

Contribution au schéma hiérarchique de Berkner pour l'approximation de la transformée en ondelettes : application à la mesure électromyographique du temps de latence du muscle génioglosse

Contribution to the Berkner scheme for the approximation of the continuous wavelet transform: application to the measure of the latency time of the genioglossus muscle

par S. MEIGNEN*, P.Y. GUMÉRY**, H. ROUX-BUISSON**

* Laboratoire LMC-IMAG, 51, rue des mathématiques, B.P. 53, 38041 Grenoble cedex 9.

** Laboratoire TIMC-IMAG, Bâtiment Jean Roget, Domaine de La Merci, 38700 La Tronche.

résumé et mots clés

La transformée continue en ondelettes est un outil très utilisé pour la détection de transitions dans les signaux. Elle permet un choix souple des échelles pertinentes vis à vis des objectifs de détection et de localisation des événements. Nous introduisons ici une approximation de la transformée continue en ondelettes, la transformée de Berkner, pour laquelle nous proposons une formule de reconstruction originale du signal. Nous appliquons ensuite cette transformée à la construction d'un détecteur d'événements réflexes dans les signaux EMG. Les échelles pertinentes utilisées par le détecteur sont sélectionnées en utilisant la formule de reconstruction.

La mesure électromyographique (EMG) du temps de latence réflexe du muscle génioglosse en réponse à l'application d'une pression pharyngée négative est d'un grand intérêt dans l'étude physiopathologique du syndrome d'apnée du sommeil. Cette activité réflexe est un mélange complexe de signaux transitoires non prédictibles apparaissant dans une activité de fond stationnaire bruitée par des transitoires parasites. Le détecteur proposé permet une détection robuste de l'événement réflexe et une estimation précise du temps d'occurrence. Une analyse statistique des performances du détecteur sur signaux synthétiques est présentée ainsi qu'une illustration de détection sur des EMG réels.

Décomposition multi-échelles, transformée de Berkner, signaux EMG, lignes de maxima, détection, transitoires.

The continuous wavelet transform is widely used in signal processing. It enables to choose significant scales with respect to detection and localization purposes. Berkner transform is an approximation of the continuous wavelet transform for which we propose an original synthesis formula. We then build a detector of reflex activity in EMG signals using Berkner transform. The significant scales are determined through the use of the reconstruction formula. The electromyographic measurement of the reflex activity of the genioglossus muscle under stimulation is of great interest for the study of sleep apnea. The reflex activity is a complex mixture of unpredictable nonstationary events that are superimposed on a stationary background containing noisy transients. The detector of reflex activity we propose is both robust and accurate. We end up the paper with a statistical analysis of the detector performances on synthetic signals and we give an illustration of the method on real signals.

Multiscale decomposition, Berkner transform, EMG signals, maxima lines, detection, transients.

1. introduction

La transformée en ondelettes est un outil largement utilisé dans les applications de détection de transitoires ou de transitions dans les signaux (rupture de modèle). Une des raisons de ce choix est la capacité de cette transformation à localiser en temps ces événements. Les détecteurs fondés sur cette représentation utilisent alors les variations d'énergie et (ou) de fréquence liées aux événements. On trouve dans le domaine des signaux biomédicaux des études qui traitent des ECG [10], des EEG [18], des potentiels évoqués [19] et des EMG [12][13]. Hormis le seul champ des applications biomédicales, des travaux antérieurs ont analysé la possibilité de détecter des signaux transitoires de formes incertaines dans un bruit blanc gaussien [9][7][8] à partir d'un seuillage d'une statistique fondée sur les seuls coefficients de la transformée en ondelettes. Ces études permettent une meilleure localisation des événements que les approches fondées sur une analyse directe du signal dans le domaine temporel. Certains détecteurs utilisent l'analyse des variations de caractéristiques des lignes de maxima engendrées par les événements à détecter [16][15][1]. Liu [14] a démontré que cette approche permet, dans le cas de la détection de transitoires dans un bruit en $\frac{1}{f}$, de réduire le coût de calcul sans affecter les performances de la détection.

De manière plus générale, la détection temps-échelle nécessite d'identifier avec précision la gamme d'échelles correspondant aux événements à détecter. L'identification des échelles est en général menée de façon empirique. Nous proposons dans cet article une formule originale de reconstruction dans le cas de la transformée de Berkner qui approxime la transformée continue en ondelettes. L'analyse de l'erreur de reconstruction permet de choisir sur un critère non empirique les échelles pertinentes pour les événements à détecter. Nous souhaitons également souligner par cet article, l'intérêt de l'approximation de Berkner qui permet une construction simple des lignes de maxima dans le plan temps-échelle [4].

Nous appliquons cette transformée et la formule de reconstruction originale à un problème de détection soulevé par la mesure du temps de latence réflexe du muscle génio-glosse en réponse à l'application d'une dépression pharyngée. Cette mesure est d'un grand intérêt dans l'étude physiopathologique du syndrome d'apnée du sommeil. Celui-ci est caractérisé par l'apparition récurrente d'épisodes de collapsus des voies aériennes supérieures durant le sommeil. Des études physiopathologiques tendent à montrer un lien entre temps de latence réflexe du génio-glosse et sévérité de l'apnée [6]. Les méthodes existantes pour la détection des contractions musculaires [11][12][13] sont en général fondées sur une hypothèse de stationnarité par morceaux des événements EMG. Nous avons constaté que le signal réflexe EMG engendré par une dépression pharyngée présente souvent un caractère non stationnaire. Dans ce travail, nous nous proposons donc d'assimiler le signal réflexe à un mélange complexe non prédictible de transitoires (transitoires réflexes) superposés localement à un fond d'activité EMG d'amplitude plus faible. La détection et la localisation de l'événement sont rendues délicates par la présence de signaux transitoires parasites dus à l'instabilité des électrodes de surface employées et apposées sur le plancher de la bouche. La présence d'un certain nombre de transitoires parasites spectralement distincts des transitoires réflexes plaide en faveur d'une détection multi-échelles.

N.N Arikidis a proposé récemment [2] une analyse d'un signal EMG à l'aide des maxima d'une transformée en ondelettes, en utilisant la dérivée première d'une B-spline cubique, pour une aide au diagnostic de maladies neuromusculaires. L'objectif est la détection des fronts associés à l'occurrence d'un potentiel d'action généré par une unité motrice du muscle et la comptabilisation du nombre de maxima par échelle pertinente. Les potentiels d'action y sont assimilés à des transitoires non prédictibles. Dans notre application le signal EMG est prélevé à l'aide d'électrodes de surface et correspond à une sommation spatio-temporelle de potentiels d'action émis par les unités motrices recrutées lors des contractions du muscle génio-glosse. Ceci génère le mélange complexe de transitoires observés lors du réflexe. Le détecteur que nous proposons s'appuie sur l'utilisation des

lignes de maxima et permet de composer avec deux aspects antagonistes. Le premier est l'utilisation d'un nombre suffisant d'échelles pour conférer à la détection des caractéristiques de robustesse ; le second est la préservation de la précision de localisation des événements et donc de la mesure du temps de latence par l'utilisation des informations contenues dans les plus fines échelles.

Notre présentation est organisée en trois parties. Dans la première, nous rappelons la transformée de Berkner que nous modifions pour expliciter les relations permettant la construction des lignes de maxima et enfin proposer l'écriture d'une formule originale de reconstruction. Dans la seconde partie, nous décrivons le problème posé par notre application et notre structure de détection. Dans la troisième partie, nous élaborons des signaux de synthèse sur la base de modèles autorégressifs construits à partir de signaux réels. Nous déterminons alors sur simulations et par analyses statistiques les valeurs optimales des paramètres de notre détecteur. Afin de caractériser les performances de détection nous analysons les probabilités de détection, de fausses alarmes et de non détection. Nous évaluons ensuite la précision d'estimation du temps de latence réflexe. Nous présentons enfin quelques résultats sur signaux réels.

