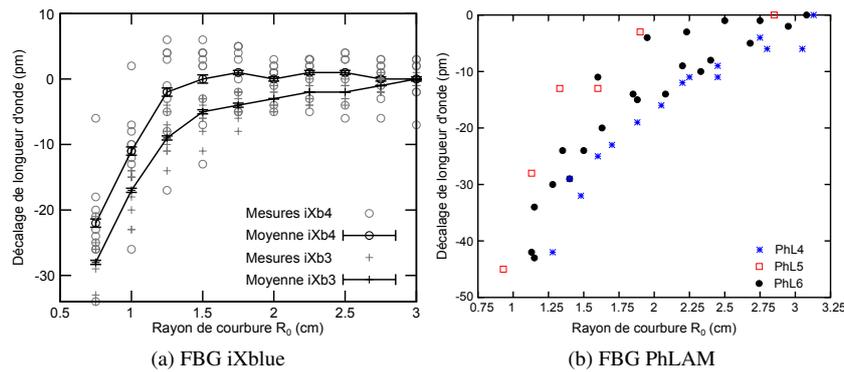


Figure 10. Sensibilité à la courbure des réseaux de Bragg avec un fort indice effectif moyen

Les graphiques de la figure 10 montrent les décalages de longueurs d'onde de Bragg mesurés en fonction du rayon de courbure pour des réseaux avec un fort indice effectif moyen (*i.e.* $\delta\bar{n}_1 > 1 \times 10^{-3}$). Les points sont les mesures réalisées, les courbes en trait continu sont les valeurs moyennes des mesures et les barres d'erreur correspondent aux écarts types sur la valeur moyenne. La dispersion des mesures est très variable d'un FBG à l'autre. Elle résulte d'une variation de l'indice effectif moyen $\delta\bar{n}_1$ dans la section de la fibre. L'écart type sur la valeur moyenne n'excède pas 2 pm dans la gamme de rayons de courbure testés. Le décalage maximal de la longueur d'onde de Bragg est relevé au plus petit rayon de courbure. Il est estimé à environ 25 pm pour les FBG de iXblue et à 50 pm pour les FBG du PhLAM. On peut donc conclure que la longueur d'onde de Bragg diminue significativement avec le rayon de courbure pour ces réseaux. Cela est en parfait accord avec le modèle théorique et

confirme que pour les réseaux de Bragg de fort indice effectif moyen, le décalage de λ_B est essentiellement dicté par la variation du coefficient de couplage κ .

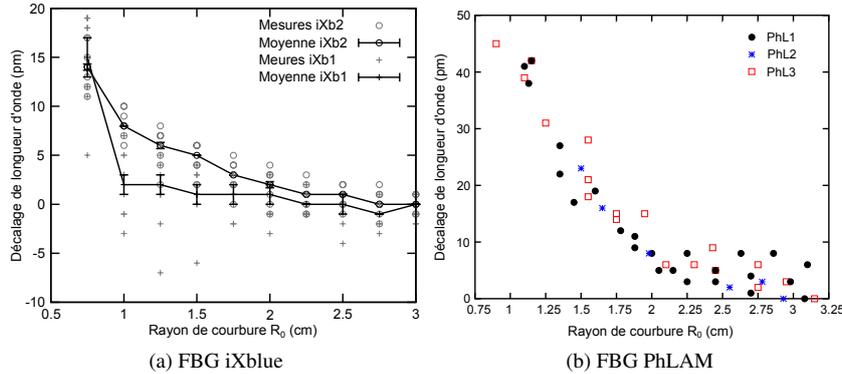


Figure 11. Sensibilité à la courbure des réseaux de Bragg avec un faible indice effectif moyen

Les graphiques de la figure 11 montrent les décalages de longueurs d'onde de Bragg mesurés en fonction du rayon de courbure pour des réseaux avec un faible indice effectif moyen (*i.e.* $\delta\bar{n}_1 \simeq 1 \times 10^{-4}$). Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites concernant la dispersion des mesures et leur incertitude. On peut donc conclure que pour ces réseaux, la longueur d'onde de Bragg augmente significativement quand le rayon de courbure diminue. Il s'agit d'un comportement atypique qui n'avait pas été explicitement remarqué jusqu'à présent dans la littérature. Ce résultat valide complètement la modélisation proposée et montre que pour des réseaux de Bragg avec un faible indice effectif moyen, le décalage de la longueur d'onde de Bragg est gouverné par la variation de l'indice effectif, cette variation prenant le pas sur celle du coefficient de couplage.

Ainsi, la sensibilité des réseaux de Bragg à la courbure peut être aussi bien positive que négative. Tout dépend de l'importance de l'indice effectif moyen $\delta\bar{n}_1$ du réseau.

