

# Débruitage par ondelettes et segmentation de signaux non-stationnaires : réinterprétation d'un algorithme itératif et application à la phonoentérographie

---

## Wavelet denoising and segmentation for non-stationary signals : a reinterpretation of an iterative algorithm and application to phonoenterography

par R. RANTA<sup>1</sup>, Valérie LOUIS-DORR<sup>1</sup>, C. HEINRICH<sup>2</sup>, D. WOLF<sup>1</sup>, et F. GUILLEMIN<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Centre de Recherche en Automatique de Nancy – CRAN UMR CNRS-INPL 7039, 2 av. de la Forêt de Haye, 54500 Vandoeuvre, France

<sup>2</sup> Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection – LSIT UMR CNRS-ULP 7005, Pôle API Parc d'innovation, bd. Sébastien Brant, 67400 Illkirch-Graffenstaden, France

<sup>3</sup> Centre Alexis Vautrin – CAV, av. de Bourgogne – Brabois, 54500 Vandoeuvre, France

### *résumé et mots clés*

Ce travail traite du débruitage par ondelettes de signaux non-stationnaires, afin d'extraire les événements informatifs. Le cadre applicatif retenu est le traitement de sons physiologiques abdominaux, dans un but de surveillance et de diagnostic. Ce travail reprend une étude récente située dans le même cadre [14].

La méthode itérative de séparation des parties stationnaire et non-stationnaire (transitoire) d'un signal présentée par Hadjileontiadis *et al.* [15,14] est une adaptation au traitement des sons physiologiques de l'algorithme de débruitage initialement décrit par Coifman et Wickerhauser [6, 7]. Cette méthode exige le réglage de deux paramètres. Nous proposons une nouvelle version de l'algorithme de Hadjileontiadis *et al.*, basée sur une interprétation de type point fixe. Cette modification nous permet de supprimer un des paramètres de réglage et de fournir une borne inférieure du second en fonction de la distribution de probabilité des coefficients d'ondelette. Cette version revisitée de l'algorithme permet également une réduction très nette du temps de calcul. Nous présentons et comparons avec d'autres algorithmes de débruitage, les résultats du traitement de signaux simulés mais également de signaux réels qui nous intéressent plus particulièrement, à savoir les sons physiologiques abdominaux.

Débruitage par ondelettes, signaux non-stationnaires, extraction d'événements, algorithme de point fixe, phonoentérographie.

*abstract and key words*

This communication deals with wavelet-based denoising techniques of non-stationary signals, in order to extract informative events. The practical application concerns physiological bowel sounds processing, with a view to medical diagnosis and monitoring. This work continues and develops a recent publication placed in the same framework [14].

The method for separating the stationary part from the non-stationary part of a signal presented by Hadjileontiadis *et al.* [15, 14] stems from a denoising algorithm introduced by Coifman and Wickerhauser [6, 7]. This method involves two user-tuned parameters. We propose a novel version of this algorithm, based on a fixed-point interpretation. This modification allows to eliminate one of the parameters and to determine an inferior limit for the second, depending on the probability distribution of the wavelet coefficients. This revisited version also improves significantly the computational efficiency. We present the results and compare them with other denoising algorithms, both on simulated signals and on real bowel sounds.

Wavelet denoising, non-stationary signals, event extraction, fixed-point algorithm, phonoenterography.

## 1. introduction

L'objectif de ce travail de recherche est l'étude et l'analyse de sons physiologiques non-stationnaires dans le but de développer un système informatisé d'auscultation. L'auscultation d'un patient est un acte de surveillance mais également de diagnostic médical très répandu. C'est une méthode peu onéreuse, car l'instrumentation est simple (stéthoscope) et son utilité est largement reconnue pour les sons cardiaques, pulmonaires, abdominaux et fœtaux. Relativement peu étudiée pour les sons physiologiques abdominaux, elle présente des potentialités importantes car ces sons sont riches d'informations tant pour la compréhension de l'action mécanique qui les génère que pour l'interprétation physiologique que l'on peut en faire [4, 5, 12, 13]. Pourtant, l'interprétation des sons reste subjective. D'où l'intérêt de développer un outil automatisé de diagnostic clinique et de recherche médicale fondé sur le traitement systématique des signaux sonores physiologiques. Un tel outil permettrait également de procéder à une auscultation de longue durée sans mobiliser un médecin. Notons que l'auscultation abdominale était une technique largement répandue au milieu du  $xx^{\text{ème}}$  siècle. Elle suscite un regain d'intérêt depuis une décennie, en raison d'avancées technologiques permettant un traitement automatisé des données.

Lors d'une auscultation, l'analyse des sons physiologiques abdominaux se construit autour des caractéristiques d'un son pris individuellement telles que : contenu fréquentiel, intensité, durée, localisation spatiale, mais également fréquence d'apparition et instant d'apparition [5, 10, 11, 13, 17, 23]. De ce fait, la précision requise n'exige pas à proprement parler de construire une représentation temps-fréquence. Il s'agit plutôt de débruiter et de segmenter le signal recueilli afin d'extraire l'ensemble de ses caractéristiques, tout en sachant que le diagnostic est basé sur les caractéristiques d'un ensemble de sons, et non sur un son considéré isolément.

Plus généralement, la méthodologie d'analyse de ces signaux comporte plusieurs étapes :

- le débruitage : si le signal d'intérêt est mélangé à d'autres sources (typiquement des bruits extérieurs), la méthodologie de débruitage la plus appropriée semble être le filtrage adaptatif [21, 25], mais ce point ne sera pas abordé dans cette publication. Le signal peut également être parasité par du bruit de mesure. Le travail présenté dans cet article concerne l'élimination de ce bruit, dû surtout aux effets acoustiques de cavité propres au stéthoscope et aussi aux cavités anatomiques ;
- la segmentation des signaux débruités : elle doit permettre une identification précise des événements, c'est-à-dire des segments du signal porteurs d'information et qui ont un potentiel diagnostique ;
- la classification des événements identifiés précédemment dans un espace de caractéristiques adapté ;
- le diagnostic, c'est-à-dire l'identification de certaines pathologies associées aux signaux traités aux étapes précédentes.

Plusieurs auteurs [1, 6, 7, 24] montrent que les décompositions atomiques sont d'un grand intérêt dans le cadre de l'analyse des signaux biomédicaux pour plusieurs raisons :

- cette approche autorise une localisation approximative (selon le degré de redondance et le principe d'incertitude de Heisenberg [2]) en temps et en fréquence des événements ;
- elle facilite également la séparation d'un signal informatif et d'un bruit aléatoire : les événements du signal sont considérés corrélés avec les fonctions de base (les atomes temps-fréquence) choisies, contrairement au bruit ;
- la méthode favorise aussi une compression de données efficace, ce qui est particulièrement intéressant car les fenêtres d'observation dans le domaine biomédical peuvent être très longues et les fréquences d'échantillonnage relativement élevées ;
- enfin elle permet l'extraction des caractéristiques utiles pour la classification.

La réduction du bruit joue un rôle très important dans l'analyse des signaux car le niveau de bruit influence énormément la segmentation des événements et de ce fait la classification et donc le diagnostic. Le travail que nous présentons concerne la première phase de traitement, la partie débruitage, c'est-à-dire la séparation du signal informatif (non-stationnaire dans l'application qui nous intéresse) du bruit (estimé stationnaire). Cette approche est apparentée au problème de l'extraction des parties « significatives » d'un signal ou d'une image. Dans le cadre des décompositions atomiques, ces parties significatives doivent présenter une bonne corrélation avec les atomes temps-fréquence de la base de représentation choisie. Le type de base (ondelettes, paquets d'ondelettes, bases trigonométriques locales) peut être choisi en fonction de l'application. Le choix d'une base de décomposition spécifique peut être fait par l'utilisateur (par exemple dans Hadjileontiadis *et al.* [14, 15]) ou déterminé de façon optimale (« algorithme de la meilleure base » de Coifman et Wickerhauser [6, 7]).

Dans le cadre de l'analyse des sons physiologiques, les signaux d'intérêt sont caractérisés par des événements isolés et courts, clairement séparés et avec un contenu fréquentiel relativement pauvre [4, 5, 11]. L'objectif de cette première phase de traitement est d'extraire les événements, typiquement non-stationnaires, du bruit, supposé stationnaire, qui se superpose et les sépare. Cette description nous permet de penser qu'une décomposition sur une base adaptée à la détection des transitoires (ondelettes ou paquets d'ondelettes) est appropriée pour le traitement de nos signaux.

Nous étudions et développons, plus particulièrement, la méthode itérative de séparation de signaux non stationnaires des signaux stationnaires par ondelettes, introduite par Hadjileontiadis *et al.* [14, 15] dans le cadre des sons physiologiques.

Cette méthode est une version simplifiée de l'algorithme de débruitage par ondelettes développé par Coifman et Wickerhauser [6, 7], car elle renonce à chercher la meilleure base de représentation. Une approche itérative utilisant une base unique, comme celle de Hadjileontiadis *et al.*, avait précédemment été proposée dans d'autres domaines (imagerie astronomique) par Starck *et al.* [19, 20]. Le principe général de ces algorithmes itératifs est le suivant : après décomposition, on sépare par seuillage les coefficients significatifs de ceux non-significatifs. Le seuillage est répété à chaque itération sur le résidu reconstruit à partir des coefficients non-significatifs. Le signal informatif est obtenu, après l'arrêt des itérations, comme la somme des parties significatives reconstruites à chaque itération. Cependant, l'application des algorithmes issus de ces différents travaux soulève plusieurs problèmes :

- le réglage de deux paramètres d'ajustement (le critère d'arrêt des itérations et le calcul du seuil) est laissé au choix de l'utilisateur ;
- le temps de traitement important dû à ce type de méthode, qui exige la décomposition et la reconstruction du signal et du bruit résiduel à chaque itération.

Nous proposons de modifier l'algorithme de Hadjileontiadis *et al.* en intégrant une interprétation de type point fixe qui conduit à supprimer le paramètre de réglage du critère d'arrêt. L'étude de la convergence de l'algorithme de point fixe nous permet également d'introduire une méthode de calcul d'un seuil minimal. De plus, si la distribution des coefficients d'ondelette est modélisée par une loi gaussienne généralisée, nous proposons le calcul d'un seuil optimal fonction des paramètres de la distribution. L'interprétation en tant qu'algorithme de point fixe permet également une réduction importante du temps de calcul, car les étapes de décomposition-reconstruction à chaque itération sont supprimées : l'algorithme de Hadjileontiadis *et al.* exploite une seule base de décomposition et autorise cette interprétation.