2. transformée de Berkner

La transformée de Berkner [4] repose sur la propriété d'approximation suivante des coefficients binomiaux qui résulte du théorème central limite (lorsque $N \rightarrow +\infty$) :

$$\rho_N(j) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\frac{\sqrt{N}}{2}} e^{-\frac{1}{2}((j - \frac{N}{2})/(\frac{\sqrt{N}}{2}))^2} \quad (1)$$

où la séquence binomiale d'ordre N $\rho_N(j)$ est :

$$\rho_N(j) = \begin{cases} \frac{1}{2^N} C_N^j & \text{si } 0 \leq j \leq N \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

En utilisant le même type d'arguments (théorème central limite), et en notant $\rho = \{1, -1\}$, on peut montrer que la séquence :

$$\begin{aligned} \rho_N^r(j) &= \begin{cases} \sum_{l=0}^r (-1)^l C_r^l \rho_N(j-l) & \text{si } 0 \leq j \leq N \\ 0 & \text{si } j \notin [0, N] \end{cases} \\ &= \underbrace{\rho * \dots * \rho}_r * \rho_N(j) \end{aligned} \quad (3)$$

approxime la dérivée rième de la Gaussienne $\frac{1}{\sqrt{\frac{\pi N}{2}}} \exp(-\frac{x^2}{2})$ aux

points $x = \frac{j - \frac{N+r}{2}}{\frac{\sqrt{N}}{2}}$ lorsque $N \rightarrow \infty$.

D'après la formule de décomposition des coefficients binomiaux (« triangle de Pascal »), les éléments de la suite $\rho_{N+1}^r(j)$ au rang $N+1$ s'obtiennent facilement en fonction du rang précédent selon la formule de récurrence suivante :

$$\rho_{N+1}^r(j) = \frac{1}{2}(\rho_N^r(j) + \rho_N^r(j-1))$$

La relation est aussi vraie pour $r=0$ en posant $\rho_N^0 = \rho_N$.

2.1. décomposition d'un signal et propriétés des extrema locaux

Berkner dans [4] considère la décomposition d'un signal f discret au rang N donnée par la séquence $\bar{c}_N^r(k) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \rho_N^r(j) f(k+j)$. Cette séquence vérifie la relation de récurrence $\bar{c}_{N+1}^r(k) = \frac{1}{2}[\bar{c}_N^r(k+1) + \bar{c}_N^r(k)]$. En adoptant la définition suivante pour les extrema locaux de \bar{c}_N^r :

Définition 1 $\bar{c}_N^r(k)$ est un *extremum local* à l'échelle N , si :

$$\begin{aligned} &\bar{c}_N^r(k) > 0 \text{ et } \bar{c}_N^r(k-1) < \bar{c}_N^r(k) \geq \bar{c}_N^r(k+1) \\ &\text{ou } \bar{c}_N^r(k) > 0 \text{ et } \bar{c}_N^r(k-1) \leq \bar{c}_N^r(k) > \bar{c}_N^r(k+1) \\ &\text{ou } \bar{c}_N^r(k) < 0 \text{ et } \bar{c}_N^r(k-1) > \bar{c}_N^r(k) \leq \bar{c}_N^r(k+1) \\ &\text{ou } \bar{c}_N^r(k) < 0 \text{ et } \bar{c}_N^r(k-1) \geq \bar{c}_N^r(k) < \bar{c}_N^r(k+1) \end{aligned}$$

il a été énoncé par Berkner dans [5] que si l'on a un extrema au rang $N+1$ en k alors celui-ci provient d'un extrema se situant au rang N en k ou en $k-1$. Les extrema forment alors, lorsque N varie, des lignes dans le plan temps-échelles appelées lignes de maxima.

2.2. modification du schéma et propriétés

Avec le schéma proposé par Berkner, on observe un décalage vers la gauche des lignes de maxima lorsque N augmente ce qui n'apparaît pas dans les représentations de lignes de maxima proposées dans [5]. Pour pallier ce décalage, nous décalons le filtre de $\lfloor \frac{N+r}{2} \rfloor$ à gauche où $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne la partie entière. On a donc la séquence :

$$\begin{aligned} c_N^r(k) &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{\rho}_N^r(j) f(k+j) \\ &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} \frac{1}{2} \rho_N^r(j + \lfloor \frac{N+r}{2} \rfloor) f(k+j) \quad (4) \\ &= \frac{1}{2} \bar{c}_N^r(k - \lfloor \frac{N+r}{2} \rfloor) \end{aligned}$$

Pour notre schéma de décomposition, la relation de récurrence permettant de passer du rang N au rang $N+1$ est alors la suivante :

Propriété 1 Si $N+r$ est pair, on a :

$$c_N^r(k) = \frac{1}{2} (c_{N-1}^r(k) + c_{N-1}^r(k-1))$$

Si $N+r$ est impair, on a :

$$c_N^r(k) = \frac{1}{2} (c_{N-1}^r(k) + c_{N-1}^r(k+1))$$

ce qui induit

Preuve : En effet, comme :

$$c_N^r(k) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{\rho}_N^r(j) f(k+j),$$

dans le cas où $N+r$ est pair :

On a $\lfloor \frac{N-1+r}{2} \rfloor = \lfloor \frac{N+r}{2} \rfloor - 1$ d'où :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_N^r(j) &= \frac{1}{2} \rho_N^r(j + \frac{N+r}{2}) \\ &= \frac{1}{4} (\rho_{N-1}^r(j-1 + \frac{N+r}{2}) + \rho_{N-1}^r(j + \frac{N+r}{2})) \\ &= \frac{1}{2} (\tilde{\rho}_{N-1}^r(j) + \tilde{\rho}_{N-1}^r(j+1)) \end{aligned}$$

d'où, l'on déduit :

$$\begin{aligned} c_N^r(k) &= \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathbb{Z}} (\tilde{\rho}_{N-1}^r(j) + \tilde{\rho}_{N-1}^r(j+1)) f(j+k) \\ &= \frac{1}{2} (c_{N-1}^r(k) + c_{N-1}^r(k-1)) \end{aligned}$$

De la même façon, on obtient le résultat pour $N+r$ impair. Intéressons maintenant à la relation liant les coefficients d'ordre r aux coefficients d'ordre $r-1$. Nous avons la propriété suivante :

Propriété 2

Si $N+r$ est pair, on a : $c_N^r(k) = c_N^{r-1}(k-1) - c_N^{r-1}(k)$
 Si $N+r$ est impair, on a : $c_N^r(k) = c_N^{r-1}(k) - c_N^{r-1}(k+1)$

Preuve : on a

$$\tilde{\rho}_N^r(j) = \rho_N^r(j + \lfloor \frac{N+r}{2} \rfloor)$$

Dans le cas où $N+r$ est pair et en utilisant le fait que $\rho_N^r = \rho * \rho_N^{r-1}$ on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_N^r(j) &= \rho_N^r(j + \frac{N+r}{2}) \\ &= \rho_N^r(j + \frac{N+r}{2}) - \rho_N^r(j-1 + \frac{N+r}{2}) \\ &= \rho_N^r(j+1 + \lfloor \frac{N+r-1}{2} \rfloor) - \rho_N^r(j + \lfloor \frac{N+r-1}{2} \rfloor) \\ &= \tilde{\rho}_N^{r-1}(j+1) - \tilde{\rho}_N^{r-1}(j) \end{aligned}$$

d'où il vient que :

$$c_N^r(k) = c_N^r(k-1) - c_N^{r-1}(k)$$

L'égalité dans le cas $N+r$ impair s'obtient de manière analogue.

2.3. propriétés des extrema locaux de la séquence $c_N^r(k)$

En adoptant la même définition des extrema locaux qu'en Définition 1, nous rappelons les propriétés permettant de définir les lignes de maxima associées à notre décomposition.

Propriété 3 Si $c_{N-1}^r(k)$ est un extremum local, alors les extrema éventuels de même nature au rang N sont à chercher dans $\{k-1, k\}$ si $N+r$ impair ou dans $\{k, k+1\}$ sinon.

Preuve :

premier cas : $N+r$ pair

Les coefficients faisant intervenir l'extremum local $c_{N-1}^r(k)$ sont :

$$c_N^r(k) = \frac{1}{2} (c_{N-1}^r(k) + c_{N-1}^r(k-1))$$

$$c_N^r(k+1) = \frac{1}{2} (c_{N-1}^r(k+1) + c_{N-1}^r(k))$$

L'extremum se propage donc, si l'un de ces deux coefficients reste extremum au rang N .

deuxième cas : $N + r$ impair

Les coefficients faisant intervenir l'extremum local $c_{N-1,k}^r$ sont :

$$c_N^r(k) = \frac{1}{2}(c_{N-1}^r(k) + c_{N-1}^r(k+1))$$

$$c_N^r(k-1) = \frac{1}{2}(c_{N-1}^r(k-1) + c_{N-1}^r(k)),$$

d'où la conclusion.

