

Détection d'un signal magnétique par un réseau de magnétomètres : une application des paquets d'ondelettes

Multisensors Detection of Underwater Magnetic Signals: a Wavelet Packets Application

par André QUINQUIS

Département EIA, ENSIETA,
2 rue François Verny,
29806 BREST Cédex 09
Tel : 02.98.34.88.86,
Télécopie : 02.98.34.87.50 . E-Mail : quinquis@ensieta.fr

résumé et mots clés

Les sources de bruit magnétique sont nombreuses et viennent perturber les signaux magnétiques sous-marins. Afin de détecter toute distorsion du champ magnétique terrestre, engendrée par le déplacement d'une masse ferromagnétique, nous utilisons quatre magnétomètres pour lesquels nous savons que le signal utile (s'il existe) ne peut être vu que par l'un d'entre eux. En combinant les différences inter-capteurs et en nous appuyant sur l'analyse de la transformée par paquets d'ondelettes associée à une analyse en composantes principales nous montrons les performances de la méthode de détection ainsi que ses limitations.

Signaux magnétiques sous-marins, multi-capteurs, analyse multirésolution, analyse en composantes principales détection.

abstract and key words

Underwater magnetic signals are affected by a nonstationary noise from different sources. In order to detect the distortion in the magnetic field caused by the displacement of a ferromagnetic mass we try to eliminate as much of the noise as possible by measuring the magnetic field with four sensors when the transient has been received by one of them. The differences between the signals from these sensors are calculated and processed using standard techniques such as the wavelet packets and the principal components analysis. We then show the performances and the limitations of the method.

Magnetic underwater Signals, multi-sensors, multiresolution analysis, principal component analysis, detection.

1. introduction

Le problème de détection et de localisation de sources magnétiques immergées a fait l'objet de plusieurs études visant à mettre au point des systèmes dont l'information est ensuite traitée

à partir d'algorithmes plus ou moins complexes et plus ou moins performants. Les méthodes existantes peuvent être classées en fonction de la complexité du système de mesure utilisé. Les unes reposent sur la connaissance du module du champ magnétique ou sur la mesure des gradients de champ tandis que les autres combinent ces différentes possibilités. Quelle que soit l'information enregistrée, la problématique consiste toujours à détecter un

signal transitoire noyé dans un bruit. Un signal transitoire peut être défini comme ayant une forme d'onde arbitraire de durée courte par rapport à la durée d'observation. Beaucoup de travaux ont déjà porté sur la détection de signaux acoustiques. La détection de ce type de signaux requiert un traitement qui soit établi en fonction du type et de la quantité d'information (tant sur le signal que sur le bruit) qui est disponible. En fonction de ce degré de connaissances, diverses méthodes ont été développées et testées sur différents signaux. Le cas le plus classique est celui de la détection d'un signal connu dans un bruit blanc et gaussien : le traitement optimal est alors celui du filtre adapté [1]. Lorsque le signal est déterministe mais de forme inconnue, il existe également un grand nombre de méthodes [2], [3], [4]. Du simple détecteur énergétique aux techniques de traitement du signal adaptatif fondées sur des modèles a priori, elles autorisent des performances en détection efficaces dans plusieurs cas. Une autre approche consiste à représenter le signal dans le domaine spectral où des propriétés caractéristiques de l'observation peuvent être mises en évidence. Néanmoins, cette classe de méthodes est mal adaptée à la détection d'un signal transitoire dans la mesure où une bonne localisation temporelle est en contradiction avec une bonne et précise description spectrale. Dès lors, une solution repose sur la représentation de l'observation dans le domaine temps-fréquence. Parmi les multiples modèles de représentation on retrouve notamment la transformée par ondelettes [5]. Durant les 15 dernières années, les décompositions en bandes de fréquences ont trouvé de nombreuses applications en traitement du signal. Le développement d'une fonction sur quelques bandes de fréquence donne une représentation intermédiaire entre une représentation temporelle et une représentation de Fourier. Les propriétés et les caractéristiques des ondelettes ont été beaucoup étudiées par la communauté des mathématiciens et des ingénieurs [6], [7]. Plusieurs références [8], [9] traitent des signaux monodimensionnels et montrent l'apport d'une telle analyse pour améliorer les performances de détection. Cet article présente une application de l'analyse multirésolution à la détection de signaux transitoires d'origine magnétique qui sont décrits au § 2. La géométrie du réseau de magnétomètres, qui mesurent les perturbations du champ magnétique, est telle que l'anomalie magnétique ne peut être vue que par un seul capteur à la fois. L'analyse des observations par un banc de filtres permet alors de discriminer, pour différents facteurs d'échelle, les singularités qui apparaissent ponctuellement sur un capteur. Les principes de base de l'analyse multirésolution sont ainsi présentés au § 3. Les paquets d'ondelettes constituent une généralisation de la notion de base d'ondelettes et permettent de trouver, parmi un ensemble de bases possibles, la meilleure base de décomposition (au sens d'un certain critère). Son application permet ainsi de maximiser le contraste entre le bruit et le signal utile en imposant la décomposition des observations sur la base qui minimisera l'entropie totale (§ 3). Le critère de détection est basé sur une segmentation des observations en deux classes. L'analyse en composantes principales permet de diminuer la dimension de l'espace initial et de trouver un nouvel espace de représentation dans lequel la séparation est plus aisée. L'algorithme de détection qui combine cette

nouvelle représentation et un critère inertiel est présenté au § 4. Enfin (§ 5), un exemple illustre le fonctionnement de la méthode. Les résultats obtenus sur un grand nombre d'observations sont présentés et une quantification des performances globales de la méthode est abordée.