Cet article est organisé de la façon suivante. La seconde section décrit et résume les principaux algorithmes de débruitage par ondelettes. Les troisième et quatrième sections développent l'interprétation de la méthode de Hadjileontiadis *et al.* en tant qu'algorithme de point fixe. Les conditions générales d'application et de convergence de cet algorithme y sont discutées. La cinquième section s'intéresse au cas particulier d'une distribution des coefficients d'ondelette suivant des lois gaussiennes généralisées et propose une méthode de calcul du seuil. Nous discutons ensuite de l'intérêt de ce travail, mais également de ses limites d'application. Finalement, différentes applications, à partir de signaux simulés et réels sont présentées.

## 2. débruitage par ondelettes

Le modèle considéré pour le débruitage est classique – le signal mesuré  $x$  est un mélange additif d'un signal informatif  $s$  et d'un bruit de mesure  $r$  :

$$x(t) = s(t) + r(t). \quad (1)$$

Le débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes, tel qu'il est défini par [6, 7], revient à « l'extraction d'une structure cohérente » du signal mesuré. L'hypothèse de départ porte sur le bruit  $r$ , qui est considéré comme non cohérent par rapport à une base de formes d'onde prédéfinie, c'est-à-dire non corrélé avec ces formes d'onde. Les coefficients de la décomposition du bruit sur la base sont faibles. L'approche itérative développée par Coifman et Wickerhauser [6, 7] nécessite, à chaque itération, une recherche de la meilleure base, coûteuse en temps de calcul mais optimale pour l'extraction des informations contenues. Une décomposition sur une base unique peut s'avérer suffisante pour le débruitage des sons physiologiques. Cette hypothèse a été validée par les expertises médicales réalisées par Hadjileontiadis *et al.* [14, 15].

Afin d'obtenir une transformation rapide et non-redondante, l'algorithme le plus souvent utilisé est la décomposition discrète sur une base orthonormée d'ondelettes de Mallat [16] (voir

figure 1) (décomposition simple et reconstruction exacte)<sup>1</sup>. L'intérêt d'une projection sur une base orthonormée vient du fait qu'on autorise ainsi la conservation de l'énergie d'une représentation à l'autre.

Cette base est constituée d'ondelettes  $\psi^{j,p}$  et de fonctions d'échelle  $\phi^{M,p}$ , où  $j = 1 \dots M$  désigne l'échelle (liée à la fréquence),  $p$  l'indice (lié à la position temporelle) et  $M$  la profondeur de la décomposition en ondelettes. Les coefficients de la décomposition du signal  $x$  sur cette base sont notés  $w^{j,p}$  :

$$x = \sum_{j=1 \dots M, p} w^{j,p} \psi^{j,p} + \sum_p w^{M,p} \phi^{M,p}. \quad (2)$$

Les segments du signal peu corrélés avec la base ont des coefficients  $w^{j,p}$  faibles, et sont attribués au bruit. Par un seuil adapté, on peut donc séparer le bruit (partie incohérente) du signal (partie cohérente).

Comme dans toute approche de type seuillage, le problème réside dans le choix du seuil  $S$ . Selon le type de bruit, blanc ou coloré, il est possible d'adapter la méthode de seuillage. En effet, ce seuil peut être identique pour l'ensemble des coefficients d'ondelette ou, puisque les coefficients sont obtenus par filtrage passe-bande [16] (voir figure 1), adapté à chaque échelle. Par reconstruction du signal à partir des coefficients restants, on obtient un signal débruité  $c$ , sans aucune composante incohérente. Le bruit résiduel  $r$  est reconstruit à partir des composantes incohérentes.

Dans la littérature, on trouve deux types de seuillage : le seuillage dur (*hard thresholding*) et le seuillage doux (*soft thresholding*) [8, 9, 16]. Le premier propose l'annulation de toutes les valeurs en dessous d'un seuil  $S$ , les valeurs supérieures restant inchangées :

$$w_c^{j,p} = \begin{cases} w^{j,p}, & |w^{j,p}| \geq S, \\ 0, & |w^{j,p}| < S. \end{cases}$$

La seconde méthode opère, en plus de l'annulation, une soustraction du seuil  $S$  aux valeurs restantes, supérieures au seuil, afin de réduire le nombre de discontinuités dans le signal débruité :

$$w_c^{j,p} = \begin{cases} \text{sign}(w^{j,p}) \cdot (|w^{j,p}| - S), & |w^{j,p}| \geq S, \\ 0, & |w^{j,p}| < S. \end{cases}$$

Outre le choix de la technique de seuillage, il faut noter qu'on peut considérer deux méthodes pour calculer le ou les seuils :

- la première, développée par Donoho et Johnstone [8, 9], propose un seuil déterminé à partir de l'énergie estimée du bruit.

1. Si l'intérêt d'une telle décomposition ne semble plus faire de doute, le choix de la base de projection peut être discuté selon l'application. Par exemple, pour les sons abdominaux, Hadjileontiadis *et al.* [14, 15] réalisent une transformation en ondelettes sur une base orthonormée de Daubechies<sup>4</sup>. Le choix de cette base est validé par une expertise médicale auditive après débruitage et reconstruction.

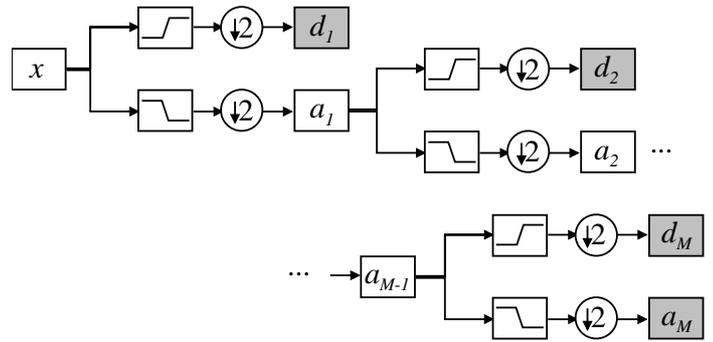


Figure 1. – Algorithme de décomposition en ondelettes de Mallat [16]. Le vecteur des coefficients d'ondelette du signal  $x(t)$  est noté  $\Omega_x = \{w^{M,p} w^{j,p}\} = \{a_M d_M d_{M-1} \dots d_2 d_1\}$ .

Cette méthode utilise l'hypothèse d'un bruit blanc gaussien superposé au signal. Le seuil  $S$  est égal à  $\sigma\sqrt{2\log N}$ , où  $N$  désigne le nombre de points du signal et  $\sigma^2$  la variance du bruit. Puisque le bruit est considéré blanc, son énergie est équirépartie sur toutes les bandes de fréquence (les échelles) de la décomposition. En conséquence, l'écart-type est calculé dans une bande où le signal informatif est inexistant ou quasi-inexistant, notamment dans les plus hautes fréquences. Dans [3, 16], on montre que l'amplitude du bruit (gaussien) a une très forte probabilité d'être juste en dessous de  $S = \sigma\sqrt{2\log N}$ .

Le seuil peut être diminué [9, 16], afin de réduire le risque de non-détection (seuillage SURE – *Stein Unbiased Risk Estimator*) ;

- la deuxième méthode, développée par Wickerhauser et Coifman [6, 7]<sup>2</sup> et Starck *et al.* [19, 20]<sup>3</sup> et adaptée par Hadjileontiadis *et al.* [14, 15] aux sons physiologiques, propose un seuillage itératif. L'algorithme de décomposition-reconstruction est exécuté plusieurs fois, d'une manière itérative (indice d'itération  $k$ ), en décomposant à chaque nouvelle itération le bruit reconstruit à l'itération précédente (voir figure 2). Les itérations sont interrompues par la validation d'un certain critère d'arrêt  $STC_k$  (*stop criterion*), paramétrable par l'utilisateur. Le critère est calculé à chaque itération. Il est basé soit sur le nombre de coefficients significatifs ou l'entropie du bruit résiduel [6, 7], soit sur la différence d'énergie du bruit  $r_k$  entre deux itérations successives [14, 15].

Le seuil  $S$  entre les coefficients significatifs et non-significatifs dépend de l'application. Dans le cadre des décompositions temps-échelle, le seuillage peut être global (bruit blanc) ou variable en fonction de l'échelle  $j$  ( $S^j$ ) (bruit coloré).

2. L'algorithme de débruitage est combiné à celui du choix de la meilleure base de décomposition.  
3. La décomposition est réalisée sur une base unique et appliquée à l'imagerie astronomique.

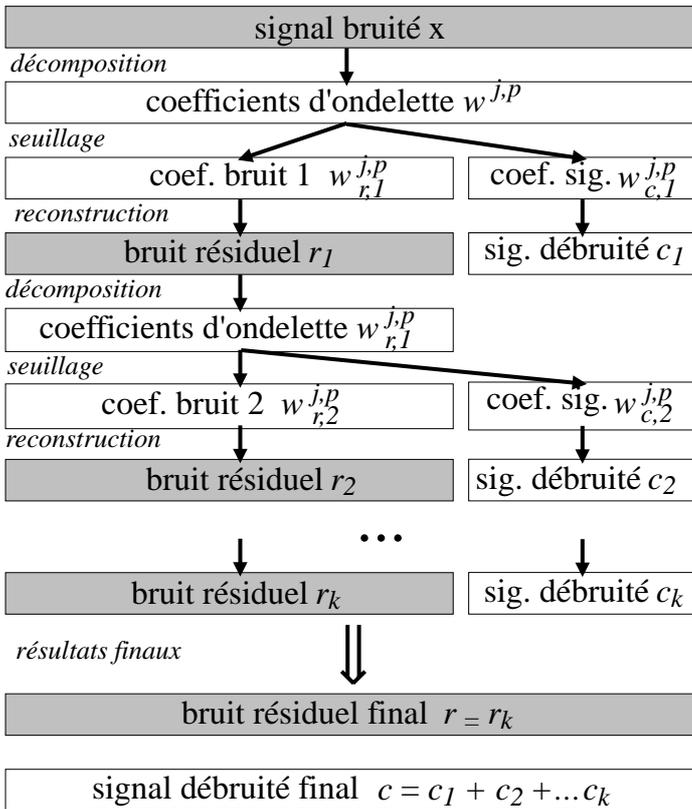


Figure 2. – Schéma de principe d'un algorithme itératif de débruitage. Dans l'algorithme original de Coifman et Wickerhauser, les différentes décompositions-reconstructions s'effectuent après le choix de la meilleure base. À chaque itération, on annule les coefficients éliminés par seuillage, avant de reconstruire le bruit résiduel et le signal débruité.

Notre travail reprend les algorithmes de débruitage itératifs, après décomposition sur une base orthonormée unique, étudie les aspects théoriques et propose des méthodes d'optimisation et de paramétrage.