Inversement, il est important de constater que l'on ne crée pas d'extrema, lorsque le rang N augmente.

Propriété 4 Si $c_N^r(k)$ est un extremum local, alors on avait obligatoirement un extremum de même nature au rang $N - 1$ en k ou en $k - 1$ si $N + r$ est pair et en k ou en $k + 1$ si $N + r$ est impair.

La démonstration se trouve en annexe 1.

Avec un tel schéma, deux lignes de maxima ne peuvent jamais se fondre en une seule. En effet, pour que deux chaînes se joignent au rang N , ceci implique qu'au rang $N - 1$, les extrema associés soient situés en deux points voisins et correspondent respectivement à un minimum et un maximum ; il n'est donc pas possible que ceux-ci se confondent au rang N , étant donné que la nature des extrema doit être préservée le long d'une chaîne. Nous en déduisons la propriété qu'à tout extremum au rang N , on peut associer un unique extremum au rang $N = 0$. Pour illustrer la modification apportée au schéma initial de Berkner

sur les les lignes de maxima, nous montrons sur un exemple simple (cf. figure 1) l'évolution des extrema des séquences \bar{c}_N^r et c_N^r avec N , dans le cas $r = 1$. Pour être cohérent avec la formule d'approximation (1) l'échelle considérée en ordonnée est graduée par $\frac{\sqrt{N}}{2}$. Nous voyons sur cet exemple que le schéma que nous proposons supprime le décalage des lignes de maxima vers la gauche dans le plan temps-échelles.

2.4. formule de reconstruction du signal

Nous proposons ici de nouvelles formules de reconstruction du signal f et de ses dérivées à partir des coefficients c_N^r et d'une séquence d_N^r que nous allons introduire. Pour tout signal f discret définissons :

$$\text{Pour tout } r \geq 2 \quad d_{-1}^r(k) = 2 * c_0^{r-1}(k)$$

$$\text{et si } r = 1 \quad d_{-1}^r(k) = f(k)$$

et

$$d_N^r(k) = \frac{1}{2}(d_{N-1}^r(k) + d_{N-1}^r(k-1))$$

si $N + r$ pair et $N \in \mathbb{N}$

$$d_N^r(k) = \frac{1}{2}(d_{N-1}^r(k) + d_{N-1}^r(k+1))$$

si $N + r$ impair et $N \in \mathbb{N}$

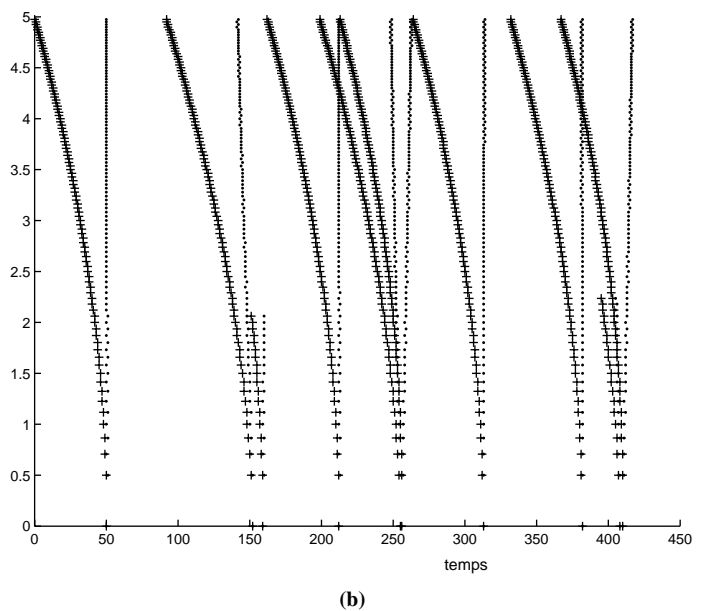
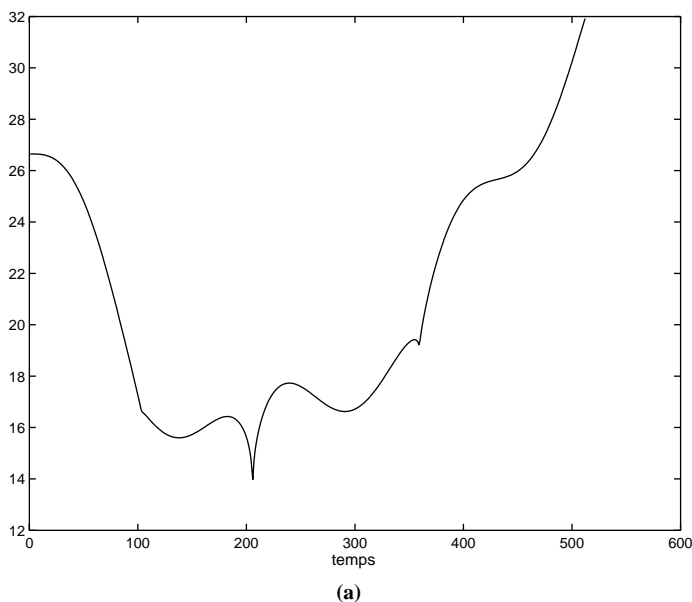


Figure 1. – (a) : Un exemple de signal, (b) : les lignes de maxima correspondant à la décomposition de Berkner originale (symbole '+') et les lignes correspondant à la décomposition proposée (symbole '.').

Propriété 5 Les suites d_N^r et c_N^r satisfont la relation de récurrence suivante :

$$\begin{aligned} \text{si } N + r \text{ impair alors } d_N^r(k) + c_N^r(k) &= d_{N-1}^r(k) \\ \text{si } N + r \text{ pair alors } d_N^r(k) + c_N^r(k) &= d_{N-1}^r(k-1) \end{aligned}$$

Preuve : Pour $N = 0$, si r est pair on a :

$$\begin{aligned} d_0^r(k) &= \frac{1}{2} (d_{-1}^r(k) + d_{-1}^r(k-1)) = c_0^{r-1}(k) + c_0^{r-1}(k-1) \\ &= 2 * c_0^{r-1}(k-1) + (c_0^{r-1}(k) - c_0^{r-1}(k-1)) \\ &= d_{-1}^r(k-1) - c_0^r(k) \end{aligned}$$

La dernière égalité étant déduite de la propriété 2. De la même façon si r est impair :

$$\begin{aligned} d_0^r(k) &= \frac{1}{2} (d_{-1}^r(k) + d_{-1}^r(k+1)) = c_0^{r-1}(k) + c_0^{r-1}(k+1) \\ &= 2 * c_0^{r-1}(k) + (c_0^{r-1}(k+1) - c_0^{r-1}(k)) \\ &= d_{-1}^r(k) - c_0^r(k) \end{aligned}$$

Supposons alors la propriété vérifiée au rang N :

$$\begin{aligned} \text{si } N + r \text{ impair alors } d_N^r(k) + c_N^r(k) &= d_{N-1}^r(k) \\ \text{si } N + r \text{ pair alors } d_N^r(k) + c_N^r(k) &= d_{N-1}^r(k-1) \end{aligned}$$

Alors au rang $N + 1$:

Si $N + 1 + r$ est pair :

$$\begin{aligned} d_{N+1}^r(k) &= \frac{1}{2} (d_N^r(k) + d_N^r(k-1)) \\ &= \frac{1}{2} (d_{N-1}^r(k) - c_N^r(k) + d_{N-1}^r(k-1) - c_N^r(k-1)) \\ &= d_{N-1}^r(k-1) - c_{N+1}^r(k) \end{aligned}$$

De la même manière, si $N + 1 + r$ est impair :

$$\begin{aligned} d_{N+1}^r(k) &= \frac{1}{2} (d_N^r(k) + d_N^r(k+1)) \\ &= \frac{1}{2} (d_{N-1}^r(k-1) - c_N^r(k) + d_{N-1}^r(k) - c_N^r(k+1)) \\ &= d_{N-1}^r(k) - c_{N+1}^r(k) \end{aligned}$$

Ce qui achève la démonstration.