2. les signaux

Le champ magnétique terrestre est mesuré par quatre magnétomètres scalaires disposés en carré. Chaque côté de ce quadrilatère a une longueur telle que nous supposons que si une masse ferromagnétique est détectée elle ne le sera que sur un seul capteur. L'amplitude du champ magnétique terrestre est de l'ordre de $45,6 \mu\text{T}$ et les signaux issus de l'anomalie magnétique que l'on cherche à mettre en évidence ont une amplitude maximale de l'ordre de $0,4 \text{ nT}$. L'amplitude de ces signaux utiles ainsi que leur encombrement temporel varient en fonction de la distance capteur - source magnétique, de la vitesse de déplacement de la source et de la masse magnétique. Ce signal est la signature de l'objet : il est caractéristique d'une certaine source. La figure 1 décrit un exemple de signature magnétique provenant d'une masse ferromagnétique d'environ 100 tonnes et mesurée à 300 m. L'axe des abscisses représente le rang des échantillons acquis à une fréquence d'échantillonnage de $0,05 \text{ Hz}$.

Cette anomalie est perturbée par les perturbations naturelles du champ magnétique terrestre [10]. Leurs variations en amplitude

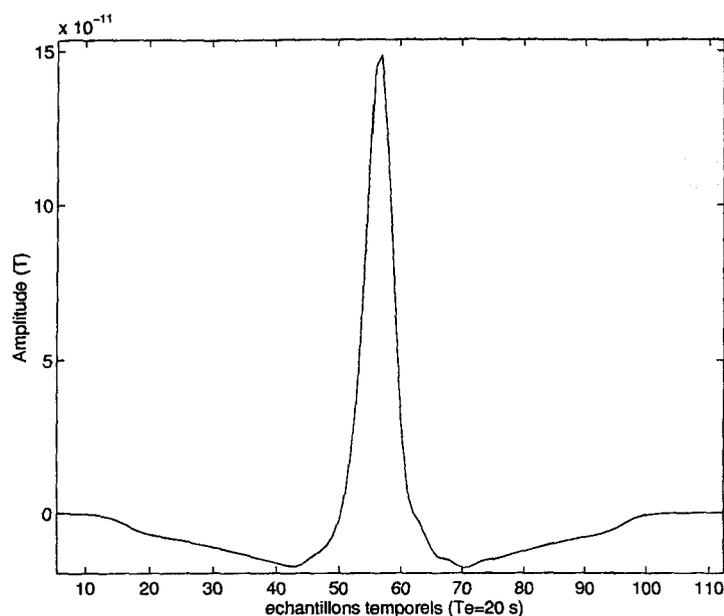


Figure 1. - Signature magnétique simulée.

sont quelconques mais leurs amplitudes crête à crête sont typiquement de l'ordre de 10 nT dans la bande [0,0,01] Hz. La figure 2 montre un enregistrement de signatures magnétiques sur les 4 capteurs. L'axe des abscisses représente le rang des échantillons acquis à une fréquence d'échantillonnage de 0,5 Hz.

En raison de leur non-stationnarité au premier ordre, ils sont filtrés passe-haut pour supprimer la composante continue. Afin de limiter la bande de fréquences étudiée à celle des signaux utiles (0,0005 – 0,01 Hz), ils sont filtrés passe-bas et sous-échantillonnés d'un facteur 10 afin de minimiser la quantité d'informations à traiter.

Nous ferons l'hypothèse que les bruits sur les quatre capteurs sont spatialement corrélés. Nous utiliserons cette propriété intéressante pour définir les 6 différences inter-capteurs possibles. Cette opération de soustraction de capteur à capteur permet de diminuer le niveau de bruit et de rehausser localement le contraste de l'anomalie magnétique (figure 3). Néanmoins, cette hypothèse, non formellement vérifiée, montrera ces limites lors de l'interprétation des résultats.

L'avantage d'une telle opération est que si un signal utile est présent sur un capteur, alors il apparaîtra sur trois signaux de différence. Ainsi, un signal présent sur le capteur 1 sera visible sur les signaux de différence : Capteur 1 - Capteur 2, Capteur 1 - Capteur 3, Capteur 1 - Capteur 4. Le tableau 2.1, ci-dessous, résume les différentes situations et l'affectation d'une étiquette sera utilisée lors de la phase de segmentation (§ 4.3)

Tableau 2.1. – Présentation des capteurs impliqués sur les signaux de différence.

Étiquette	Différence Capteur i -Capteur j	Capteur 1	Capteur 2	Capteur 3	Capteur 4
1	$i = 1, j = 2$	*	*		
2	$i = 1, j = 3$	*		*	
3	$i = 1, j = 4$	*			*
4	$i = 2, j = 3$		*	*	
5	$i = 2, j = 4$		*		*
6	$i = 3, j = 4$			*	*

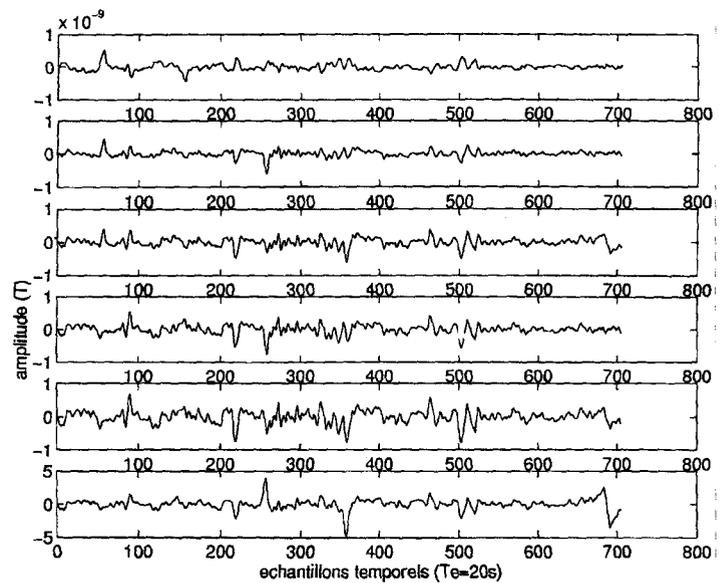


Figure 3. – Différences inter-capteurs. De haut en bas : différence 1-2, différence 1-3, différence 1-4, différence 2-3, différence 2-4, différence 3-4.