### 3. algorithme de point fixe

Dans cette partie nous réinterprétons la méthode de Hadjileontiadis *et al.* [14, 15] comme un algorithme de point fixe et nous détaillons les rôles des deux paramètres de réglage évoqués dans le paragraphe précédent :

- le premier paramètre  $\varepsilon$  est lié au critère d'arrêt  $STC_k$  de l'itération. La solution proposée dans la bibliographie implique un paramètre utilisateur  $\varepsilon$  :

$$STC_k = |E\{r_k^2\} - E\{r_{k-1}^2\}| < \varepsilon, \quad (3)$$

ce qui veut dire que le critère de convergence est atteint quand la différence d'énergie sur le bruit résiduel  $r$  reconstruit entre

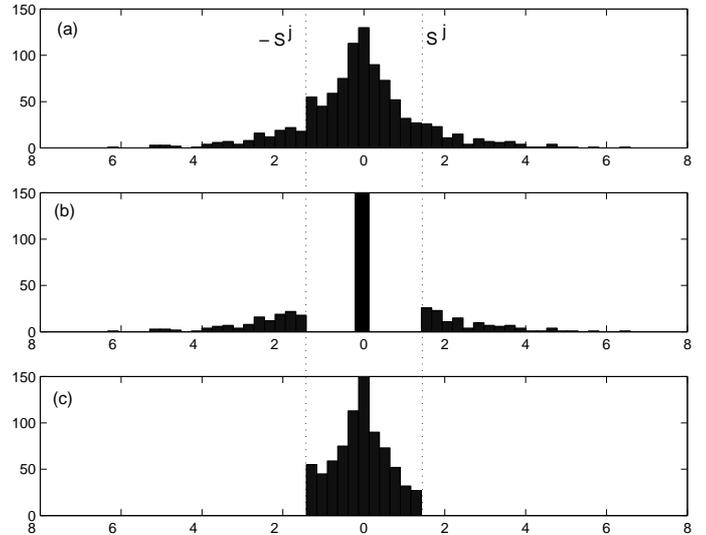


Figure 3. – Histogramme des coefficients d'ondelette à l'échelle  $j$  (a) du signal original :  $(w^{j,p})$ , (b) du signal débruité :  $(w_c^{j,p})$ , (c) du bruit résiduel :  $(w_r^{j,p})$ . Pour cet exemple, les coefficients d'ondelette du signal original simulé suivent une loi exponentielle (l'axe des ordonnées n'est pas complètement représenté en (b) et (c)).

deux itérations successives est jugé suffisamment faible. Un  $STC_k$  petit est obtenu quand très peu d'information (parties du signal corrélées avec l'ondelette choisie) est extraite du bruit et ajoutée au signal entre deux itérations successives ;

- le deuxième paramètre  $F_a$  intervient dans le calcul du seuil  $S$ . L'algorithme WTST-NST (*Wavelet Transform-based Stationary-Nonstationary Filter*) de Hadjileontiadis *et al.* [14, 15] calcule ce seuil en fonction de l'écart-type  $\sigma_k^j$  des coefficients d'ondelette  $\{w_{r,k}^{j,p}\}$  du bruit estimé à chaque échelle et recalculé à chaque itération  $k$  (voir figure 3 (c)) :

$$S_k^j = F_a \cdot \sigma_k^j. \quad (4)$$

Dans le cadre des travaux de Hadjileontiadis, la constante  $F_a$  est fixée à 3 par expertise médicale<sup>4</sup>.

#### 3.1. préliminaires

Notons  $\Omega_{r,k}^j$  le vecteur des coefficients du bruit  $\{w_{r,k}^{j,p}\}$  à l'échelle  $j$  et  $\Omega_{r,k}$  le vecteur complet des coefficients du bruit. Par le seuillage de  $\Omega_{r,k}$ , on obtient  $\Omega_{\Delta c,k+1}$ , le vecteur des « grands coefficients » qui sont considérés comme appartenant au signal informatif. Le vecteur des coefficients du bruit  $\Omega_{r,k+1}$ , obtenu à partir de l'équation  $\Omega_{\Delta c,k+1} + \Omega_{r,k+1} = \Omega_{r,k}$ , est utilisé pour la reconstruction de l'estimation courante du bruit résiduel  $r_{k+1}$ , qui sert à calculer le critère d'arrêt (3). Le vecteur des

4. L'expression du seuil est similaire dans les travaux de Starck *et al.* [20] en imagerie astronomique.

coefficients informatifs  $\Omega_{\Delta c, k+1}$  contribue à la reconstruction de  $c_{k+1}$ , qui sert à calculer le signal informatif final (voir figure 2). Les transformées en ondelettes inverse et directe appliquées pour les opérations de décompositions et reconstruction sont orthogonales et linéaires. En prenant en compte l'orthogonalité de la transformation en ondelettes, le critère d'arrêt (3) s'écrit :

$$STC_k = |E\{w_{r,k}^2\} - E\{w_{r,k-1}^2\}| < \varepsilon, \quad (5)$$

ce qui implique que la reconstruction du bruit  $r_k$  à chaque itération est inutile.

De plus, puisque la transformation en ondelettes est linéaire, le vecteur des coefficients d'ondelette du signal  $x(t)$  s'écrit :

$$\Omega_x = \Omega_{r,k} + \sum_{i=0}^k \Omega_{\Delta c,i} = \Omega_{r,k} + \Omega_{c,k}, \forall k, \quad (6)$$

ce qui implique qu'il n'est pas nécessaire de calculer le signal informatif  $c_k$  par reconstruction à partir de  $\Omega_{\Delta c,k}$  à chaque itération, mais seulement après la convergence.

Autrement dit, les étapes intermédiaires de décomposition-reconstruction peuvent être supprimées.

### 3.2. interprétation de point fixe

Quel que soit le paramètre de seuillage  $F_a$ , le seuil  $S_k^j$  (à l'itération  $k$ ) est calculé en fonction de l'écart-type des coefficients restants dans le bruit à l'itération antérieure, c'est-à-dire des coefficients qui respectent  $|w_{r,k-1}^{j,p}| < S_{k-1}^j$ . On peut donc écrire :

$$S_k^j = f(S_{k-1}^j) = F_a \sigma_{w_{r,k}^j}. \quad (7)$$

Évidemment, les itérations  $S_k^j = f(S_{k-1}^j)$  convergent quand  $S_k^j = S_{k-1}^j$ , ce qui est équivalent à  $S_k^j = f(S_k^j)$ , donc vers un point fixe de la fonction  $f$  (voir figure 4).

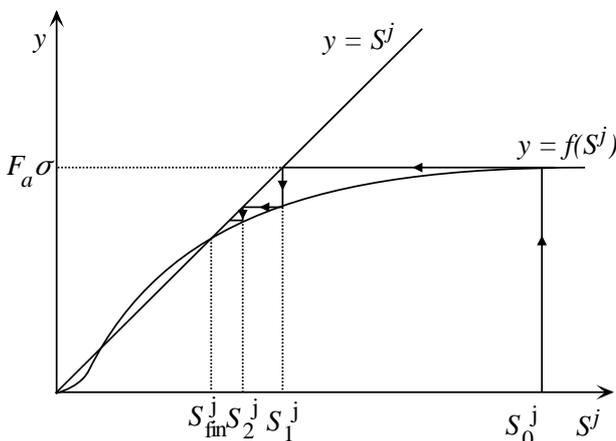


Figure 4. – Algorithme de point fixe, avec  $f(S^j) = F_a \cdot \sigma_{|w^{j,p}| < S^j}$ .

Le critère d'arrêt (5), pour  $\varepsilon$  tendant vers 0, est équivalent au fait qu'aucun coefficient ne passe du bruit reconstruit ( $w_{r,k-1}$ ) à l'itération ( $k-1$ ) au signal reconstruit ( $w_{c,k}$ ) à l'itération suivante ( $k$ ). Cela implique que les vecteurs  $w_{r,k-1}$  et  $w_{r,k}$  sont égaux. Dans ce cas, l'écart-type calculé sur ces coefficients est le même et le critère  $STC_k$  est nul. On peut écrire que  $F_a \cdot \sigma_{k-1}^j = F_a \cdot \sigma_k^j$  et donc que :

$$f(S_{k-1}^j) = f(S_k^j). \quad (8)$$

De (7) et (8), on a  $S_k = f(S_k)$ , donc le point fixe de la fonction  $f$  est aussi le point de convergence de l'algorithme de débruitage itératif considéré (3). On peut énoncer la proposition suivante :

**Proposition 1.** Sous certaines conditions sur la fonction de densité de probabilité des coefficients d'ondelette  $p(w^{j,p})$ , que nous discuterons ultérieurement, le seuil obtenu par une descente de point fixe sur la fonction  $f(S^j) = F_a \cdot \sigma_{|w^{j,p}| < S^j}$  est égal à celui obtenu dans les algorithmes itératifs pour  $\varepsilon = 0$ . ■

En conséquence, on opère un débruitage par descente de point fixe pour chaque échelle. On stoppe les itérations quand le critère est atteint pour l'échelle donnée. La reconstruction du bruit résiduel et du signal informatif n'est plus nécessaire à chaque itération.

## 4. conditions générales d'application

On a montré au paragraphe précédent que le critère d'arrêt est validé pour un point fixe de la fonction  $f$  définie antérieurement, et que ce point est le seuil final. Il reste à étudier dans quelles conditions ce seuil existe, c'est-à-dire les conditions de convergence de l'algorithme ou encore l'existence de ce point fixe de la fonction  $f(S) = F_a \cdot \sigma_{|w| < S}$ .

On observe que, dans la plupart des applications réelles, les coefficients d'ondelette sont distribués selon une loi de probabilité centrée en 0 et qui possède un mode en 0. On peut alors énoncer la proposition suivante, établie ci-après :

**Proposition 2.** Si la loi de probabilité des coefficients  $p(w)$  de moyenne nulle et de variance finie possède un mode en 0 et si il y a au moins un point d'intersection entre  $p(w)$  et la fonction  $h(w) = \frac{K}{w}$ , avec  $K = \frac{3}{2F_a^2}$ , c'est-à-dire que l'équation  $p(w) = h(w)$  a au moins une solution réelle, alors la fonction  $f(S) = F_a \cdot \sigma_{|w| < S}$  possède au moins un point fixe (voir figure 5). ■

Une fonction  $g(x)$  continue sur un intervalle  $[a, b]$  possède un point fixe dans  $[a, b]$  si  $\forall x \in [a, b], g(x) \in [a, b]$ . En d'autres termes, pour une fonction  $g$  monotone croissante,  $g(a) > a$  et  $g(b) < b$ .