On peut alors écrire une formule de synthèse des coefficients initiaux d'ordre $r - 1$ à partir des coefficients d'ordre r selon les formules suivantes :

Corollaire 1 si $r \geq 2$

Si r est impair :

$$c_0^{r-1}(k) = \frac{1}{2} \left[d_N^r(k + \lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor) + \sum_{l=0}^N c_l^r(k + \lfloor \frac{l+1}{2} \rfloor) \right]$$

Si r est pair :

$$c_0^{r-1}(k) = \frac{1}{2} \left[d_N^r(k + \lfloor \frac{N+2}{2} \rfloor) + \sum_{l=0}^N c_l^r(k + \lfloor \frac{l+2}{2} \rfloor) \right]$$

Une cas particulier est obtenu pour $r = 1$ pour lequel nous avons :

$$f(k) = d_N^1(k + \lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor) + \sum_{l=0}^N c_l^1(k + \lfloor \frac{l+1}{2} \rfloor)$$

La séquence $\frac{1}{2}d_N^r(k)$ peut être vue, lorsque N est grand, comme

le produit du signal c_0^{r-1} avec une Gaussienne d'écart type $\frac{\sqrt{N}}{2}$ (ceci découle directement des propriétés asymptotiques de ρ_N décrites en section 2). Par ailleurs, on peut montrer que les coefficients $\frac{1}{2}d_N^r(k)$ tendent vers la valeur moyenne de c_0^{r-1} . Tout

d'abord, remarquons que $\sum \frac{1}{2}d_N^r(k) = \sum c_0^{r-1}(k) = E(c_0^{r-1})$.

Puis étudions la décroissance de la série $\sum d_N^r(k)^2$ avec N . Plaçons nous dans le cas $N + r$ pair (l'autre cas étant analogue) et écrivons :

$$\begin{aligned} \sum d_N^r(k)^2 &= \frac{1}{4} \left[\sum (d_{N-1}^r(k) + d_{N-1}^r(k-1))^2 \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[2 \sum d_{N-1}^r(k)^2 + 2 \sum d_{N-1}^r(k)d_{N-1}^r(k-1) \right] \\ &\leq \sum d_{N-1}^r(k)^2 \end{aligned}$$

L'inégalité étant une égalité si et seulement si $\sum (d_{N-1}^r(k) - d_{N-1}^r(k-1))^2 = 0$, ce qui implique que les coefficients sont

tous égaux. La suite $\frac{1}{4} \sum d_N^r(k)^2$ indicée par N est décroissante et positive donc convergente et sa limite est $E(c_0^{r-1})^2$ (on remarque que la suite est minorée par $E(c_0^{r-1})^2$ et on prouve ensuite le résultat par l'absurde en supposant la limite strictement plus grande que $E(c_0^{r-1})^2$, ce qui correspond au cas où les coefficients $d_N^r(k)$ sont tous égaux à $2 * E(c_0^{r-1})$). On peut donc écrire, pour N suffisamment grand, que :

$$c_0^{r-1}(k) \approx \frac{1}{2} \left[E(2 * c_0^{r-1}) + \sum_{l=0}^N c_l^r(k + \lfloor \frac{l+\varepsilon}{2} \rfloor) \right] \quad (5)$$

avec $\varepsilon = 1$ si r est impair et 2 sinon. Un cas particulier est obtenu lorsque $r = 1$ pour lequel nous avons l'approximation suivante :

$$f(k) \approx E(f) + \sum_{l=0}^N c_l^r(k + \lfloor \frac{l+1}{2} \rfloor) \quad (6)$$

3. algorithme de détection de l'événement EMG réflexe et d'estimation du temps de latence

3.1. positionnement du problème : le modèle de signal EMG

Les observations expérimentales nous conduisent à considérer le modèle de signal suivant :

$$f(k) = s(k) + \sum_{i=1}^n s_i(k - \tau_i) + \sum_{i=1}^m \Delta_i(k - \theta_i) + \sum_{i=1}^p \Delta'_i(k - \theta'_i) \quad (7)$$

où s est une activité EMG de fond, s_i correspond à un transitoire réflexe à détecter, Δ_i et Δ'_i correspondent à des transitoires parasites (artefacts). Le signal $s(k)$ est un processus gaussien stationnaire, sa durée est déterminée par le protocole expérimental. Le signal réflexe est un mélange complexe de transitoires $s_i(k)$. Les paramètres τ_i représentent les occurrences des transitoires de l'activité réflexe. La présence du signal réflexe n'affecte pas significativement la répartition spectrale du signal $s(k)$ mais en augmente l'énergie. Les transitoires parasites Δ_i et Δ'_i ont des occurrences θ_i et θ'_i imprévisibles et leur répartition temporelle suit une loi de Poisson. Nous avons constaté qu'en moyenne deux événements parasites se produisent par seconde. La loi de Poisson est donc affectée d'une intensité $\alpha = 2$ avec $\frac{1}{\alpha}$ très grand devant la durée de ces événements. Ceci induit une probabilité de recouvrement faible ($< 2 \cdot 10^{-4}$). Les transitoires parasites sont de formes inconnues mais ils présentent un nombre d'extrema inférieur à 4. Leur amplitude est supérieure ou égale à celle des transitoires réflexes s_i . Les transitoires parasites Δ'_i ont un contenu spectral plus basse fréquence que les transitoires réflexes tandis que les transitoires Δ_i s'avèrent très proches en fréquence des transitoires réflexes.

3.2. principe de la détection

Tous les signaux à analyser répondent à un protocole expérimental précis. Chaque patient fait l'objet de vingt stimuli ; le temps de latence retenu est une moyenne des temps de réaction mesurés sur ces réalisations. Les durées des stimuli sont choisies bien inférieures à la période d'application de ceux-ci. Ce protocole permet d'établir qu'à l'instant d'application k_i du stimulus numéro i le signal EMG se réduit, hormis la présence d'artefacts, à la seule activité de fond (*i.e.* $s(k)$). On observe, pour chaque réalisation, le signal sur un segment allant du temps $k_i - T_1$ au temps $k_i + T_2$. Sur ce segment, en l'absence d'artefacts, on obtient le séquençement d'événements EMG suivant :

$$\begin{aligned} k \in [k_i - T_1, k_i] & \quad f(k) = s(k) \\ k \in [k_i, k_i + \tau] & \quad f(k) = s(k) \\ k \in [k_i + \tau, k_i + T_2] & \quad f(k) = s(k) + \sum_{j=1}^n s_j(k - \tau_j) \end{aligned}$$

τ représente alors le temps de latence réflexe de la réalisation numéro i .

Comme indiqué en introduction, des solutions [11][12] ont été décrites pour la détection d'événements correspondants à des contractions musculaires. Celles-ci sont fondées sur une hypothèse de stationnarité par morceaux du signal et utilisent un rapport de maximum de vraisemblance calculé entre deux hypothèses estimées de part et d'autre de l'échantillon analysé. Les paramètres d'hypothèses sont les matrices de covariance construites à partir d'une décomposition multi-échelles du signal. Dans notre problème l'événement réflexe n'affiche pas un caractère stationnaire et nous l'avons assimilé à un mélange inconnu de transitoires (potentiels d'actions élémentaires) se superposant, au temps τ , au fond s . L'objectif est donc la détection d'un nombre inconnu de transitoires réflexes utiles. Une approche classiquement employée pour la détection de transitoires [3] consiste à utiliser des détecteurs élémentaires opérant sur une fenêtre temporelle d'observation de longueur supérieure ou égale à la durée des événements. Semblablement, nous utiliserons une fenêtre d'observation dont la longueur nous permettra sur un critère de nombre d'extrema, une distinction entre les deux types de transitoires.