3. l'analyse multirésolution et les paquets d'ondelettes

3.1. rappels

En analyse multirésolution, on cherche à écrire une fonction $f(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ comme la limite d'approximations successives, chacune étant une version lissée de $f(t)$, avec des fonctions lissées de plus en plus concentrées. Les approximations successives

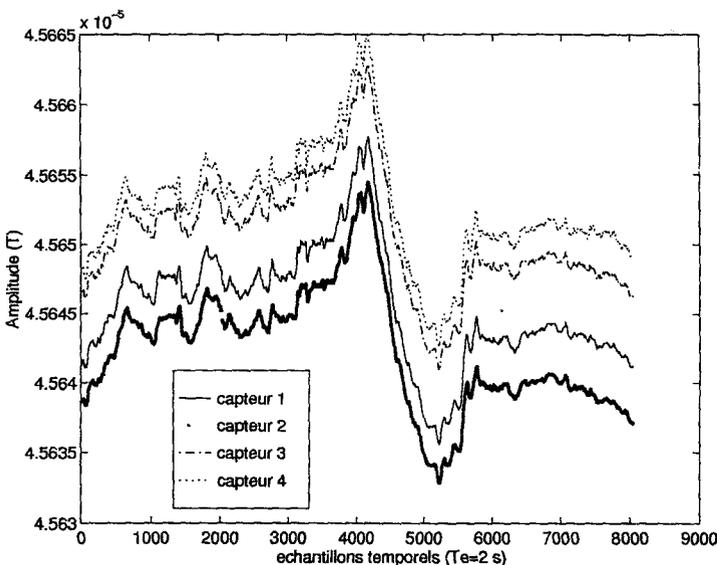


Figure 2. – Observations magnétiques enregistrées sur les 4 capteurs. Des signatures sont présentes sur le capteur 1 autour du 1 000^{ème} point sur le capteur 2 autour du 2 000^{ème} point sur le capteur 3 autour du 3 000^{ème} point sur le capteur 4 autour du 4 000^{ème} point

définissent alors différentes résolutions d'où le nom d'analyse multirésolution.

Par définition, une analyse multirésolution est une suite de sous-espaces vectoriels fermés $V_j (j \in Z)$ de $L^2(\mathbb{R})$, imbriqués les uns dans les autres ($\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset \dots$) et vérifiant un certain nombre de propriétés énumérées dans [11]; notamment il existe $\phi \in V_0$, tel que, pour tout $m \in Z$, l'ensemble des ϕ_{mm} avec $\phi_{mm}(t) = 2^{-m/2}(2^{-m}t - n)$, constitue une base inconditionnelle de V_m . On peut interpréter alors V_j comme un espace d'approximation à l'échelle 2^j . La fonction ϕ est appelée fonction d'échelle. $\phi_{mn}(t)$ est une version de ϕ à la résolution m , translatée de n ; on voit donc que la résolution m n'est autre qu'un paramètre d'échelle dilatant ϕ : plus m est petit, plus la fonction est à support temporel étroit, plus m est grand, plus celle-ci est à support temporel large.

Les bases d'ondelettes peuvent être introduites en considérant W_j le supplémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1} ; celui-ci représente l'information de détails additionnels nécessaires pour passer de l'approximation d'échelle 2^j à celle, plus fine, d'échelle 2^{j-1} ; on montre alors que les fonctions génératrices forment une base des espaces W_j . En calculant les projections de la fonction f sur les espaces d'approximations et de détails aux échelles grossières $\{V_j; W_j\}_{j>0}$ et d'après l'identité $V_0 = W_1 \oplus W_2 \oplus \dots \oplus W_J \oplus V_J$, on peut alors reconstruire $f(t)$ de manière exacte à partir des coefficients de projection de son approximation à l'échelle J et la suite des détails additionnels.

Alors la fonction $f(t)$ peut être représentée par :

$$f(t) = \sum_{j=1}^J \sum_k d_{jk} \psi_{j,k}(t) + \sum_k c_{Jk} \phi_{J,k}(t)$$

où les coefficients c_{jk} , et d_{jk} sont calculés par :

$$c_{jk} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \phi_{j,k}(t) dt \quad \text{et} \quad d_{jk} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt$$

Les fonctions ϕ et ψ satisfont les équations de dilatation :

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} h(n) \phi(2t - n)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} g(n) \phi(2t - n)$$

où H et G caractérisés par leurs réponses impulsionnelles $h(n)$ et $g(n)$, sont des filtres en quadrature miroir liés par :

$$(-1)^n h(1 - n) = g(n)$$

Ainsi, plus simplement, pour calculer ces coefficients, on applique à chaque étape un filtre passe-bas pour les approximations (basses fréquences) et un filtre passe-haut (hautes fréquences) pour les détails; puis on opère une décimation d'un rapport 2 sur le résultat

afin de conserver la même quantité d'information; on peut ensuite itérer cette opération sur l'approximation pour obtenir l'approximation de l'approximation et le détail de l'approximation...

3.2. algorithme

A partir d'un vecteur initial contenant 2^N échantillons, on crée deux sous-vecteurs de 2^{N-1} échantillons. L'un est obtenu en filtrant passe-bas (avec le filtre h) et l'autre en filtrant passe-haut (avec le filtre g). On répète cette procédure sur la version passe-bas. On voit donc que, dans le cas discret, on ne peut faire plus de N niveaux de décomposition. L'implémentation est simple : pour passer d'un niveau à l'autre on filtre et on décime par deux.

Tableau 3.2.1. - Décomposition d'un vecteur de 8 échantillons selon le principe de l'analyse multirésolution.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
s_1	s_2	s_3	s_4	d_1	d_2	d_3	d_4
ss_1	ss_2	ds_1	ds_2				
sss_1	dss_1						

L'exemple ci-dessus (tableau 3.2.1) montre la décomposition en ondelettes pour un vecteur contenant 8 échantillons ($N = 3$) $\{x_i\}$. La variable « s » indique le résultat du filtrage passe-bas tandis que la variable « d » est relative au résultat du filtrage passe-haut.