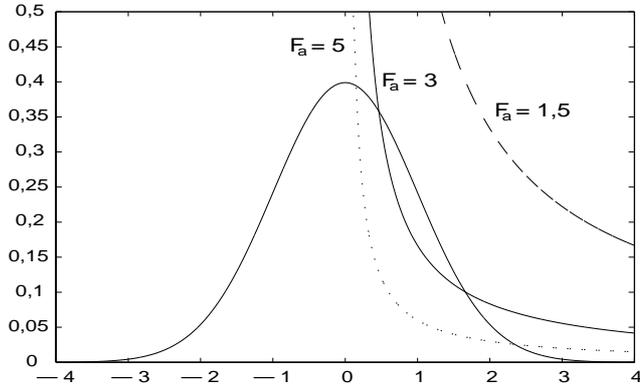


Figure 5. – Condition d'existence du point fixe. Dans cet exemple, la loi de probabilité  $p(w)$  est une gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma = 1$ . La fonction  $h(w) = \frac{3}{2F_a^2 w}$  est tracée pour trois valeurs de  $F_a$ . La convergence de l'algorithme de point fixe n'est pas assurée pour  $F_a = 1,5$ .

Notre fonction, qui est définie telle que

$$\begin{aligned} f(S) &= F_a \cdot \sigma_{|w| < S} = F_a \sqrt{\int_{-S}^S p(w) w^2 dw} \\ &= F_a \sqrt{2 \int_0^S p(w) w^2 dw} \end{aligned}$$

est continue quand  $p(w)$  est continue et paire.

Afin de vérifier les conditions d'existence d'un point fixe de cette fonction :

1. On montre qu'elle est monotone croissante. Le résultat est immédiat par positivité de  $p(w)$ .
2. On cherche un intervalle  $[S_{fin}, S_0]$  tel que  $f(S_0) < S_0$  et  $f(S_{fin}) > S_{fin}$ . Si le moment d'ordre 2 de  $p(w)$  existe, on peut calculer  $M = F_a \cdot \sigma_w$ . Dans ce cas :

$$\forall S_0 > M, f(S_0) = F_a \cdot \sigma_{|w| < S_0} = M < S_0. \quad (9)$$

3. Il reste à trouver un point  $S_{fin}$  tel que  $f(S_{fin}) > S_{fin}$ . L'inéquation  $f(S_{fin}) > S_{fin}$  s'écrit :

$$F_a^2 \cdot 2 \int_0^{S_{fin}} p(w) w^2 dw > S_{fin}^2. \quad (10)$$

En développant le premier membre de (10) en intégrant par parties, on obtient :

$$\begin{aligned} F_a^2 \cdot 2 \int_0^{S_{fin}} p(w) w^2 dw &= \\ 2F_a^2 \left[ p(w) \frac{w^3}{3} \Big|_0^{S_{fin}} - \int_0^{S_{fin}} p'(w) \frac{w^3}{3} dw \right]. \end{aligned}$$

Si la fonction de densité de probabilité  $p(w)$  a un mode en 0, elle est décroissante sur un intervalle  $[0, S_{fin}]$ , donc sa dérivée est négative. Dans ce cas, l'intégrale  $\int_0^{S_{fin}} p'(w) \frac{w^3}{3} dw$  est négative, donc

$$\begin{aligned} 2F_a^2 \left[ p(w) \frac{w^3}{3} \Big|_0^{S_{fin}} - \int_0^{S_{fin}} p'(w) \frac{w^3}{3} dw \right] \\ = 2F_a^2 \left[ p(S_{fin}) \frac{S_{fin}^3}{3} - \int_0^{S_{fin}} p'(w) \frac{w^3}{3} dw \right] \\ > 2F_a^2 \cdot p(S_{fin}) \frac{S_{fin}^3}{3} \end{aligned} \quad (11)$$

En utilisant cette minoration (11), on vérifie que l'inéquation (10) est respectée si :

$$\begin{aligned} 2F_a^2 \cdot p(S_{fin}) \frac{S_{fin}^3}{3} \geq S_{fin}^2 &\Leftrightarrow 2F_a^2 \cdot p(S_{fin}) \frac{S_{fin}}{3} \geq 1 \\ \Leftrightarrow p(S_{fin}) &\geq \frac{3}{2F_a^2 S_{fin}} \end{aligned} \quad (12)$$

Si l'inégalité (12) est vérifiée, l'inégalité (10) est respectée aussi et on peut affirmer l'existence d'un point  $S_{fin}$  tel que

$$f(S_{fin}) > S_{fin}. \quad (13)$$

Les relations (9) et (13) montrent que la fonction monotone croissante  $f(S)$  a au moins un point fixe supérieur à 0, si la condition (12) est vérifiée.

On a montré que, sous certaines conditions (qui sont proches des conditions réelles) sur la loi de probabilité des coefficients d'ondelette, on peut toujours trouver un coefficient  $F_a$  qui assure la convergence de l'algorithme de débruitage. Ce qui implique que le coefficient  $F_a$  doit être borné par valeur minimale  $F_{am}$ . En effet, si  $F_a$  est choisi inférieur à  $F_{am}$ , l'algorithme converge en 0, ce qui signifie que le bruit estimé est nul à l'échelle considérée. Il est à remarquer que la condition introduite par la Proposition 2 est suffisante, mais pas nécessaire, et cela à cause de la minoration (11). Par exemple (voir figure 6), selon la même loi de probabilité illustrée figure 5, mais pour un seuil  $S = F_a \sigma$  (avec  $F_a = 2,4$ ), le point fixe de la fonction  $f(S)$  existe mais il n'y a aucun point d'intersection entre  $h(w)$  et  $p(w)$ .

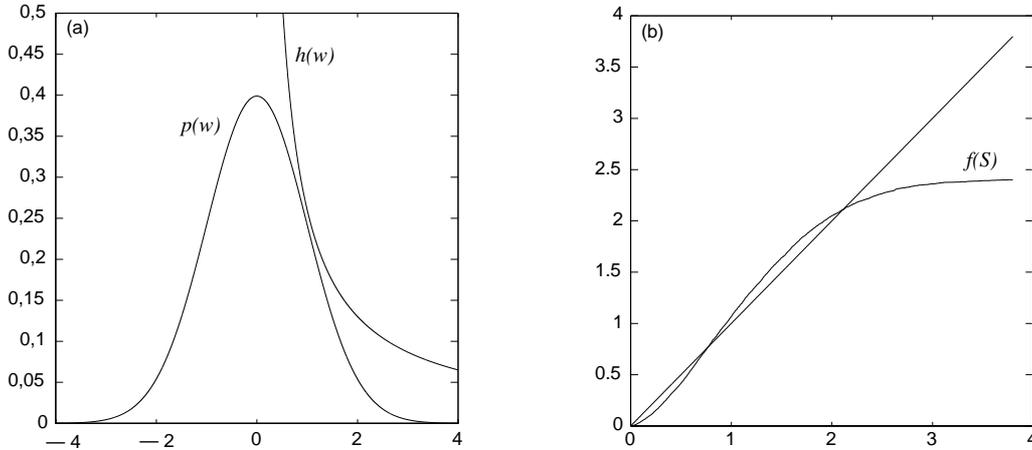


Figure 6. – Condition d’existence du point fixe. (a) l’équation  $p(w) = h(w)$  n’a pas de solution ; (b) la fonction  $f(S)$  a deux points fixes, donc l’algorithme de débruitage converge. Dans les deux figures,  $F_a = 2, 4$ .

## 5. modèles gaussiens généralisés

Comme nous l’avons montré précédemment, seul un  $F_a > F_{am}$  assure la convergence de l’algorithme de débruitage. Cette valeur minimale dépend de la distribution de probabilité des coefficients d’ondelette  $p(w)$  (12). Nous nous proposons de déterminer l’expression de  $F_{am}$  dans le cas des lois de probabilité gaussiennes généralisées, car ce sont des modèles pertinents pour des données expérimentales [22]. Les lois de probabilité de type gaussienne généralisée sont définies selon :

$$p_{\sigma,u}(w) = \alpha e^{-|\beta w|^u}, \quad (14)$$

avec 
$$\beta = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\Gamma(3/u)}{\Gamma(1/u)}}, \alpha = \frac{\beta u}{2\Gamma(1/u)},$$

$$\Gamma(u) = \int_0^\infty e^{-x} x^{u-1} dx,$$

où  $\sigma$  désigne l’écart-type,  $u > 0$  le paramètre qui gouverne la décroissance de la loi ( $u = 2$  pour la loi normale et  $u = 1$  pour la loi de Laplace).

On cherche la valeur minimale du paramètre  $F_a$  pour laquelle la condition énoncée dans la proposition 2 est respectée. Cela revient à trouver la solution de l’équation  $p(w) = h(w)$ . L’intersection existe seulement pour  $w$  positif et le paramètre  $\beta$  de la gaussienne généralisée est toujours positif, donc l’équation s’écrit :

$$\alpha e^{-(\beta w)^u} = \frac{3}{2F_a^2 w}, \text{ ou encore } w = \frac{3}{2\alpha F_a^2} e^{(\beta w)^u}. \quad (15)$$

La fonction  $q(w) = \frac{3}{2F_a^2} e^{(\beta w)^u}$  est monotone croissante et convexe. On montre aisément qu’elle a 0, 1 ou 2 points d’intersection avec la droite  $y(w) = w$ , et donc que l’équation (15) admet 0, 1 ou 2 solutions. On obtient une solution unique  $w_0$  lorsque  $q(w_0)$  est tangente à la première bissectrice. Cela revient à chercher le point  $w_0$  pour lequel on a  $q'(w_0) = 1$ , c’est-à-dire que :

$$\frac{3}{2\alpha F_a^2} u \beta^u w_0^{u-1} e^{(\beta w_0)^u} = 1. \quad (16)$$

En remplaçant (15) dans (16), on obtient :

$$w_0^u = \frac{1}{u \beta^u}. \quad (17)$$

Donc, si on cherche une solution unique de l’équation (15), on trouve :

$$w_0 = \frac{1}{\beta u^{\frac{1}{u}}}. \quad (18)$$

En remplaçant  $w_0$  en (15), on trouve la valeur de  $F_{am}$  pour laquelle cette solution existe, et donc la valeur minimale qui assure la convergence de l’algorithme de débruitage de point fixe, selon les propositions 1 et 2 et en considérant une modélisation de la distribution des coefficients d’ondelette par des gaussiennes généralisées :

$$F_{am} = \sqrt{\frac{3\beta}{2\alpha} (ue)^{\frac{1}{u}}} = \sqrt{\frac{3\Gamma(\frac{1}{u})}{u} (ue)^{\frac{1}{u}}}, \quad (19)$$

indépendant de  $\sigma$ .