Les contraintes liées à une localisation précise des événements et la présence de transitoires ayant une décomposition distinctes des transitoires réflexes nous a conduit à utiliser une statistique de décision fondée sur une transformée en ondelettes. Nous avons décomposé notre détecteur en deux étapes. La première étape (étape 1) consiste en la détection et la localisation (dans le segment $[k_i, k_i + T_2]$) d'extrema significativement distincts sur le plan énergétique de ceux générés par le signal de fond s et donc susceptibles d'appartenir à un des types de transitoires. L'analyse est donc restreinte à celle des lignes de maxima de la

décomposition ; ceci permet une cohérence dans le suivi des événements au travers des échelles et la préservation de l'information de localisation. Chaque ligne est repérée par son indice à la plus petite échelle et vérifie l'une des trois hypothèses suivantes :

- $H_0(k)$: la ligne de maxima d'origine k correspond au signal s
- $H_1(k)$: la ligne de maxima d'origine k appartient à un transitoire réflexe
- $H_2(k)$: la ligne de maxima d'origine k appartient à un transitoire parasite

Sur le simple critère énergétique, il est impossible de décider entre les hypothèse H_1 et H_2 ; ceci aura pour effet d'augmenter le taux de fausses alarmes. L'idée est donc de compléter l'étape 1 par un test (étape 2) qui utilise un critère supplémentaire. Ce critère nous est donné par le nombre de lignes de maxima contenues dans la fenêtre temporelle d'observation. Ce nombre est plus faible pour un transitoire parasite (transitoire isolé) qu'il ne l'est pour un événement réflexe (mélange de transitoires).

3.3. algorithme de détection et de classification de transitoires

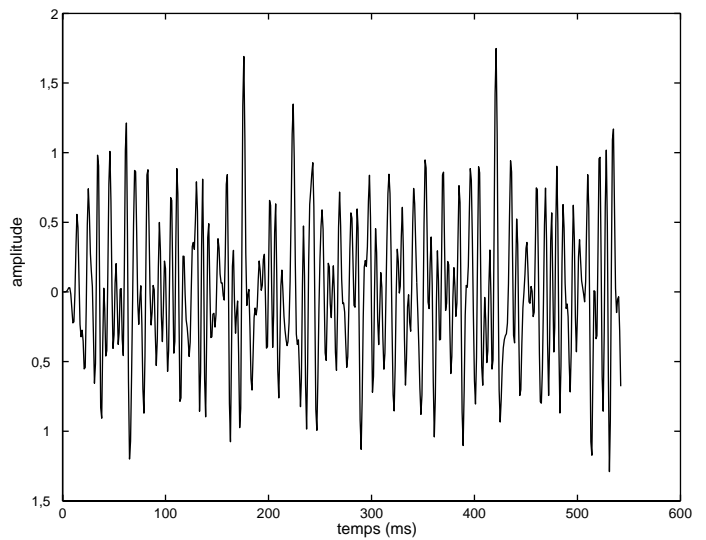
a) caractérisation de l'activité de fond s à l'aide des extrema de la décomposition

Nous nous intéressons à la reconstruction du signal s de moyenne nulle correspondant à partir des extrema de la transformée de Berkner et dans le cas $r = 1$. En notant c_j^1 la transformée de Berkner au rang j , il s'agit d'étudier le comportement de :

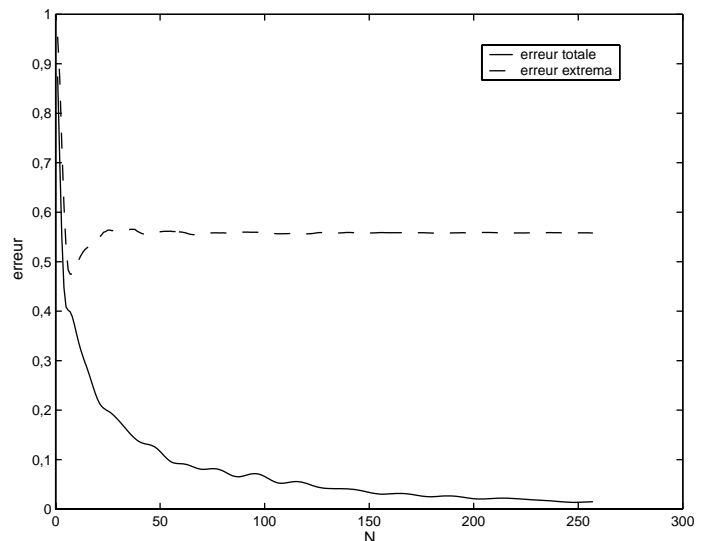
$$\tilde{s}_N(k) = \sum_{j=0}^N \tilde{c}_j^1(k + \lfloor \frac{j+1}{2} \rfloor) \tag{8}$$

avec $\tilde{c}_j^1(k + \lfloor \frac{j+1}{2} \rfloor) = c_j^1(k + \lfloor \frac{j+1}{2} \rfloor)$ dans le cas d'un extremum local et 0 sinon. On présente en figure 2 (a) un signal s de synthèse (cf. § 4.1) et en figure 2 (b) l'erreur l_2 commise lorsque l'on approxime s en utilisant la formule (6) ou la formule (8). En supposant le signal s à support dans $[0, M - 1]$ l'erreur d'approximation au sens l_2 de s par g est mesurée par :

$$\sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{M-1} (s(k) - g(k))^2}{\sum_{k=0}^{M-1} s(k)^2}}$$



(a)



(b)

Figure 2. – (a) : Signal EMG synthétisé, (b) : erreur l_2 en n'utilisant que les extrema pour la reconstruction (en pointillé) et erreur l_2 lorsque l'on utilise tous les coefficients.

La formule d'approximation (6) conduit à une erreur négligeable lorsque N est suffisamment grand, en accord avec l'étude développée en section 2.4. En revanche, on note en comparant les deux courbes de la figure 2 (b) que la décroissance de l'erreur l_2 dans (6) est principalement due aux extrema pour N petit. La diminution très rapide du nombre et de l'amplitude des extrema avec N entraîne que ceux-ci ne sont plus représentatifs du comportement du signal. Ceci nous donne un critère numérique pour décider de la gamme d'échelles sur laquelle les maxima ont, pour un événement donné, une présence significative.

Pour chaque signal analysé, on détermine le rang N_0 pour lequel l'erreur l_2 de reconstruction en utilisant uniquement les extrema est minimale. Lorsque N est grand, il est normal d'observer une stagnation de l'erreur de reconstruction car les extrema ne sont plus significatifs. Le fait que l'erreur décroisse rapidement pour N petit est lié au fait que les plus hautes fréquences du signal sont bien détectées par les lignes de maxima étudiées. Une étude est en cours pour montrer pourquoi dans le cas des signaux étudiés l'erreur l_2 de reconstruction en utilisant les lignes de maxima passe par un minimum.

b) étape 1 : réjection de l'hypothèse H_0

Le signal s étant gaussien, les coefficients $c_N^1(k)$ le sont aussi. Nous avons vérifié alors numériquement que la distribution des extrema de c_N^1 est aussi gaussienne. Soit L l'ensemble des lignes de maxima sur la partie prestimulus du signal $[k_i - T_1, k_i]$ du signal $s(k)$. Définissons pour tout $l \in L$ telle que la longueur de la ligne l soit supérieure ou égale à p :

$$D_{l,p} = \sum_{(k,N) \in l, N < p} (c_N^1(k))^2 \quad (9)$$

La variable $D_{l,p}$ suit alors une loi du type $\sigma^2 \chi_2$. Le nombre de degré de liberté L_p ainsi que la variance σ_p^2 peuvent être estimées par la loi des moments, selon :

$$\begin{aligned} \widehat{L}_p &= Ar \left[\frac{2 \widehat{moy}(D_{l,p})^2}{\widehat{var}(D_{l,p})} \right] \\ \widehat{\sigma}_p^2 &= \frac{\widehat{var}(D_{l,p})}{2 \widehat{moy}(D_{l,p})} \end{aligned} \quad (10)$$

où Ar désigne l'entier le plus proche.