3. Conclusion

Dans cet article, nous avons montré que la variation de la longueur d'onde de Bragg avec la courbure résulte de la compétition entre la variation de l'indice effectif du mode de cœur et de la variation du coefficient de couplage entre les modes contra-propagatifs. Le facteur de pondération entre les deux est l'indice effectif moyen du réseau. Quand il est supérieur à une valeur critique, la longueur d'onde de Bragg diminue avec le rayon de courbure. Quand il est inférieur à cette valeur critique, la longueur d'onde de Bragg augmente quand le rayon de courbure diminue. Cette modélisation permet d'expliquer toutes les observations expérimentales faites à ce jour.

Pour valider cette théorie, nous avons effectué des mesures sur des réseaux fabriqués par iXblue et par le PhLAM, la moitié de ces réseaux ayant un indice effectif moyen très faible et l'autre moitié un indice effectif moyen très fort. Comme prévu par notre modèle numérique, tous les réseaux de Bragg avec un fort indice effectif moyen présentent une longueur d'onde de Bragg qui décroît avec le rayon de courbure. À l'opposé, les réseaux de Bragg avec un faible indice effectif moyen présentent une longueur d'onde de Bragg qui augmente lorsque le rayon de courbure diminue. Ce résultat est remarquable à deux titres. Tout d'abord, il met en évidence un mode de réponse des réseaux de Bragg à la courbure qui n'avait pas été explicitement remarqué jusqu'à présent. Ensuite, il prouve définitivement la justesse de la théorie que nous avons proposée pour expliquer les mécanismes qui gouvernent la réponse des réseaux de Bragg à la courbure.

Bibliographie

- Erdogan T. (1997). Fiber grating spectra. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, n° 8, p. 1277-1294.
- Gafsi R., El-Sherif M. A. (2000). Analysis of induced-birefringence effects on fiber bragg gratings. *Optical Fiber Technology*, vol. 6, n° 3, p. 299 - 323.
- Garth S. (1987). Modes on a bent optical waveguide. *Optoelectronics, IEE Proceedings J*, vol. 134, n° 4, p. 221-229.
- Garth S. (1988). Birefringence in bent single-mode fibers. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, n° 3, p. 445-449.
- Heiblum M., Harris J. H. (1975). Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 11, n° 2, p. 75-83.
- Hill K., Fujii Y., Johnson D., Kawasaki B. (1978). Photosensitivity in optical waveguides: application to reflection filter fabrication. *Applied Physics Letters*, vol. 32, n° 10, p. 647-649.
- Kakihara K., Kono N., Saitoh K., Koshihara M. (2006, Nov). Full-vectorial finite element method in a cylindrical coordinate system for loss analysis of photonic wire bends. *Opt. Express*, vol. 14, n° 23, p. 11128-11141.
- Kersey A., Davis A., Patrick H., Leblanc M., Koo K., Askins C. *et al.* (1997). Fiber Grating Sensors. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, n° 8, p. 1442-1463.
- Lim K.-S., Yang H.-Z., Becir A., Lai M.-H., Ali M. M., Qiao X. *et al.* (2013). Spectral analysis of bent fiber bragg gratings: theory and experiment. *Optics letters*, vol. 38, n° 21, p. 4409-4412.
- Marcuse D. (1976). Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, vol. 66, n° 4, p. 311.
- Shyroki D. (2008). Exact equivalent straight waveguide model for bent and twisted waveguides. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, vol. 56, n° 2, p. 414-419.
- Thompson A. C., Brown W. G., Stoddart P. R., Wade S. A. (2010). Bend effects on fibre bragg gratings in standard and low bend loss optical fibres. In *35th Australian conference on optical fibre technology (acoft)*, p. 1-4.

Thompson A. C., Cadusch P. J., Robertson D. F., Stoddart P. R., Wade S. *et al.* (2012). Origins of spectral changes in fiber bragg gratings due to macrobending. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, n° 22, p. 3500-3511.

Timoshenko S., Goodier J. N. (1969). *Theory of elasticity*. McGraw-Hill.

Wade S., Robertson D., Thompson A. C., Stoddart P. R. (2011). Changes in spectral properties of fibre bragg gratings owing to bending. *Electronics Letters*, vol. 47, n° 9, p. 558-559.

Wassmann F. (1999). Modal field analysis of circularly bent single-mode fibers. *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, n° 5, p. 957.

Zhang W., Lei X., Chen W., Xu H., Wang A. (2015). Modeling of spectral changes in bent fiber bragg gratings. *Optics letters*, vol. 40, n° 14, p. 3260-3263.