## 6. application

### 6.1. signaux et algorithmes considérés

Dans cette section, les résultats obtenus avec l'algorithme de débruitage optimisé décrit antérieurement sont présentés et comparés aux résultats obtenus dans les mêmes conditions avec l'algorithme WTST-NST de Hadjileontiadis *et al.* et l'algorithme de débruitage de Donoho et Johnstone [8, 9].

On rappelle que, dans le cadre de l'analyse des sons physiologiques, les signaux d'intérêt sont caractérisés par des événements isolés et courts, clairement séparés et avec un contenu fréquentiel relativement pauvre (la plupart des sons ont des fréquences entre 100 et 700 Hz., même si certains auteurs signalent de rares événements de fréquences jusqu'à 2500 Hz.) [4, 5, 11, 23]. Les signaux sont enregistrés avec des stéthoscopes, qui filtrent à la fois les sons abdominaux et le bruit. Pour pouvoir faire une analyse significative du point de vue médical, les enregistrements doivent être effectués sur de longues durées, et éventuellement découpés en fenêtres d'observation plus courtes pour le traitement. Néanmoins, la longueur minimale de la fenêtre de traitement doit être adaptée à la profondeur choisie de la décomposition en ondelettes, pour assurer une estimation correcte de l'écart-type.

Dans ce cadre, pour se placer dans des conditions qui couvrent notre domaine d'application, les tests ont été conduits sur une batterie de signaux simulés (échantillonnés à 5000 Hz. et ayant  $2^{18}$  points, soit une durée de  $\sim 52$  s.) composés d'une succession aléatoire de 2, 10, 50 ou 500 événements. Ces événements sont des sinusoides de fréquences aléatoires comprises entre 1 et 1000 Hz. et d'amplitudes comprises entre 3 et 10, modulées par des exponentielles ou par des fenêtres de type Hanning de longueur aléatoire. Le bruit superposé est un signal aléatoire de différentes distributions de probabilité et avec différentes énergies : gaussiens ( $\sigma = 1, \sigma = 2$ ), exponentiels ( $\lambda = 0,5, \lambda = 1, \lambda = 2$ ) et uniformes (sur  $[-2,5, 2,5]$  et sur  $[-5, 5]$ ). Le bruit est traité, pour le rendre coloré, avec un filtre RIF de coefficients aléatoires.

La base de décomposition-reconstruction en ondelettes choisie dans le même cadre applicatif par Hadjileontiadis *et al.* est l'ondelette de Daubechies n° 4, mais les auteurs rapportent dans [15] que les tests réalisés sur plusieurs bases de la même famille ne montrent pas de modifications des résultats. Nous avons conservé la même approche, sachant que des essais ultérieurs peuvent être encore effectués. Néanmoins, les résultats sont satisfaisants, et on estime qu'un changement de base n'apporterait pas d'amélioration notable. La profondeur choisie est  $M = 7$  : le filtre passe-bas correspondant à la fonction d'échelle dans l'algorithme de Mallat coupe approximativement à 20 Hz. (donc au seuil d'audibilité) et toute décomposition ultérieure est non-informative pour notre étude.

Nous avons testé deux versions de notre algorithme, avec deux méthodes de calcul du seuil :

- seuillage minimal :  $S_k^j = F_{am}\sigma_k^j$ , avec  $F_{am}$  valeur minimale du paramètre  $F_a$  (eq. (19)) qui assure la convergence de l'algorithme de point fixe et  $\sigma_k^j$  écart-type des coefficients d'ondelette du bruit résiduel à l'échelle  $j$  et à l'itération  $k$  ;
- seuillage « optimal » : on calcule le paramètre  $F_{ao}$  tel que le seuil soit initialisé, pour notre algorithme itératif et pour un bruit additif gaussien, à une valeur proche de celle théorique calculée par Donoho et Johnstone :

$$\begin{aligned} F_{ao} &= K_o F_{am}, & \text{avec} \\ K_o &= \max(1, K_c), & \text{et} \\ K_c &= 2\sqrt{\frac{\alpha \log N}{3\beta\sqrt{2e}}} = \sqrt{\frac{2u \log N}{3\Gamma(\frac{1}{u})\sqrt{2e}}}. \end{aligned} \quad (20)$$

On vérifie facilement que  $F_{ao} = \sqrt{2\log N}$  pour les distributions gaussiennes ( $u = 2$ ). L'expression de  $K_o$  se justifie par le fait que la valeur de  $K_c$  est inférieure à 1 pour certaines valeurs de  $u$  (voir figure 7), et donc le paramètre  $F_a$  calculé à partir de  $K_c$  devient inférieur à  $F_{am}$  et la convergence de l'algorithme n'est pas assurée.

**Remarque** : on ne peut pas considérer notre algorithme de seuillage comme une méthode d'affaiblissement du seuil de Donoho, souvent considéré comme trop élevé [16]. Même si le coefficient  $F_a$  est identique à celui de Donoho, la méthode d'estimation de l'écart-type est différente. Dans notre interprétation, le point fixe de la fonction (7) peut coïncider avec le critère d'arrêt (5) seulement si l'écart-type est calculé à partir des coefficients, tel que :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} w_i^2},$$

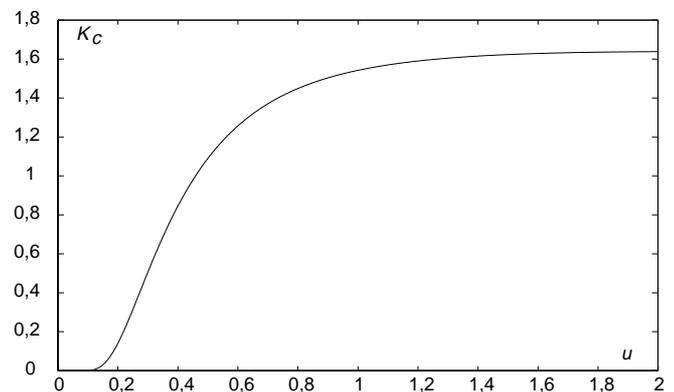


Figure 7. – Exemple de variation de la constante  $K_c$  en fonction de la forme de la distribution gaussienne généralisée (le paramètre  $u$ ).

où  $n$  est le nombre de coefficients sur l'échelle considérée. Alors que, pour l'algorithme de Donoho et Johnstone [8, 9, 16], l'écart-type est estimé à partir de la valeur médiane de coefficients  $M_w$ , sous l'hypothèse d'une distribution gaussienne du bruit :

$$\hat{\sigma} = \frac{M_w}{0,6745}.$$

Ces deux valeurs sont proches quand les coefficients du signal informatif ne modifient pas l'écart-type, ou très peu, c'est-à-dire quand ils sont plutôt rares. En effet, notre algorithme n'est pas strictement un algorithme de débruitage, mais plutôt un algorithme d'extraction d'événements, ou de débruitage et segmentation. Nous montrons qu'il est plus efficace quand le signal est rare dans le bruit, en présence d'une forte non-stationnarité. ■

Les deux versions de notre algorithme ont été comparées avec – l'algorithme itératif WTST-NST de Hadjileontiadis *et al.* ( $F_a = 3$ ) [15, 14],  
– l'algorithme de Donoho et Johnstone, avec l'estimation de l'écart-type sur chaque échelle, pour considérer un bruit coloré (Donoho-ME) [8, 9, 16].

Étant donné que nous avons choisi de tester les performances de ces algorithmes sur des signaux à bruit coloré, nous ne présentons pas, sur les graphiques comparatifs, les résultats obtenus par l'algorithme classique de Donoho et Johnstone, avec une estimation unique de l'écart-type du bruit sur la plus petite échelle (la plus haute bande fréquentielle).

Les deux critères calculés pour cette comparaison sont :

– l'erreur quadratique moyenne entre le signal original  $s$  et le signal débruité  $c$  [8, 16] :

$$EQM = E(s - c)^2, \quad (21)$$

– le nombre de fausses alarmes par rapport au nombre total d'événements détectés. Une fausse alarme est définie comme un événement inexistant dans le signal simulé d'origine, mais extrait du bruit par l'algorithme de débruitage.

Le nombre de non-détections par rapport au nombre d'événements présents dans le signal original n'est pas pris en compte, car non significatif, le seuil calculé par la plupart des méthodes étant suffisamment faible.

Pour l'algorithme de débruitage de Donoho, le nombre d'événements non-détectés et de fausses alarmes ne peut pas être présenté car il ne segmente pas le signal (le signal débruité n'est pas nul en dehors des événements).

Les valeurs moyennes des critères sont présentées dans les figures 8 à 13.

## 6.2. discussion

On peut discuter les performances des algorithmes présentés en fonction de différentes caractéristiques du signal à débruiter, et comparer ces performances selon deux critères.

La caractéristique la plus importante semble être le nombre d'événements par unité de temps. Les performances sont comparées suivant l'erreur quadratique moyenne d'une part et suivant le pourcentage de fausses alarmes d'autre part. On constate (figures 8 et 9) que l'algorithme « optimal » n'est pas adapté pour les signaux très riches en événements (500 év./52 s.). En revanche, il se comporte mieux que les autres, quelque soit le critère retenu, pour les signaux pauvres en événements (jusqu'à 10 év./52 sec.).

Enfin, pour les signaux ayant 50 év./52 sec., les algorithmes « minimal » et WTST-NST de Hadjileontiadis *et al.* offrent une meilleure erreur quadratique moyenne. Cette dernière constatation explique les graphes présentés dans figure 10, où l'on remarque que l'algorithme WTST-NST a une erreur quadratique moyenne inférieure aux autres. De plus, la supériorité de l'algorithme de Hadjileontiadis *et al.* perd son intérêt pour le bruit de faible puissance qui est à distribution gaussienne ou exponentielle.

Cependant, si nous choisissons de nous référer au second critère (le pourcentage de fausses alarmes), la supériorité de l'algorithme « optimal » est évidente. Le comportement de l'algorithme « optimal » apparaît clairement dans la figure 12. On remarque l'antagonisme des deux critères, ainsi que leurs variations par rapport au type et à la puissance du bruit.

Ces résultats peuvent paraître surprenants. Ils peuvent être expliqués par le fait que l'algorithme « optimal » seuille plus haut que le « minimal » et le WTST-NST, ce qui a pour conséquence d'altérer légèrement la nature même des événements, en annulant les segments de faible amplitude noyés dans le bruit. Cependant, le fait d'appliquer un seuillage fort permet d'engendrer beaucoup moins de fausses alarmes, ce qui favorise la segmentation et augmente la qualité auditive et visuelle des signaux débruités. Ceci est à prendre en compte pour faciliter l'interprétation et la classification automatique des événements segmentés (voir figures 14 et 15).