Supposons que l'on ait décomposé notre signal jusqu'au rang N_0 , et estimé $(\widehat{L}_p, \widehat{\sigma}_p^2)_{p \in \{1, \dots, N_0+1\}}$; étant donné une probabilité Pr , il existe une valeur λ_p telle que si $D_{l,p} \geq \lambda_p$ alors $D_{l,p}$ ne suit pas la loi du $\widehat{\sigma}_p^2 \chi_2$ à \widehat{L}_p degré de liberté avec la probabilité Pr . Soit une probabilité Pr et la famille des seuils $(\lambda_p)_{p \in \{1, \dots, N_0+1\}}$ associés. Nous disons alors qu'une ligne de maxima l de longueur p_l vérifie l'hypothèse H_0 si :

$$I_l = \frac{\text{card}(\{p \leq \min(N_0 + 1, p_l), D_{l,p} \geq \lambda_p\})}{\min(N_0 + 1, p_l)} \leq 0.5 \quad (11)$$

ce qui signifie que sur cette ligne de maxima la variable $D_{l,p}$ satisfait la loi du χ_2 pour plus de la moitié des rangs inférieurs

à N_0 considérés. Dans le cas où l'hypothèse H_0 n'est pas vérifiée par une ligne de maxima nous considérons que cette dernière appartient à un transitoire. Il nous faut alors décider entre H_1 et H_2 .

c) étape 2 : discrimination des transitoires parasites et de l'activité réflexe

La discrimination de l'activité réflexe et des artefacts se fonde sur la constatation que celle-ci génère localement plus de lignes maxima ne vérifiant pas l'hypothèse H_0 que les artefacts. Pour chaque ligne de maxima l ne vérifiant pas l'hypothèse H_0 , on note son origine O_l (*i.e.* la localisation de la ligne pour $N = 0$) et l'on détermine le nombre de lignes sortant de l'hypothèse H_0 dans la fenêtre d'origine O_l et de taille a . On peut formaliser le critère de discrimination de la manière suivante :

$$J_l = \frac{\text{card}(\{j, O_j \in \{O_l, \dots, O_l + a - 1\} \text{ tel que } I_j > 0.5\})}{a} \quad (12)$$

En terme de décision, nous affecterons au temps de latence τ la valeur O_j dès que J_l dépassera un seuil β . Une analyse d'un grand nombre d'enregistrements réels nous a conduit à fixer les valeurs de paramètres à $a = 20$ ms et $\beta = 0.25$ (un réflexe compte au moins 5 lignes de maxima ne vérifiant pas H_0 pour un fenêtre de taille $a = 20$ ms, les signaux considérés étant échantillonnés à 1 kHz).

4. analyse des performances sur signaux synthétiques sans transitoires parasites

4.1. synthèse des signaux

Nous construisons des signaux à partir de modèles autorégressifs de signaux de fond réels ($s(k)$). Ces signaux ont été prélevés dans une base de données correspondant aux enregistrements obtenus sur un groupe de 7 patients apnéiques et un groupe de 7 sujets sains. Au total nous considérons 20 modèles différents. Les activités réflexes sont simulées en multipliant localement le signal par une fenêtre rectangulaire d'amplitude variable Δ_{ampli} . Le séquençement des événements simulés est donc le suivant :

$$\begin{aligned} k \in [k_i - T_1, k_i] & \quad f(k) = s(k) \\ k \in [k_i, k_i + \tau] & \quad f(k) = s(k) \\ k \in [k_i + \tau, k_i + T_2] & \quad f(k) = s(k) * \Delta_{ampli} \end{aligned}$$

Nous avons choisi une valeur de τ de 75 ms. Cette valeur correspond à la valeur moyenne des temps de latence mesurés sur la population des sujets analysés. Les valeurs de Δ_{ampli} sont choisies dans une gamme qui permet d'observer les variations de performances du détecteur. Les analyses statistiques sont menées sur 200 signaux (soit 10 réalisations par modèle).

4.2. analyse des performances de détection

Après avoir déterminé expérimentalement β et a de manière à discriminer les transitoires, nous regardons l'influence de Δ_{ampli} et de Pr sur les probabilités de non détection, de détection et de fausse alarme sur des signaux synthétiques. Pour chaque signal, on estime sur le segment $[k_i - T_1, k_i]$ les paramètres des lois de χ_2 correspondantes. On détecte alors sur le segment $[k_i, k_i + T_2]$ les lignes de maxima qui appartiennent à un événement réflexe puis on mesure le temps de latence $\tau_{estimate}$. On définit alors une fausse alarme par $\tau_{estimate} \in [0, \tau - a]$ et une bonne détection par $\tau_{estimate} \in [\tau - a, \tau + a]$ et enfin une non détection dans les cas contraires. Avec cette définition, nous avons la somme des probabilités de fausse alarme (PFA), de non détection (PND) et de détection (PD) égale à 1.

On représente dans le tableau 1 les différentes probabilités obtenues en fonction du paramètre Δ_{ampli} et de la probabilité Pr de

l'étape 1. Tout d'abord, nous avons constaté qu'il n'y avait pas de fausses alarmes dans les cas étudiés et nous n'avons donc pas représenté leur probabilité. Ce résultat était attendu car le détecteur a été conçu pour limiter au plus bas le taux de fausses alarmes, celles-ci agissant sur la précision d'estimation du temps de latence. Les non détections sont, toutes proportions gardées, moins préjudiciables dans la mesure où il est possible de réitérer une stimulation n'ayant pas entraîné de réponse réflexe significative. Le tableau 1 montre qu'une valeur $\Delta_{ampli} = 1.5$ permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour toutes les valeurs de Pr retenues. Par ailleurs, cette valeur correspond à une amplitude tout à fait réaliste de l'événement réflexe.

4.3. analyse des performances d'estimation du temps de latence

Après avoir vérifié la robustesse de la détection, il nous faut analyser si les performances d'estimation sont compatibles avec les objectifs physiologiques fixés. Les résultats du tableau 2 montrent une précision de localisation très satisfaisante pour une valeur de $\Delta_{ampli} = 1.5$ et $Pr = 0.99$. Cette valeur de Pr sera retenue pour l'analyse des signaux réels.

Tableau 1. – (a) : Probabilité de non détection de l'activité réflexe en fonction de Pr et Δ_{ampli} , (b) : probabilité de détection en fonction des mêmes paramètres.

PND	$\Delta_{ampli} = 1, 2$	$\Delta_{ampli} = 1, 5$	$\Delta_{ampli} = 1, 8$	$\Delta_{ampli} = 2, 1$	$\Delta_{ampli} = 2, 4$
$Pr = 0, 95$	0, 9000	0	0	0	0
$Pr = 0, 99$	0, 9100	0	0	0	0
$Pr = 0, 999$	0, 9150	0	0	0	0
$Pr = 0, 9999$	0, 8550	0	0	0	0

(a)

PD	$\Delta_{ampli} = 1, 2$	$\Delta_{ampli} = 1, 5$	$\Delta_{ampli} = 1, 8$	$\Delta_{ampli} = 2, 1$	$\Delta_{ampli} = 2, 4$
$Pr = 0, 95$	0, 1000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$Pr = 0, 99$	0, 0900	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$Pr = 0, 999$	0, 0850	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$Pr = 0, 9999$	0, 1450	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

(b)

Tableau 2. – (a) Écart moyen en ms au temps de détection souhaité, (b) : écart type associé au temps de détection moyen.

mo	$\Delta_{ampli} = 1,2$	$\Delta_{ampli} = 1,5$	$\Delta_{ampli} = 1,8$	$\Delta_{ampli} = 2,1$	$\Delta_{ampli} = 2,4$
$Pr = 0,95$	23,0000	1.0300	1.0350	1.4300	1.4300
$Pr = 0,99$	22,5789	0.7025	1.1200	1.2250	1.2250
$Pr = 0,999$	21,7091	0.4800	1.0200	1.1067	1.1067
$Pr = 0,9999$	22,1071	0.2700	0.9762	1.0438	1.0438

(a)

std	$\Delta_{ampli} = 1,2$	$\Delta_{ampli} = 1,5$	$\Delta_{ampli} = 1,8$	$\Delta_{ampli} = 2,1$	$\Delta_{ampli} = 2,4$
$Pr = 0,95$	15,5969	3.4099	1.7078	1.7666	1.7666
$Pr = 0,99$	14,0147	2.9250	1.3785	1.4455	1.4455
$Pr = 0,999$	13,4669	2.6091	1.1656	1.2211	1.2211
$Pr = 0,9999$	13,3001	2.3631	1.0330	1.0820	1.0820

(b)

5. influence des artefacts sur la détection de l'événement réflexe et l'estimation du temps de latence

a) estimation des seuils λ_p en présence de transitoires parasites

Dans la pratique, l'estimation de la loi de probabilité du signal $s(k)$ sur le segment $[k_i - T_1, k_i]$ peut être biaisé par la présence d'un transitoire parasite. Le protocole d'estimation du modèle statistique prévoit donc :

- l'estimation de la statistique sur une période prestimulus $[k_i - T_1, k_i]$ avec T_1 choisi grand devant la durée des transitoires parasites mais inférieur à la période moyenne d'occurrence de ceux-ci. Nous avons choisi la valeur $T_1 = 75$ ms ce qui correspond à une probabilité de 1 % d'avoir, au plus, deux transitoires parasites dans ce laps de temps.