Le vecteur résultant a alors le contenu suivant :

Tableau 3.2.2. - Vecteur résultant.

sss_1	dss_1	ds_1	ds_2	d_1	d_2	d_3	d_4
---------	---------	--------	--------	-------	-------	-------	-------

Dans le cas le plus simple où les ondelettes de Haar sont utilisées alors :

$h = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$ et $g = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$, on obtient par exemple :

$$ss_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s_1 + s_2)$$

$$ss_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s_3 + s_4)$$

$$ds_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s_1 - s_2)$$

$$ds_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s_3 - s_4), \text{ et ainsi de suite.}$$

3.3. les paquets d'ondelettes

La notion de paquets d'ondelettes généralise les concepts précédents. Son principe est de construire une librairie d'ondes modulées de laquelle peut être extraite un grand nombre de bases, comme par exemple des bases d'ondelettes. Dans le cas discret des filtres orthogonaux, on définit des fonctions $W_n(t)$ appartenant à $l^2(\mathbb{Z})$:

$$W_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k) W_n(2t - k)$$

$$W_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k) W_n(2t - k)$$

où $h(k)$ et $g(k)$ désignent les réponses impulsionnelles des filtres H et G précédemment définis.

A titre d'exemple, considérons une fonction définie sur 8 points $\{x_1, x_2, \dots, x_8\}$. Chacune des lignes de la décomposition en paquet d'ondelettes découle de la ligne supérieure par application des opérateurs H et G . Par exemple le sous-bloc $\{ss_1, ss_2\}$ correspond au filtrage par l'opérateur H de $\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ tandis que le sous-bloc $\{ds_1, ds_2\}$ provient du filtrage par G du même bloc

Tableau 3.3.1. – Décomposition en paquets d'ondelettes.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
s_1	s_2	s_3	s_4	d_1	d_2	d_3	d_4
ss_1	ss_2	ds_1	ds_2	ds_1	ds_2	dd_1	dd_2
sss_1	dss_1	sds_1	dds_1	ssd_1	dsd_1	sdd_1	ddd_1

Contrairement à la multirésolution, nous décomposons aussi les hautes fréquences. Plus nous considérons un niveau élevé, moins les particularités du signal sont bien localisées temporellement mais plus elles sont bien localisées fréquentiellement. Le dernier niveau donne les mêmes informations qu'une transformée de Fourier.

Cette décomposition en paquets d'ondelettes introduit une redondance dans la quantité d'information traitée puisque un grand nombre de bases de fonctions peut en être extrait. Plusieurs auteurs [12], [13] ont alors introduit une méthodologie visant à rechercher la meilleure base de représentation au sens d'un critère qui est la minimisation d'une fonction de coût additive. Cette recherche de la meilleure base présente un double intérêt :

- minimiser le nombre de coefficients retenus (possibilité de compression de l'information)
- adoption d'une base de représentation qui minimise l'apport du bruit.

Plusieurs fonctions coût ont été définies; Elles sont décrites dans [12]

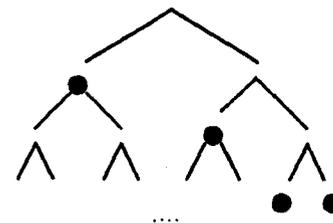
Par exemple, la fonction $\lambda(x) = -\sum_j |x_j|^2 \log(|x_j|^2)$ est appelée fonction coût « entropie » et est celle que nous utilisons. Elle présente l'avantage que $e^{\eta(x)}$ où $\eta(x) = \|x\|^{-2} \lambda(x) + \log(\|x\|^2)$, est proportionnel au nombre de coefficients nécessaires pour représenter un signal pour une erreur quadratique moyenne donnée. Ainsi en définissant $\varepsilon \in [0, 1]$, l'algorithme négligera (en les rendant nuls) tous les coefficients c tels que :

$$|c|^2 \langle \varepsilon \exp(-\lambda(x)) / \|x\|^2 \rangle \quad (1)$$

où : $c = c_{jn}^k = \frac{1}{2^{j/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) W_n^* \left(\frac{t}{2^j} - k \right) dt$.

A chaque noeud de l'arbre de décomposition, en partant de l'avant dernier niveau de l'arbre (le niveau $N - 1$) et en remontant vers la racine, le coût entropique du « père » (au noeud) est comparé au coût des deux « fils ».

Tableau 3.3.2. – Choix du meilleur arbre de décomposition.



Si $\text{coût}_{\text{père}} \leq \text{coût}_{\text{fils}}$ alors le père est conservé (pas les fils);
 $\text{coût}_{\text{total}} = \text{coût}_{\text{père}}$ sinon les fils sont conservés (pas le père);
 $\text{coût}_{\text{total}} = \text{coût}_{\text{fils}}$

Tableau 3.3.3. – Coefficients retenus lors de la recherche de la meilleure base de décomposition au sens de la minimisation de l'entropie totale.

s_1	s_2	s_3	s_4				
				ds_1	ds_2		
						sdd_1	ddd_1

Ainsi, sur l'exemple ci-dessus (tableaux 3.3.2 et 3.3.3), 4 coefficients du premier niveau de décomposition ont été retenus : ils correspondent à la partie basse fréquence 2 coefficients du deuxième niveau et 2 du troisième niveau. La base formée est orthonormale.

Cette méthodologie permet de représenter le signal analysé dans sa meilleure base au sens de la minimisation de l'entropie totale. Afin de réduire le nombre de coefficients, ceux-ci peuvent alors être seuillés suivant la règle définie en (1) afin, par exemple, d'atteindre un taux de compression de la quantité d'information.

Dans une application où plusieurs capteurs mesurent l'évolution d'un phénomène physique, il est intéressant d'avoir au moins

accès à une « référence bruit » (un capteur qui n'enregistre que du bruit) afin d'accéder à une procédure classique de soustraction de bruit (le spectrofiltre, par exemple). La principale difficulté de mise en oeuvre réside dans le fait que même si cette référence existe, elle est souvent inconnue (nous ne savons pas à quel capteur l'attribuer). En s'employant à décomposer chacune des observations en paquets d'ondelettes, il est possible de leur attribuer, individuellement, la meilleure base de représentation au sens du critère précédemment défini. Puisque lorsque l'observation contient du signal utile, l'entropie de la base est minimale [13], l'idée consiste alors à ne retenir (parmi les meilleures bases de représentation des différentes observations) que la base qui procure cette entropie minimale et à représenter chacune des observations dans cette base. Par simple différence intercapteurs, le processus améliore les rapports signal sur bruit. Un exemple décrit dans le § 5 illustrera des résultats de la méthodologie qui est plus développée dans [14].