Nous avons traité des signaux de  $2^{18}$  points, à une fréquence d'échantillonnage de 5000 Hz. (ce qui correspond à un enregistrement d'une durée de  $\sim 52$  secondes), sur un ordinateur de type PC Pentium III 500 MHz., les algorithmes étant codés principalement en langage Matlab<sup>5</sup>. Les temps d'exécution des différents algorithmes sont présentés dans le tableau 1. Nous mentionnons également les temps de calcul de l'algorithme original WTST-NST de Hadjilontiadis *et al.* (avec décomposition et reconstruction à chaque itération), ainsi que de celui modifié par notre approche de point-fixe WTST-NST(pf). Nous observons donc un gain en temps de calcul évident grâce à l'interprétation comme algorithme de point fixe : le facteur de gain dépend du nombre d'itérations, qui lui-même dépend du paramètre  $\varepsilon$  qui conditionne le critère d'arrêt  $STC$  (équation (3)). En appliquant

5. Le code pour la partie modélisation par gaussiennes généralisées est écrit par Daniel Schöbben en C et il est disponible à l'adresse Internet <http://www.esp.ele.tue.nl/onderzoek/daniels/gengauss/gengauss.html> [18].

Tableau 1. – Comparaison des temps d'exécution pour les différents algorithmes de débruitage testés.

Algorithme	Durée [s]
« optimal »	9,4
« minimal »	11,3
WTST-NST(pf)	9,3
Donoho-ME	7,1
WTST-NST	52,2

cette nouvelle interprétation, l'approche itérative présente un temps d'exécution du même ordre de grandeur que l'approche directe de Donoho et Johnstone [8, 9]. Cependant, on observe de légères variations de durée entre les différents algorithmes :

- entre les méthodes « optimale » et « minimale », la différence est essentiellement due à la valeur du seuil et au nombre d'itérations vers le point fixe : une constante  $F_a$  plus élevée implique une fonction plus « abrupte » et un seuil plus grand ;
- entre les algorithmes « optimal » et WTST-NST(pf), la différence provient de l'introduction de la modélisation des lois de probabilité des coefficients par gaussiennes généralisées. Cette différence reste peu importante grâce à l'implémentation en  $C$ .

## 7. conclusion

De ce travail, nous pouvons conclure que l'extraction d'événements dans les signaux non-stationnaires bruités doit être précédée d'une réflexion sur les critères à favoriser : l'erreur quadratique moyenne ou le nombre de fausses alarmes. Le choix de la méthode de débruitage dépend de l'application et de son objectif :

- une reconstruction d'un signal le plus proche du signal original au sens mathématique (erreur quadratique moyenne),

- une segmentation des événements significatifs, en vue d'une reconnaissance, interprétation et classification ultérieures.

Ce choix dépend également des connaissances *a priori* de l'utilisateur sur le signal et sur le bruit. Par exemple, on a montré que le nombre d'événements par unité de temps (le « degré de non-stationnarité du signal ») est un paramètre qui influence beaucoup les performances (voir figure 8 et figure 9).

De plus, la puissance et la distribution du bruit superposé peuvent guider dans le choix de la méthode de débruitage (voir figure 10 et figure 11).

Par ailleurs, nous avons testé le comportement des algorithmes en utilisant des connaissances *a priori* sur la répartition fréquentielle du signal. C'est le cas, notamment, des signaux sonores, qui n'ont pas de composantes fréquentielles inférieures à 20 Hz., et pour lesquels on peut annuler tous les coefficients d'ondelette sur les grandes échelles (basses fréquences). Dans ce cas, les composantes de basse fréquence du bruit, qui relient les événements, s'annulent et la segmentation devient possible pour l'algorithme de débruitage Donoho-ME. Il s'avère, d'après le critère du nombre de fausses alarmes, que l'algorithme de Donoho-ME avec filtrage passe-haut (Donoho-ME-PH) se comporte mieux que l'algorithme optimal, mais que l'erreur quadratique moyenne reste plus grande (voir figure 13). En fait, nous considérons que sans connaissances *a priori* sur le contenu fréquentiel des signaux non-stationnaires et/ou sur la nature du bruit, l'algorithme « optimal » est le plus adapté, mais que les connaissances *a priori* peuvent améliorer d'une manière significative les performances des autres algorithmes.

Dans notre application, notre préoccupation est de traiter les sons physiologiques sur lesquels nous n'avons que très peu de connaissances *a priori*, hormis leur non-stationnarité. De plus, comme la distribution et la répartition fréquentielle du bruit ne sont pas connues, nous avons choisi d'extraire les événements avec l'algorithme « optimal ». Un exemple de traitement d'un signal sonore physiologique abdominal est présenté dans la figure 15.

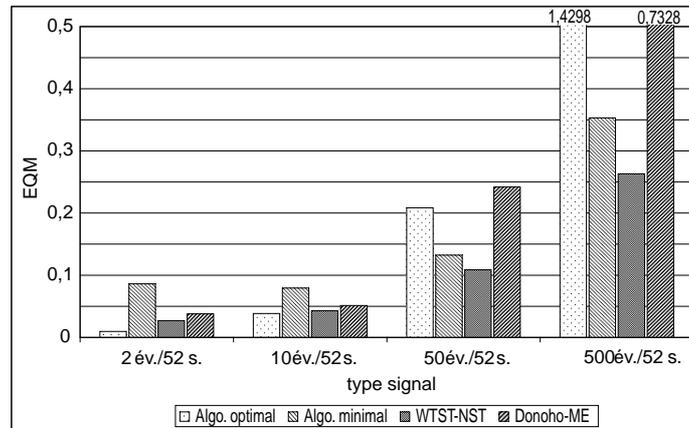


Figure 8. – Erreur quadratique moyenne en fonction du type de signal. Les valeurs présentées sont des moyennes calculées à partir des résultats obtenus sur tous les signaux simulés et les distributions de bruit décrits précédemment. Il est à noter que les performances de l’algorithme optimal sont meilleures, relativement aux autres algorithmes, pour les signaux à faible nombre d’évènements.

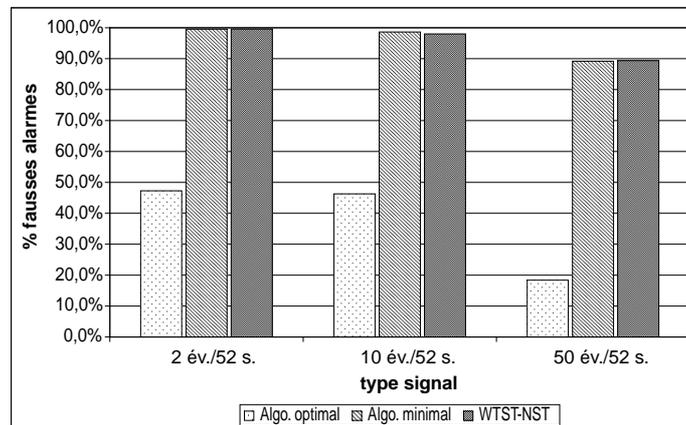
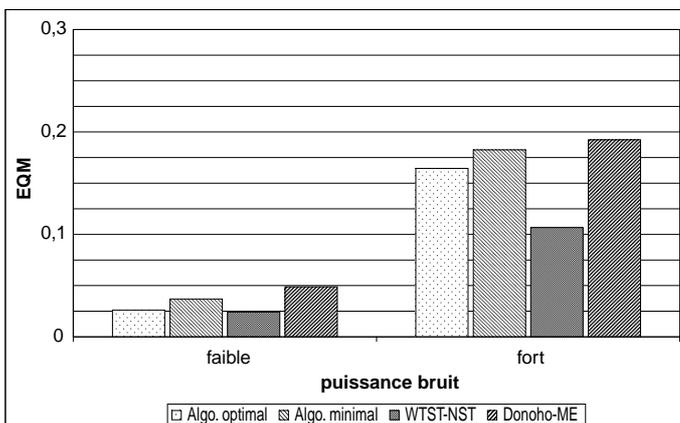
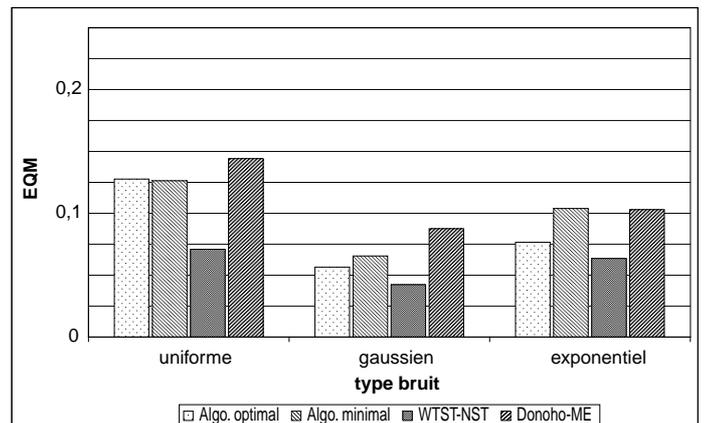


Figure 9. – Pourcentage de fausses alarmes du nombre total d’évènements segmentés. On ne présente pas les résultats de la segmentation pour les signaux à 500 év./min., car les évènements sont trop denses et donc souvent concaténés. L’algorithme Donoho-ME ne segmente pas les signaux, donc il n’est pas comparé aux autres pour ce critère. L’algorithme optimal se révèle également le plus performant.