- la détection sur cette même période de la présence possible d'un transitoire par application du test de Kolmogorov (valeur non cohérente du test en présence de transitoire)
- l'estimation du modèle statistique non biaisé en excluant le transitoire par seuillage d'amplitude et fenêtrage sur le signal $s(k)$. Nous avons vérifié l'efficacité de ce protocole par l'obtention de valeurs cohérentes du test de Kolmogorov sur signaux synthétiques et réels.

b) impact sur la précision de mesure du temps de latence

Intéressons nous maintenant à l'influence d'un transitoire parasite sur la détection du début de l'activité réflexe. La présence d'un transitoire parasite au voisinage d'un événement réflexe induit une erreur dans la localisation de ce dernier. L'erreur induite sera d'autant plus grande que la fenêtre d'observation (étape 2) est large. Compte tenu de la loi de Poisson et pour la fenêtre de 20 ms retenue, la probabilité d'occurrence d'au moins un transitoire parasite Δ_i est de 0.04. L'erreur maximale correspondante est de 20 ms ce qui est important en valeur devant les performances de localisation liées au chaînage des extrema.

L'erreur est en fait uniformément distribuée entre 0 et 20 ms ce qui conduit à une valeur moyenne de 10 ms. Le poids statistique des mesures erronées reste faible (4 %), ce qui induit une erreur sur la moyenne des mesures des temps réflexes inférieure à 1 ms.

5.1. illustration sur des signaux EMG réels

Nous montrons sur un exemple de signal EMG réel particulièrement artefacté (figure 3 (a)) que notre structure de détection (étape 1) permet de rejeter les transitoires Δ'_i grâce au choix d'échelles mené en utilisant la formule de reconstruction (figure 3 (a)). Par ailleurs, le critère de transition $J_l > \beta$ est bien satisfait au niveau de l'événement réflexe (figure 3 (c)).

Afin d'analyser la pertinence des résultats obtenus sur signaux réels nous avons, sur un certain nombre de sujets, réalisé un système intégrant deux voies de mesures. Les électrodes des deux voies ont été positionnées au plus proche les unes des autres ce qui permet d'obtenir deux signaux EMG très comparables. Ces signaux diffèrent uniquement par la présence des artefacts. On peut voir sur la figure 4 deux signaux issus de cette technique. Seul le premier signal (figure 4 (a)) comprend un transitoire de type Δ_i .

Cette approche nous a permis de vérifier la robustesse de la détection et la précision de l'estimation en comparant les résultats obtenus sur chaque signal. Dans l'exemple fourni, le système localise le début d'une activité réflexe au même indice de temps pour les deux voies. L'ensemble des signaux ainsi analysés nous a démontré le bon comportement du détecteur en présence d'artefacts.

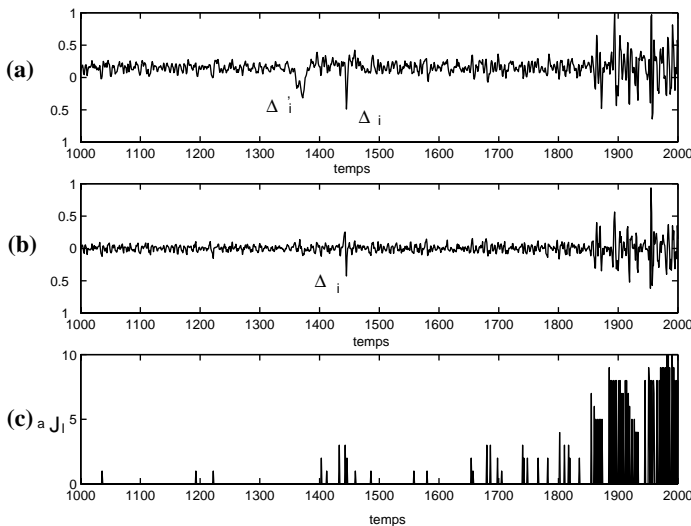


Figure 3. – (a) : Représentation d'un signal réel artefacté, (b) : signal reconstruit en utilisant les échelles pertinentes, (c) : nombre de lignes sortant de l'hypothèse H_0 pour $\alpha = 20$ ms (Etape 2), pour une probabilité $P_r = 0.99$ (Etape 1).

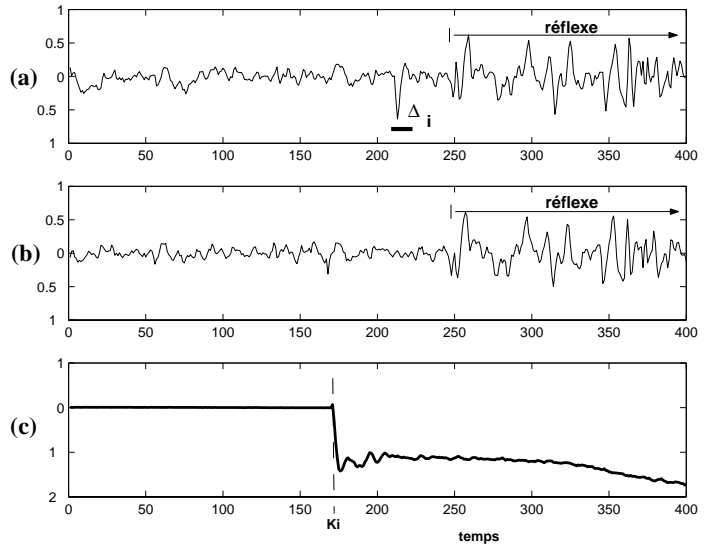


Figure 4. – (a) : Signal artefacté prélevé par la voie 1, (b) : signal prélevé par la voie 2, (c) : stimulus en pression pharyngée (en $cm H_2O$).

Les résultats obtenus sur la population des sujets étudiés ont démontré que le temps de latence de chacun des sujets peut être défini dans une fenêtre de ± 10 ms. Cette reproductibilité constitue un résultat encourageant dans l'optique de mener, à terme, une comparaison entre les temps de latence des sujets apnéiques et non apnéiques.

6. conclusion

Nous avons proposé dans cet article un détecteur d'événements réflexes dans le signal électromyographique du muscle génio-glosse. Comme dans beaucoup de solutions précédemment décrites, la structure de détection retenue est fondée sur une décomposition temps-échelles et l'utilisation des lignes de maxima. Ceci est justifié par des contraintes de localisation et de réjection d'artefacts. L'utilisation d'une décomposition non-orthogonale permet un choix précis des échelles représentatives de tel ou tel événement. Nous avons proposé une solution originale pour ce choix. Celle-ci s'appuie sur une formule de reconstruction liée à l'approximation de la décomposition continue en ondelettes proposée par Berkner, approximation qui permet une construction simplifiée des lignes de maxima. La structure de décision retenue est scindée en deux niveaux. Le premier niveau permet un seuillage adaptatif de l'activité de fond pour une détection des lignes de maxima représentatives de transitoires. Le second niveau permet une distinction entre transitoires parasites et transitoires réflexes. L'analyse statistique réalisée sur des signaux synthétisant des signaux réels nous a permis d'évaluer les bonnes performances en détection et en estimation du temps

de latence. Les résultats sur signaux réels permettent quant à eux d'envisager dans un objectif d'étude physiopathologique d'apnée du sommeil la comparaison des temps de latence de sujets apnéiques et de sujets sains.

Du point de vue des techniques de décomposition continue en ondelettes, cette étude trouvera un prolongement dans l'élaboration d'un algorithme de décomposition permettant d'optimiser, en terme de temps de calcul, celui proposé par Berkner [17].

annexe 1

Preuve :

Considérons tout d'abord le cas $N + r$ pair. Si l'on a un maximum local en k au rang N , c'est que l'on avait un maximum local en k ou en $k - 1$ au rang $N - 1$.

En effet, supposons que l'on ait un maximum local en k , alors, par définition du coefficient $c_N^r(k)$ cela équivaut à :

$$c_{N-1}^r(k-1) \geq c_{N-1}^r(k+1) \text{ et } c_{N-1}^r(k-2) < c_{N-1}^r(k) \quad (1)$$

ou :

$$c_{N-1}^r(k-1) > c_{N-1}^r(k+1) \text{ et } c_{N-1}^r(k-2) \leq c_{N-1}^r(k) \quad (2)$$

et

$$c_{N,k}^1 > 0$$

On a alors deux cas. Si $c_{N-1}^r(k) \leq 0$, alors comme $c_N^r(k) > 0$, on a $c_{N-1}^r(k-1) > 0$. De ceci, on tire que $c_{N-1}^r(k) < c_{N-1}^r(k-1) \geq c_{N-1}^r(k-2)$, donc $c_{N-1}^r(k-1)$ est un maximum local.