4. analyse en composantes principales

4.1. principes et rappels

La décomposition en paquets d'ondelettes permet de décomposer une observation sur une base de fonctions. L'influence de chacune de ces fonctions de base est pondérée par les coefficients c_{jn}^k définis en (3.3).

Tableau 4.1. - Exemples de représentation d'un signal à partir de ses coefficients identifiés dans la meilleure base de décomposition.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
s_1	s_2	s_3	s_4				
				ds_1	ds_2		
						sdd_1	ddd_1

Tableau 4.2. - Energies associées à chaque sous-bloc de décomposition.

q_1							
				q_2			
						q_3	q_4

Le nombre de signaux élémentaires (connectés aux coefficients conservés lors de la décomposition en paquets d'ondelettes) retenu pour la caractérisation des observations peut dans certains cas être extrêmement important. Afin de diminuer le nombre de composantes de caractérisation, nous définissons la représentation de chaque observation ou échantillon par p paramètres q_i : les sommes des énergies identifiées dans un sous bloc de la décomposition en paquets d'ondelettes).

En décrivant chaque observation par p paramètres, celle-ci peut être considérée comme étant un point dans un espace euclidien de dimension p , où ses coordonnées sont les p paramètres retenus. Le problème réside dans la détermination du nombre optimum de paramètres c'est-à-dire le plus petit entier p tel que les p caractéristiques décrivent au mieux la distribution de la variance. L'analyse en composantes principales (ACP) [15] est une technique qui tente d'analyser l'interdépendance de variables à l'intérieur d'une population. Cette technique repose sur les données (ou observations) disponibles pour la mettre en oeuvre. C'est pourquoi ces caractéristiques doivent décrire au mieux toute la population (et non pas juste un sous-ensemble).

Etant donnée la représentation de chaque observation ou échantillon par p paramètres (les sommes des énergies identifiées dans un sous bloc de la décomposition en paquets d'ondelettes), (tableau 4.2), nous pouvons alors construire le vecteur :

$$q = (q_1, q_2, \dots, q_p)^t$$

Nous supposons ici que l'ensemble des données consiste en N observations. Ainsi, nous pouvons construire la matrice d'observation Q (de dimension $N \times P$) :

$$\begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1p} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{N1} & q_{N2} & \dots & q_{Np} \end{pmatrix}$$

où la j^e ligne de p éléments est le vecteur q_j :

$$q_j = (q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jp})$$

qui représente la j^e observation.

Les trois étapes de l'ACP sont :

1. Calcul de la matrice de corrélation de la population :

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & r_{pp} \end{pmatrix}$$

où le terme r_{ij} est défini par :

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{\text{cov}(q_i, q_j)}{\sigma_i \sigma_j} & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

où $cov(q_i q_j)$ est la covariance entre q_i et q_j et σ_i^2 la variance de q_i .

2. Calcul des vecteurs et valeurs propres de cette matrice

L'ACP requiert le calcul des valeurs et vecteurs propres. Connaissant celles-ci, il est aisé de déterminer le pourcentage d'énergie que chacune d'entre elles représente. Ce pourcentage est égal à :

$$\% \text{ var pour } \lambda_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^N \lambda_j}$$

En déterminant le pourcentage total de variance que nous désirons conserver dans le nouvel espace, nous pouvons isoler les l premières valeurs propres (rangées en ordre décroissant) telles que :

$$\frac{\sum_{j=1}^l \lambda_j}{\sum_{j=1}^N \lambda_j} = \beta$$

dans l'hypothèse où le seuil de variance retenu est égal à β . Si $l < p$, alors une réduction de l'espace est possible.

3. Transformation des données initiales dans l'espace de dimension réduite

L'ACP fournit une matrice P qui permet d'effectuer la transformation de la matrice Q des données initiales en une matrice Y des données dans un espace de dimension inférieure. Cette transformation s'écrit :

$$Y = QP$$

où P est la matrice $p \times l$ définie par :

$$\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1l} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p1} & v_{p2} & \dots & v_{pl} \end{pmatrix}$$

où les vecteurs colonnes sont les l vecteurs propres retenus pour décrire $\beta\%$ de la variance. La transformation effectuée, il est alors possible d'étudier les populations dans l'espace de dimension réduite qui représente la j^e observation.

4.2. Critère de détection

Le principe de la détection est basé sur le partitionnement de l'ensemble des observations en deux sous-espaces (un sous espace « bruit seul » et un sous espace « signal + bruit »). Le calcul de l'inertie des différents groupements de deux ensembles que l'on

puisse faire permettra d'aboutir à cette segmentation. L'inertie totale du système est définie par :

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - y_c|^2$$

où N est le nombre d'éléments du système, y_i désigne les coordonnées du point M_i dans le nouvel espace et y_c les coordonnées du centre de gravité.

L'inertie totale correspond (théorème de Koenig-Huygens) à la somme de deux termes

$$I = I_W + I_B$$

où $I_W = \sum_{i=1}^k P_i I_i$ est l'inertie intraclasse, P_i le poids associé, I_i l'inertie de la classe i et k le nombre de classes que l'on souhaite obtenir (dans notre cas $k = 2$).

$I_B = \sum_{i=1}^k P_i d^2(g_i, y_c)$ désigne l'inertie inter-classe où g_i désigne le centre de gravité de la classe i . L'opérateur d mesure la distance entre les points de coordonnées g_i et y_c . La segmentation optimale est obtenue en examinant toutes les segmentations possibles des six différences en deux classes de 2, 3 ou 4 éléments et en ne retenant que celle qui minimise l'inertie intraclasse qui par conséquent maximise la distance entre les centres de chacune des deux classes. Cette configuration apporte le contraste maximal.