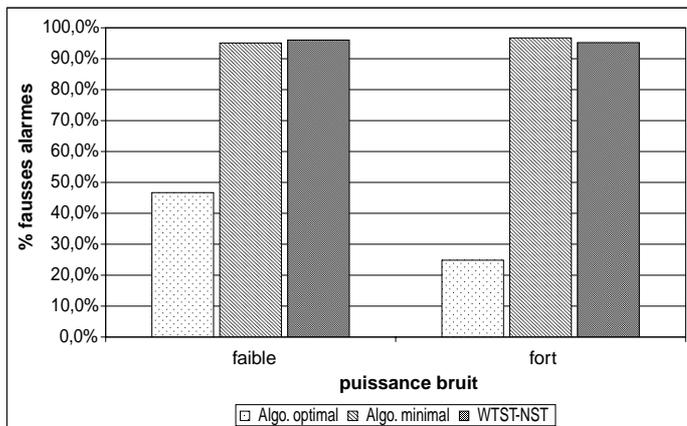
(a) en fonction de la puissance du bruit



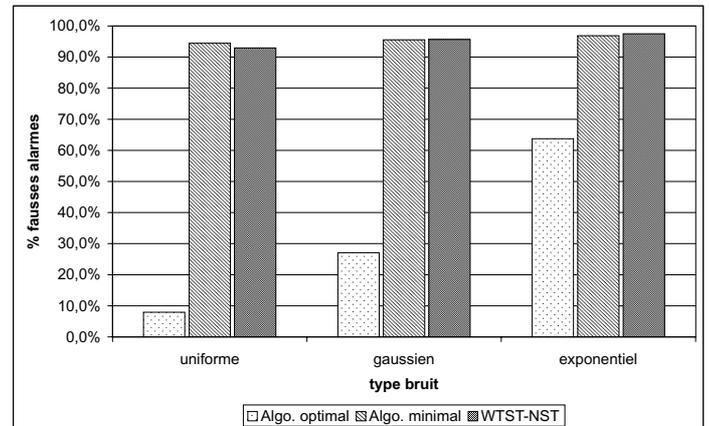
(b) en fonction du type du bruit

Figure 10. – Erreur quadratique moyenne (EQM) en fonction du bruit. Le bruit est considéré « faible » ou « fort » par rapport à la moyenne de ses écarts-types. Les valeurs présentées sont des moyennes calculées à partir des résultats obtenus sur tous les signaux simulés et les distributions de bruit décrits précédemment. On peut remarquer que l’ensemble des algorithmes se comporte mieux si le bruit est faible. Ce résultat est bien sûr attendu. Cependant, l’algorithme WTST-NST se comporte mieux.

## Débruitage par ondelettes segmentation de signaux non-stationnaires

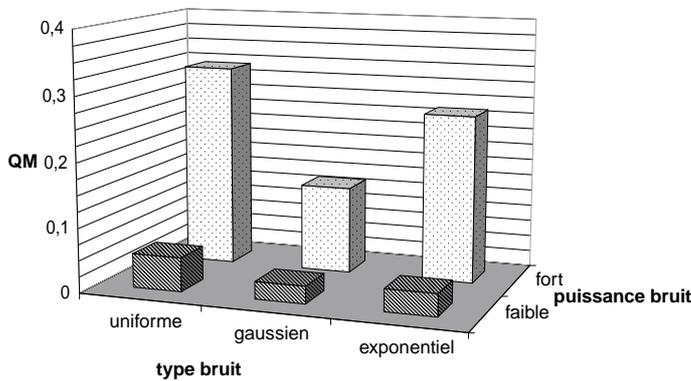


(a) en fonction de la puissance du bruit

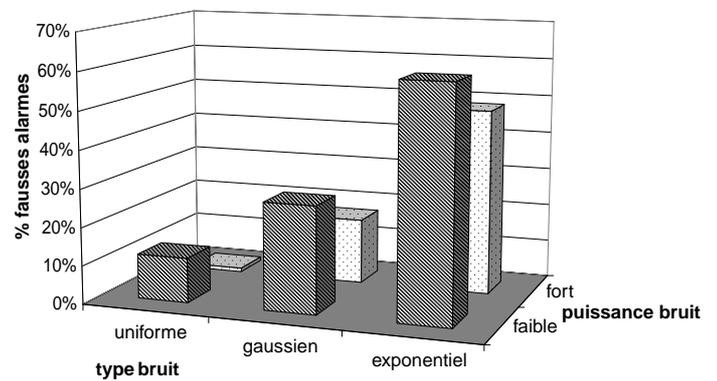


(b) en fonction du type du bruit

Figure 11. – Pourcentage de fausses alarmes en fonction du bruit. L’algorithme optimal offre le moins de fausses alarmes, quel que soit la puissance et le type de bruit. Les algorithmes minimal et WTST-NST seuillent relativement bas, ce qui peut expliquer le grand nombre de fausses détections.

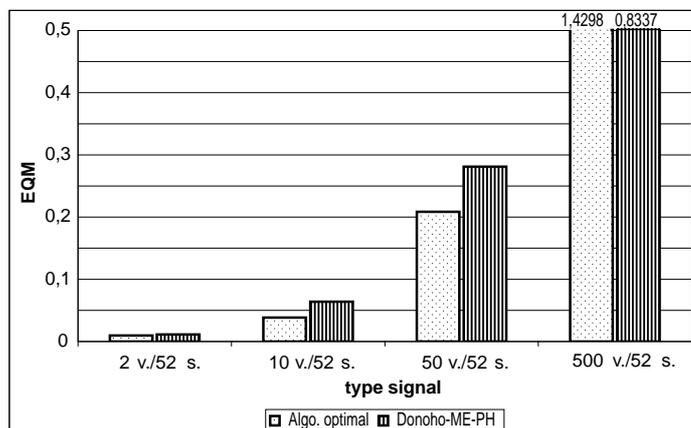


(a) erreur quadratique moyenne

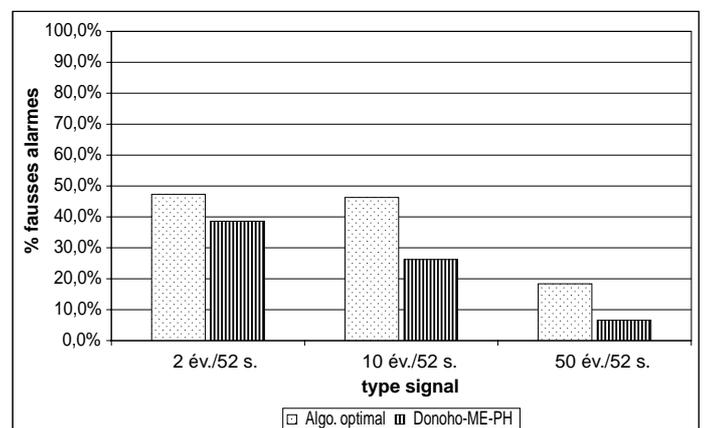


(b) pourcentage de fausses alarmes

Figure 12. – Performances de l’algorithme optimal en fonction du bruit. Ces graphes nous permettent de constater que les deux critères (EQM et nombre de fausses alarmes) sont antagonistes.



(a) erreur quadratique moyenne



(b) pourcentage de fausses alarmes

Figure 13. – Performances comparatives de l’algorithme « optimal » et de l’algorithme de Donoho, après l’annulation des basses fréquences (Donoho-ME-PH).

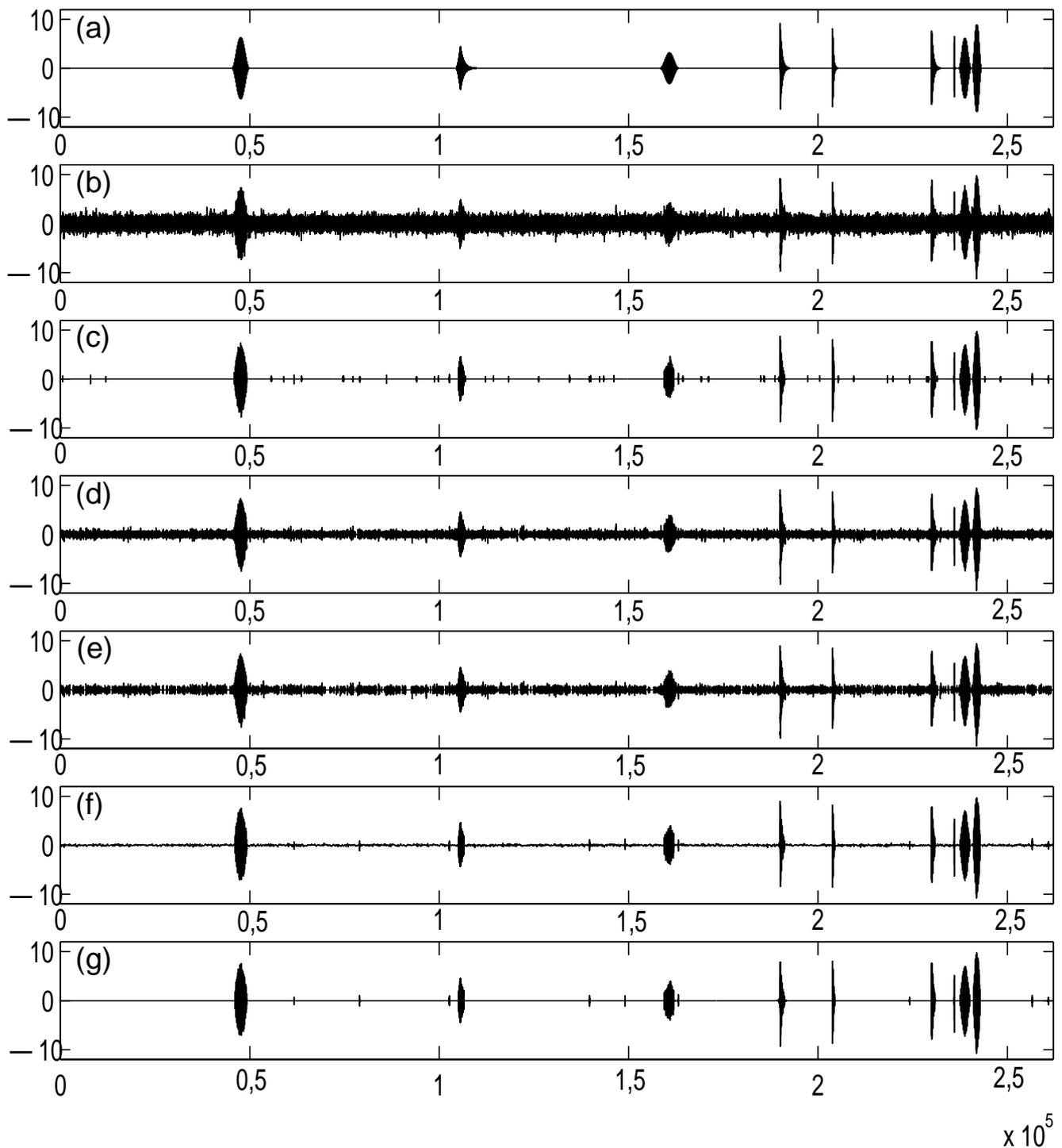


Figure 14. – Les signaux résultant des 5 algorithmes différents sur un signal simulé avec 10 év./52 s., avec un bruit exponentiel de  $\lambda = 1$  (de faible puissance :  $\sigma < 2$ ). (a) signal original ; (b) signal + bruit ; (c) algorithme « optimal » ; (d) algorithme « minimal » ; (e) WTST-NST ; (f) Donoho-ME ; (g) Donoho-ME-PH.