Si $c_{N-1}^r(k) > 0$, alors :

si $c_{N-1}^r(k-1) > c_{N-1}^r(k)$, alors $c_{N-1}^r(k-1)$ est un maximum local.

Si $c_{N-1}^r(k-1) \leq c_{N-1}^r(k)$, alors $c_{N-1}^r(k)$ est un maximum local, si la condition (2) s'applique, et si la condition (1) s'applique, le seul cas où $c_{N-1}^r(k)$ n'est pas maximum local est lorsque $c_{N-1}^r(k-1) = c_{N-1}^r(k) = c_{N-1}^r(k+1)$ et, comme $c_{N-1}^r(k-2) < c_{N-1}^r(k)$, $c_{N-1}^r(k-1)$ est un maximum local.

Regardons ensuite le cas $N + r$ impair. Supposons que l'on ait un maximum local en k et montrons qu'alors il y avait forcément un maximum local en k ou en $k + 1$ au rang $N - 1$. Le fait que l'on ait un maximum local au rang N se traduit par :

$$c_{N-1}^r(k+1) \geq c_{N-1}^r(k-1) \text{ et } c_{N-1}^r(k+2) < c_{N-1}^r(k) \quad (1)$$

$$c_{N-1}^r(k+1) > c_{N-1}^r(k-1) \text{ et } c_{N-1}^r(k+2) \leq c_{N-1}^r(k) \quad (2)$$

et

$$c_N^r(k) > 0$$

Si $c_{N-1}^r(k) \leq 0$, alors comme $c_N^r(k) > 0$, on a $c_{N-1}^r(k+1) > 0$.

De ceci, on tire que $c_{N-1}^r(k) < c_{N-1}^r(k+1) > c_{N-1}^r(k+2)$, donc $c_{N-1}^r(k+1)$ est un maximum local.

Si $c_{N-1}^r(k) > 0$, alors :

si $c_{N-1}^r(k+1) > c_{N-1}^r(k)$, alors $c_{N-1}^r(k+1)$ est un maximum local. Si $c_{N-1}^r(k+1) \leq c_{N-1}^r(k)$, alors $c_{N-1}^r(k)$ est un

maximum local, si la condition (2) s'applique et, si la condition (1) s'applique, le seul cas où $c_{N-1}^r(k)$ n'est pas un maximum

local correspond à $c_{N-1}^r(k) = c_{N-1}^r(k+1) = c_{N-1}^r(k+2)$, mais alors $c_{N-1}^r(k) > c_{N-1}^r(k+2)$ et on obtient que

$c_{N-1}^r(k+1)$ est un maximum local.

Un raisonnement analogue pourrait être mené pour les minima locaux.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. Abry, P. Flandrin, « Multiresolution transient detection », *Proceedings IEEE-SP Int. Symp. Time-Freq. Time-Scale Anal.*, Philadelphia, 1994, p. 225-228.
- [2] N.S. Arikidis, E.W. Abel and A. Forster, « Interscale wavelet maximum – A fine to coarse algorithm for wavelet analysis of the EMG interface pattern », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 49, 2002, p. 337-343.
- [3] P.Y. Arques, « Décision en traitement du signal », *Collection CNET/ENST*, Ed. Masson, 1979.
- [4] K. Berkner, R.O. Wells, « A new hierarchical scheme for approximating the continuous wavelet transform with applications to edge detection », *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 6, 1999, p. 193-195.
- [5] K. Berkner, R. O. Wells, « A fast Approximation to the continuous wavelet transform with Applications », *Proceedings of the Asimolar*, 1997.
- [6] M. Dematteis, J.L. Pepin, M. Jeanmart, C. Deschaux, A. Labarre-Vila, P. Levy, « Systematic association between Charcot-Marie-Tooth Disease 5CMTA and sleep apnea syndrome, a family study », *Lancet*, Vol. 357, p. 267-272, 2001.
- [7] B. Friedlander, B. Porat, « Adaptive detection of transient signals », *IEEE Trans. ASSP*, Vol. 34, 1986, p. 1410-1418.
- [8] B. Friedlander, B. Porat, « Performance analysis of transient detectors based on a class of linear data transforms », *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 38, 1992, p. 665-673.
- [9] M. Frisch, H. Messer, « The use of wavelet transform in the detection of an unknown transient signal », *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 38, 1992, p. 892-897.
- [10] C. Li, C. Zheng, C. Tai, « Detection of ECG characteristic points using wavelet transforms », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 42, 1995, p. 21-29.

- [11] M. Khalil, J. Duchene, « Uterine EMG analysis : a dynamic approach for change detection and classification », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 47, 2000, p. 748-756.
- [12] M. Khalil, J. Duchene, « Detection and classification of multiple events in piecewise stationary signals : comparison between autoregressive and multiscale approaches », *Signal Processing*, Vol. 75, 1999, p. 239-251.
- [13] M. Khalil, J. Duchene, C. Marque, H. Leman, « Detection and classification in uterine electromyography by multiscale representation », in *Proc. XIXth IEEE-EMBS Conf.*, Chicago, IL, Oct 28-Nov. 02 1997, p. 1606-1608.
- [14] T.T. Liu, A.C. Fraser-Smith, « Detection of transients in $\frac{1}{f}$ noise with the undecimated discrete wavelet transform », *IEEE Transactions on signal processing*, Vol. 48, 2000, p. 1458-1462.
- [15] S. Mallat, W.L. Hwang, « Singularity detection and processing with wavelets », *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 38, 1992, p. 617-643.
- [16] S. Mallat, S. Zhong, « Characterization of signals from multiscale edges », *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, 1992, p. 710-732.
- [17] S. Meignen, P-Y. Gumery, « A new algorithm for continuous wavelet transform ridges with application to localization of transitions in signals », submitted.
- [18] L. Senhadji, J.J. Bellanger, G. Carraut, « Détection temps échelle d'événements paroxytiques intercritiques en électroencéphalogramme » *Traitement du signal*, Vol. 12, 1995, p. 357-371.
- [19] N.V. Thakoz, G. Xin-Rong, D.F. Hanley, « Multiresolution wavelet analysis of evoked potentials », *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 40, 1993, p. 1085-1094.

Manuscrit reçu le 14 janvier 2002

LES AUTEURS

Sylvain MEIGNEN



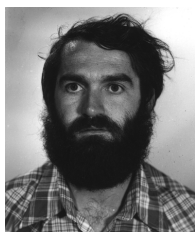
Sylvain Meignen a obtenu son DEA de mathématiques appliquées de l'université Joseph Fourier en 1998 et son Doctorat de mathématiques appliquées à Grenoble en 2001. Il est actuellement enseignant chercheur au sein du laboratoire de modélisation et de calcul de Grenoble. Ses activités de recherche portent sur la détection de singularités dans les signaux et sur l'analyse de textures.

Pierre-Yves GUMÉRY



Pierre-Yves Guméry est maître de conférences à l'université Joseph Fourier où il est responsable de l'option « Modèles et Instruments en Médecine et Biologie » et Master « Ingénierie pour la santé et le Médicament ». Ses travaux, effectués au laboratoire TIMC, portent sur l'élaboration de méthodes pour le traitement du signal et la modélisation dans le domaine biomédical. Il traite actuellement de méthode temps-échelle pour l'analyse de signaux électrophysiologiques respiratoires. Il peut être contacté par e-mail : Pierre-Yves.Gumery@imag.fr

Hervé ROUX-BUISSON



Hervé Roux-Buisson est maître de conférences à l'université Joseph Fourier. Ses travaux portent effectués au laboratoire TIMC portent sur le traitement du signal et la modélisation dans le domaine biomédical. Il traite actuellement de méthodes temps-échelles pour l'analyse de signaux électrophysiologiques respiratoires. Il travaille aussi sur l'identification, la modélisation et la correction de fonction de transfert dans le contexte de monitoring de pression artérielle. e-mail : herve.roux-buisson@imag.fr