Lorsque l'observation ne contient que du bruit, la segmentation retenue est arbitraire et correspond le plus fréquemment à une détection impossible (différences 1-2, 1-3, 3-4, dans le même groupe, par exemple). Lorsqu'un signal est présent, les 3 différences dans lesquelles il apparaît sont groupées ensemble. Donc, quand la configuration retenue est une configuration possible, nous déciderons de la présence d'un signal en fonction de la segmentation décrite dans le tableau 4.3.1.

Ce tableau expose les effets de la présence d'un signal enregistré par un capteur sur les différences inter-capteurs. Le tableau 4.3.1 examine l'ensemble des segmentations à 2, 3 ou 4 éléments en deux classes. Bien entendu, toutes les configurations visant à segmenter en 2 classes de 2 ou 4 éléments sont inacceptables dans la mesure où, s'il y a présence d'un signal, il est vu sur 3 différences intercapteurs. Seules 4 possibilités sont acceptables pour valider une détection et l'index qui leur est affecté renseigne sur le capteur qui a enregistré la perturbation.

5. application et résultats

5.1. exemple

Pour illustrer le fonctionnement de cet algorithme, considérons 4 signatures respectivement présentes sur le capteur 1 autour du

Détection d'un signal magnétique par un réseau de magnétomètres

Tableau 4.3.1. – Différentes segmentations possibles et index de détection.

Index	Segmentation par regroupement d'étiquettes		Détection	Index	Segmentation par regroupement d'étiquettes		Détection
	Classe 1	Classe 2			Classe 1	Classe 2	
1	1, 2	3, 4, 5, 6		14	4, 6	1, 2, 3, 5	
2	1, 3	2, 4, 5, 6		15	5, 6	1, 2, 3, 4	
3	1, 4	2, 3, 5, 6		16	1, 2, 3	4, 5, 6	Capteur 1
4	1, 5	2, 3, 5, 6		17	1, 2, 4	3, 5, 6	Capteur 4
5	1, 6	2, 3, 4, 6		18	1, 2, 5	3, 4, 6	
6	2, 3	1, 4, 5, 6		19	1, 2, 6	3, 4, 5	
7	2, 4	1, 3, 5, 6		20	1, 3, 4	2, 5, 6	
8	2, 5	1, 3, 4, 6		21	1, 3, 5	2, 4, 6	Capteur 3
9	2, 6	1, 3, 4, 5		22	1, 3, 6	2, 4, 5	
10	3, 4	1, 2, 5, 6		23	1, 4, 5	2, 3, 6	Capteur 2
11	3, 6	1, 2, 4, 5		24	1, 4, 6	2, 3, 5	
12	4, 5	1, 2, 3, 6		25	1, 5, 6	2, 3, 4	
13	4, 5	1, 2, 3, 6					

point 60, sur le capteur 2 autour du point 160, sur le capteur 3 autour du point 260 et sur le capteur 4 autour du point 360 (fig 2). Ces signaux sont affectés d'un gain égal à 3. Le gain est défini comme étant un coefficient multiplicateur qui pondère l'amplitude crête à crête du signal utile élémentaire présenté sur la figure 1. L'amplitude des signaux utiles est donc approximativement de 0,45 nT, dans cet exemple. Cette valeur de gain a été choisie de manière arbitraire pour illustrer l'exemple.

La figure 3 présente les observations prétraitées (filtrage et soustraction inter-capteurs). En considérant des fenêtres glissantes de 32 points, chacune des six différences est alors décomposée en paquets d'ondelettes, sur 5 niveaux, afin de retenir la base qui minimise, pour chacune d'elles, l'entropie totale. La base d'entropie minimale est alors retenue pour caractériser l'ensemble des 6 observations. La figure 4 représente les valeurs de l'entropie des bases retenues pour les 6 différences à chaque instant. Il est clair que lorsqu'un signal est présent sur un capteur, les trois signaux de différence présentent au travers de leur base de représentation une entropie minimale.

La procédure de détection pourrait prendre en compte ces valeurs d'entropie, mais des simulations ont prouvé un taux de fausse alarme trop important. La figure 5 présente ainsi les versions bruitées et débruitées des différences « 1-2 » et « 3-4 ». Les signaux débruités ont été reconstruits en ne prenant en compte que $\epsilon = 65\%$ (cf.3.3) de l'énergie totale de l'observation qui présentait la base à entropie minimale.

Les caractéristiques retenues pour représenter chacun des signaux sont alors définies à partir des coefficients de la décomposition en paquets d'ondelettes dans chaque sous-bloc. La procédure

d'analyse en composantes principales est alors appliquée pour réduire la dimension de l'espace de caractérisation et séparer au mieux les classes dans le nouvel espace de représentation.

Par exemple, en réduisant la dimension de l'espace à 1, la figure 6 montre une configuration possible. L'inertie intraclasse de chacune des constellations possibles est calculée à chaque instant d'échantillonnage. Cette figure représente deux cas possibles : un cas arbitraire où les capteurs n'ont enregistré que du bruit et un autre cas où une signature est présente.

Dans le premier cas (absence de signal utile) l'inertie de la constellation est faible : les représentants monodimensionnels de chacune des observations sont proches les uns des autres. Il n'existe pas de segmentation en deux classes qui produise une inertie intraclasse plus faible que les autres et le cas échéant la

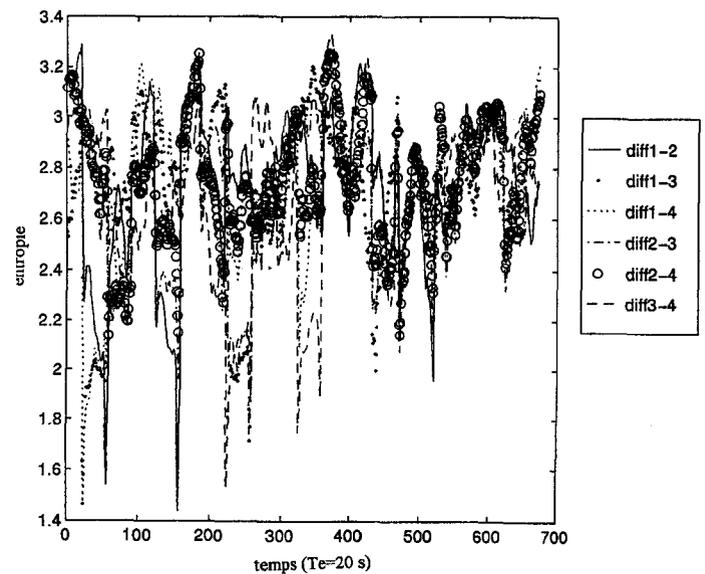


Figure 4. – Valeurs de l'entropie.