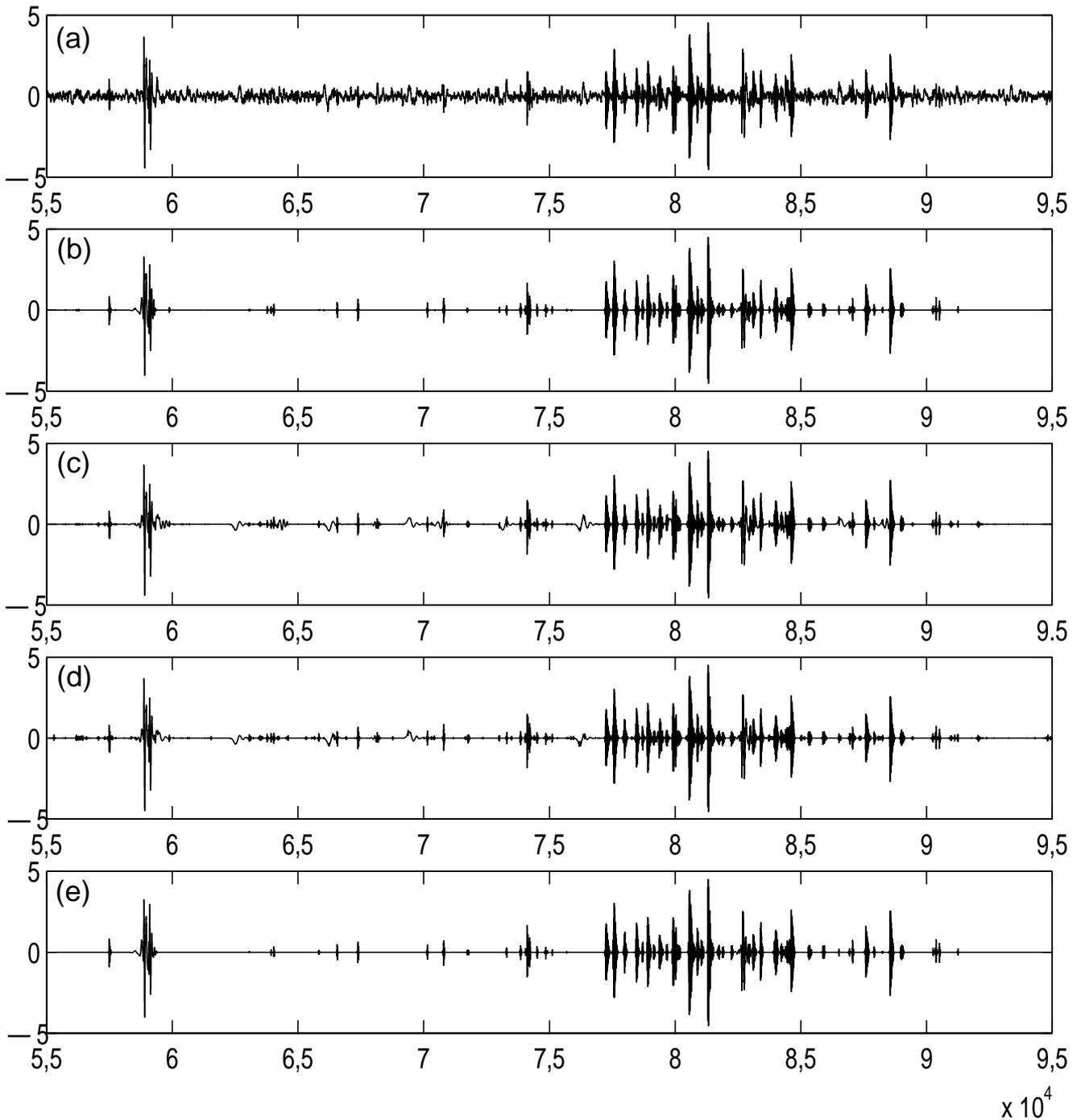


Figure 15. – Les signaux résultant des 4 algorithmes différents sur un phonoentérogramme réel. (a) signal enregistré ; (b) algorithme « optimal » ; (c) algorithme « minimal » ; (d) WTST-NST ; (e) Donoho-ME-PH. Les résultats obtenus avec l'algorithme Donoho-ME ne sont pas présentés, car les connaissances *a priori* sur la nature du signal (fréquence minimale > 20 Hz.) ont permis d'appliquer directement la version Donoho-ME-PH.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. Akay. *Time frequency and wavelets in biomedical signal processing*. IEEE Press Series in Biomedical Engineering. IEEE Press, 1998.
- [2] F. Auger, P. Flandrin, P. Gonçalves et O. Lemoine. *Time-frequency toolbox for use with Matlab*. Tutorial. CNRS (France), Rice University (USA), 1995-1996.
- [3] S.M. Berman. *Sojourns and Extremes of Stochastic Processes*. Wadsworth, Reading, MA, 1989.
- [4] Bray, R. Reilly, L. Haskin et B. McCormack. Assessing motility through abdominal sound monitoring. In *Proc. IEEE EMBS*, pp. 2398-2400, 1997.
- [5] W. Cannon. Auscultation of the rhythmic sounds produced by the stomach and intestines. *Am. J. Physiol.*, vol. 14, pp. 339-353, 1905.
- [6] R. Coifman et M. Wickerhauser. Adapted waveform de-noising for medical signals et images. *IEEE Engineering in Medicine and Biomogy Magazine*, vol. 14, n° 5, pp. 578-586, 1995.
- [7] R. Coifman et M. Wickerhauser. Experiments with Adapted Wavelet De-Noising for Medical Signals and Images. In Metin Akay, editor, *Time-Frequency and Wavelets in Biomedical Engineering*, pp. 323-346, 1998.
- [8] D. Donoho. De-Noising via Soft Thresholding. Technical report, Department of Statistics, Stanford University, 1992.  
<http://www-stat.stanford.edu/~donoho/Reports/index.html>
- [9] D. Donoho et I. Johnstone. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Biometrika*, vol. 81, pp. 425-455, 1994.
- [10] D. Du Plessis. Clinical observation on intestinal motility. *S. Afr. Med. J.*, vol. 28, pp. 27-33, 1954.
- [11] J. Farrar et F. Ingelfinger. Gastrointestinal motility as revealed by study of abdominal sounds (with discussion). *Gastroenterology*, vol. 29, n°5, pp.789-802, 1955.
- [12] C. Garner et H. Ehrenreich. Non invasive topographic analysis of intestinal activity in man on the basis of acoustic phenomena. *Resp. Exp. Med (Berl.)*, vol. 189, n° 2, pp. 129-140, 1989.
- [13] M. Gaussen. L'auscultation de l'abdomen. *Journal de médecine de Bordeaux*, vol. 1, pp. 25-31, 1952.
- [14] L. Hadjileontiadis, L. Liatsos, C. Mavrogiannis, T. Rokkas et S. Panas. Enhancement of bowel sounds by wavelet-based filtering. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 47, n° 12, pp. 1269-1281, 2000.
- [15] L. Hadjileontiadis et S. Panas. Separation of discontinuous adventitious sounds from vesicular sounds using a wavelet-based filter. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 44, n° 7, pp. 876-886, 1997.
- [16] S. Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, 1999.
- [17] G. Milton. Normal bowel sounds. *Med. J. Aust.*, vol. 2, pp. 490-493, 1958.
- [18] D. Schöbben. Generalized Gaussian PDF estimation.  
<http://www.esp.ele.tue.nl/onderzoek/daniels/gengauss/gengauss.html>
- [19] J.-L. Starck et A. Bijaoui. Filtering and deconvolution by the wavelet transform. *Signal Processing*, vol. 35, p. 195-211, 1994.
- [20] J.-L. Starck et F. Murtagh. Image restoration using wavelet transform. *Astronomy and Astrophysics*, n° 288, pp. 342-348, 1994.
- [21] A. Suzuki, C. Sumi, K. Nakayama et M. Mori. Real-time adaptive cancelling of ambient noise in lung sound measurement. *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 33, pp. 704-708, 1995.
- [22] A. Tesei et C. Regazzon. HOS-based generalized noise PDF models for signal detection optimization. *Signal Processing*, vol. 65, n° 2, pp. 267-281, 1998.
- [23] T. Tomomasa, A. Morikawa, R. Sandler, H. Mansy, H. Koneko, T. Masahiko, P. Hyman et Z. Itoh. Gastrointestinal sounds and migrating motor complex in fasted humans. *Am. J. Roentgenol.*, vol. 94, n° 2, pp. 374-381, 1999.
- [24] M. Unser et A. Aldroubi. A review of wavelets in biomedical applications. *Proc. IEEE*, vol. 84, n° 4, pp. 626-638, 1996.
- [25] B. Widrow, J. Glover, J. McCool, J. Kaunitz, C. Williams, R. Hearn, J. Zeidler, E. Dong et R. Goodlin. Adaptive noise cancelling: principles and application. *Proc. IEEE*, vol. 63, n° 12, pp. 1692-1716, 1975

*Manuscrit reçu le 9 avril 2002*

## LES AUTEURS

Radu RANTA



Radu RANTA est ingénieur en automatique de l'Université Polytechnique de Bucarest-Roumanie (1994). Il a obtenu son DEA en Automatique et Traitement Numérique du Signal (ATNS) en 2000 et prépare le Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine au sein du Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN, UMR CNRS-INPL 7039).

Valérie LOUIS-DORR



Valérie LOUIS-DORR est Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine depuis 1993. Maître de conférences à l'ENSEM-INPL en électronique et traitement du signal et chercheur au CRAN au sein du thème ingénierie pour la santé, elle est responsable du projet analyse des signaux physiologiques.

Christian HEINRICH



Ingénieur Supélec (1990) et Docteur en sciences de l'Université de Paris-Sud, Orsay (1997), Christian HEINRICH est maître de conférences à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (Université Louis Pasteur, Strasbourg 1). Il mène ses activités de recherche au Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT, UMR CNRS-ULP 7005).

Didier WOLF



Didier WOLF est professeur d'Automatique à l'ENSEM-INPL et responsable du thème « Ingénierie pour la Santé » du CRAN-UMR 7039. Ses activités de recherche concernent le traitement du signal et de l'image appliqué à la radiothérapie, la médecine nucléaire, au photodiagnostic pré-cancéreux et à l'analyse des signaux physiologiques (sons, EEG).

François GUILLEMIN



François GUILLEMIN est professeur des universités à la Faculté de Médecine de Nancy, chirurgien-cancérologue au Centre de lutte contre le cancer « Alexis Vautrin » (CAV), et Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, spécialité Génie électrique, depuis 1986. Il est le fondateur de l'unité de recherche de thérapie photodynamique du CAV (1988) qui a été intégrée au CRAN en 1994. Depuis 2001, il est directeur du Centre Alexis Vautrin.