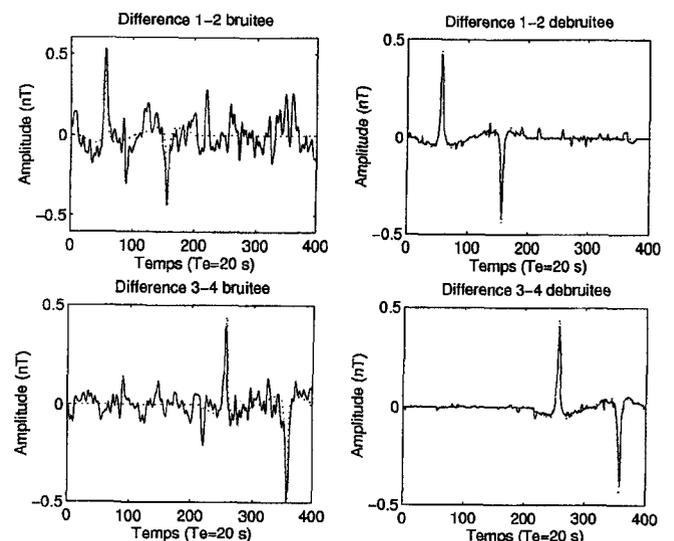


Figure 5. – Signaux bruts et signaux débruités.

Détection d'un signal magnétique par un réseau de magnétomètres

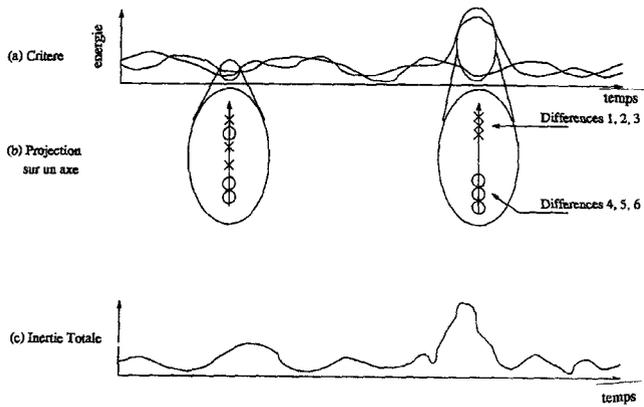


Figure 6. – Exemple d'application de la segmentation à partir d'un critère d'inertie.

meilleure segmentation proposée serait une segmentation en 4+2 qui ne correspond à aucune détection possible. Néanmoins, si le critère de segmentation validait un classement tel que décrit dans le tableau 4.3.1, la décision conduirait à une fausse alarme.

Dans le second cas l'inertie totale est plus importante puisque 3 des 6 différences se démarquent du fait de l'existence d'une signature magnétique sur l'un des capteurs. Dans cette configuration la recherche de la meilleure constellation produira une segmentation en deux classes qui engloberont respectivement les trois différences inter-capteurs relatives au capteur qui aura enregistré la perturbation et les trois différences inter-capteurs qui ne l'auront pas perçu.

En considérant une fenêtre glissante de 32 points, la méthode de détection est appliquée, à chaque instant, à ces observations.

Les résultats complets de cet exemple sont décrits sur la figure 7.

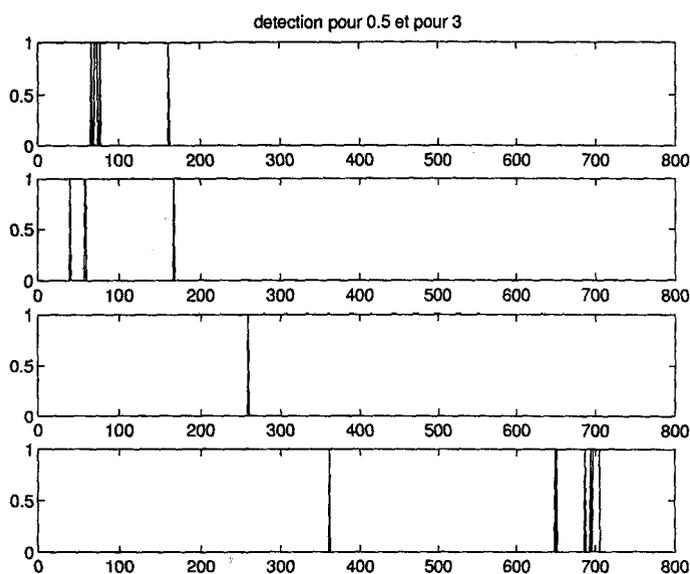


Figure 7. – Détection des signaux. De haut en bas, chaque représentation donne les résultats de la détection pour chaque capteur (de 1 à 4). Chaque signal d'amplitude 1 correspond à une détection.

Chaque représentation donne, de haut en bas, les détections reçus sur les capteurs 1, 2, 3 et 4. Une amplitude égale à 1 est synonyme de détection. On dénote quelques fausses alarmes.

5.2. résultats

Pour valider la méthode, un grand nombre de simulations a été réalisé. En considérant toujours la même source de bruit, nous avons placé aléatoirement les signaux utiles sur les 4 observations. Les résultats figurent sur le tableau 5.2.1.

Le tableau 5.2.1 présente le gain multiplicatif minimal du signal de référence (amplitude 0,15 nT) pour qu'il puisse être détecté dans 95% des cas en fonction de sa localisation. Les colonnes représentent les intervalles de variation des indices temporels du centre des signatures et chaque ligne référence au capteur sur lequel se trouvait la signature. Par exemple, la valeur de 1,6 encadrée indique qu'en moyenne sur l'intervalle temporel [200, 300], l'amplitude minimale du signal doit être de $1,6 \times 1,5$ nT pour qu'il puisse être détecté sur le capteur 2.

Tableau 5.2.1. – Performances de détection.

	50-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600
1	1,2	1,7	2,1	3,5	1,8	0,5
2	1	0,5	1,6	2,1	1,3	0,6
3	1,5	2,1	1,2	2,7	2,2	0,4
4	0,8	1,6	1,7	2,3	1,1	0,9

En raison de la non stationnarité du bruit, nous obtenons des performances différentes en fonction des localisations temporelle et spatiale du signal utile dans les observations. En moyennant les gains affectés aux signaux, il vient que le gain moyen de détection est environ 1,5, c'est-à-dire qu'un signal d'amplitude crête à crête de $1,5 \times 1,5 = 2,25 \cdot 10^{-11}$ T est en général détecté.

Néanmoins, lorsque le gain est supérieur à 2,7 tous les signaux peuvent être détectés : La probabilité de détection est alors de 100 % et est de l'ordre de 80 % lorsque le signal a une amplitude de 0,2 nT. En comptabilisant les fausses alarmes (FA) et en les moyennant, il en résulte une moyenne de $2,5 \cdot 10^{-5}$ FA/seconde.

6. conclusion

Cette étude visait à présenter une chaîne de détection de faibles signaux magnétiques perturbés par un environnement non stationnaire. La méthode mise en place développe la décomposition des observations en paquets d'ondelettes qui permettent par un algorithme de soustraction de bruit de venir augmenter le rapport

signal sur bruit. La procédure de détection s'appuie sur une segmentation des observations en deux classes suivie d'une décision basée sur la vraisemblance de la segmentation. L'utilisation des ondelettes est justifiée par le fait que les signaux à détecter ont un support spectral important et que la résolution offerte par les méthodes spectrales classiques s'avère insuffisante.

Globalement, l'algorithme permet une détection pour un signal dont l'amplitude est de l'ordre de 0,22 nT avec une excellente probabilité de détection.

Les performances seraient à comparer avec celles qui pourraient être obtenues par le filtrage adapté qui requiert néanmoins la connaissance du signal à détecter.

Il est à souligner que les résultats obtenus prennent quasiment en compte l'ensemble des signaux magnétiques susceptibles d'être rencontrés.

Les performances de la méthode se trouvent limitées par la non stationnarité au second ordre du bruit issu des perturbations naturelles du champ magnétique terrestre. Les résultats sont alors liés à la localisation du signal et un certain nombre de fausses alarmes peut apparaître. Les travaux d'amélioration devront dans l'avenir porter sur le contraste entre le signal et le bruit. La procédure de soustraction du bruit mériterait d'être affinée, puisque du fait de la localisation géographique des capteurs (surtout en latitude) les perturbations du bruit n'ont pas toujours les mêmes particularités et le fait de travailler sur les différentes combinaisons liées à la différence intrinsèque des signaux engendre un bruit supplémentaire.

Remerciements

Les signaux qui ont servis à réaliser cette étude ont été fournis par le GESMA (Groupe d'Etudes Sous-Marines de l'Atlantique), Brest.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Van Trees, *Detection, estimation and modulation theory*, J Wiley, New York, 1971
- [2] C. W. Helstrom, *Statistical Theory of Signal Detection*, Pergamon, New York 1968
- [3] H. Urkowitz, *Energy detection of unknown deterministic signals*, Proceedings of IEEE, vol. 55, pp 523-531, 1967
- [4] R. C. Kemerait, D. G. Childers, *Signal detection and extraction by cepstrum techniques*, IEEE Trans. Theory, vol. 18, pp 745-759, 1972
- [5] Y. Meyer, *Wavelets and operators*, Cahiers de mathématiques de la décision, n° 8704, Céremade, pp 1-18, 1987

- [6] I. Daubechies, *The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis*, IEEE Trans. of Information Theory, vol. 36, n° 5, pp 961-1005, Sept. 1990
- [7] O. Rioul, M. Vetterli, *Wavelets and Signal processing*, IEEE Signal Processing Mag., vol. 8 n° 4, pp 14-38, 1991
- [8] F. B. Tuteur, *Wavelet transformahon in signal detection*, IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal proc., New York, pp 1435-1438, 1988
- [9] A. Grossmann, M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet *Detection of abrupt changes in sound signals with the help of wavelet transforms*, Inverse problems, an Interdisciplinary study. Advances in Electronics and Electron Physics, Supplement 19, AcademicPress, 1987
- [10] A. Quinquis, *Classification des signaux magnétiques TBF sous contrainte de décision*, Thèse d'Université, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 1989
- [11] S. Mallat, *A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation*, IEEE Trans. on pattern analysis and machine intell., vol. 11, n° 7, pp 674-693, Jul. 1989
- [12] R.R. Coifman, M.V. Wickerhauser, *Entropy based algorithms for best basis selection*, IEEE Trans. Inform. Theory IT-38 (1992)
- [13] D.L. Donoho, *On minimum entropy segmentation*, In Wavelets : Theory, Algorithms and Applications. Academic Press San Diego (1994)
- [14] A. Quinquis, S. Rossignol, *Noise reduction with a noise reference of underwater magnetic signals*, Digital Signal Processing : A Review Journal, vol. 6, n°4, pp240-248, Oct.1996.
- [15] G. Saporta, *Probabilités, analyse des données et statistique*, Editions Technip, 1990

Manuscrit reçu le 17 juin 1997.

L' AUTEUR

André Quinquis



André Quinquis est né à BREST en 1961. Il a obtenu son doctorat en électronique de l'Université de Bretagne Occidentale en 1989. De 1989 à 1992, il était à l'Ecole Navale en tant qu'enseignant chercheur en traitement du signal. Depuis 1992, il a rejoint l'Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs des Etudes et des Techniques d'Armement (ENSIETA, Brest), où il enseigne le traitement du signal et développe une activité de recherche orientée vers la théorie de la décision dans des environnements non stationnaires à partir des méthodes temps-échelle et temps-fréquence. Depuis juillet 1996, il est auteur de 4 ouvrages de traitement du signal publiés chez HERMES.