

Reconstruction tridimensionnelle multi-vues de papier

Multiple-View Threedimensional Paper Sheet Reconstruction

Mathieu Perriollat¹, Adrien Bartoli¹ et Lionel Reveret²

¹LASMEA (CNRS/UBP), Clermond-Ferrand, 24 avenue des Landais, 63177 Aubières cedex
Mathieu.Perriollat@gmail.com

²EVASION (INRIA), Montbonnot

Manuscrit reçu le 9 novembre 2007

Résumé et mots clés

Les surfaces de type papier, lorsqu'elles ne présentent pas de pli franc, sont mathématiquement décrites par des surfaces développables. Ces dernières sont difficiles à paramétrer de manière minimale car le nombre de degrés de liberté significatif dépend de la déformation. Les modèles existants sont incomplets ou dépendent de grands jeux de paramètres redondants.

Notre première contribution est un modèle génératif contrôlé par un jeu quasi-minimal de paramètres intuitifs. Le principe est de plier une surface plane autour de règles de guidage. Un certain nombre de règles de lissage contrôle la régularité de la surface ainsi générée, qui par construction approche une surface développable. Notre deuxième contribution est un algorithme d'estimation du modèle proposé à partir de plusieurs images. Tout d'abord, les caméras et une structure 3D éparsée de la surface de l'objet sont reconstruites. Une paramétrisation 2D de ces points est ensuite calculée par une méthode non-linéaire de réduction des dimensions. Cette paramétrisation est essentielle pour évaluer la courbure d'une surface passant par les points reconstruits, nécessaire à l'initialisation des paramètres du modèle. Enfin, un ajustement de faisceaux ajuste les paramètres du modèle afin de raffiner la surface en minimisant l'erreur de reprojection.

Papier, reconstruction 3D, surfaces développables.

Abstract and key words

Smoothly bent paper-like surfaces are developable. They are however difficult to minimally parameterize since the number of meaningful parameters is intrinsically dependent on the actual deformation. Previous generative models are either incomplete, *i.e.* limited to subsets of developable surfaces, or depend on huge parameter sets.

Our first contribution is a generative model governed by a quasi-minimal set of intuitive parameters, namely rules and angles. More precisely, a flat mesh is bent along guiding rules, while a number of extra rules controls the level of smoothness. The generated surface is guaranteed to be developable.

The second contribution is an automatic multi-camera 3D reconstruction algorithm. First of all, the cameras and a sparse structure are reconstructed from the images using *Structure-from-Motion* method. A 2D parametrization of the reconstructed points is computed by dimensionality reduction. This parameterization is used to initialize the proposed model since it easily allows us to estimate the surface curvature. The initial model parameters are eventually tuned through model-based bundle-adjustment.

Paper, 3D reconstruction, developable surfaces.

1. Introduction

Le comportement des objets déformables est régi par de nombreuses lois physiques. Il est donc difficile de proposer un système générique de vision par ordinateur : on utilise généralement un modèle spécifique de l'objet d'intérêt, *e.g.* [1, 7, 13, 16]. Par exemple, un modèle déformable 3D de visage permet de retrouver la pose de la caméra à partir d'une seule image [1]. Cet article est consacré aux surfaces de type « papier ». Plus précisément, nous considérons les feuilles de papier comme des surfaces inextensibles pour lesquelles la courbure gaussienne est nulle en tout point. Ces hypothèses se vérifient lorsque les déformations sont régulières, c'est-à-dire que la surface ne présente pas de singularité. La surface du papier est alors mathématiquement décrite par une *surface développable*, un sous-ensemble des surfaces réglées.

De manière générale, deux approches de modélisation sont possibles. La première s'appuie sur un modèle très général possédant de nombreux degrés de liberté, sur lequel des contraintes sont appliquées pour contraindre les déformations admissibles afin de satisfaire les propriétés physiques de l'objet. Nous suivons la deuxième approche, dans laquelle le modèle est gouverné par un ensemble de paramètres tel que la surface générée soit directement cohérente avec la physique de l'objet. Le modèle ainsi construit est dit génératif.

Nous considérons le papier comme un objet inextensible. La figure 1 explique pourquoi cette contrainte non-linéaire n'est pas évidente à appliquer directement sur un maillage. Par exemple, Salzmann *et al.* [16] génèrent des exemples d'apprentissage à partir de maillages dont les arêtes ont des longueurs constantes. Un modèle est ensuite extrait de ces exemples par analyse en composantes principales. Lors de l'utilisation de ce modèle, par exemple pour du suivi, ces contraintes sont réinjectées via une pénalité. Cette approche ne garantit pas que la surface générée soit inextensible.



Figure 1. Inextensibilité et discrétisation : un exemple monodimensionnel. La courbe C représente un objet inextensible, A et B sont deux points sur l'objet.

L'approximation linéaire de l'arc (AB) est le segment AB .

Lorsque C fléchit, la longueur de l'arc (AB) reste constante mais la longueur du segment AB diminue. Un maillage dont la longueur des arêtes est constante n'est donc pas valable pour les surfaces inextensibles.

Nous proposons un modèle générant des surfaces 3D satisfaisant les deux propriétés énoncées pour les feuilles de papier, c'est-à-dire l'inextensibilité et une courbure gaussienne nulle en tout point du maillage. Le modèle se base sur le pliage d'une

surface plane autour de règles, couplé à un processus d'interpolation permettant de lisser la surface générée. Le nombre de paramètres est faible ce qui rend le modèle adapté à des applications de suivi à partir d'images. Nous décrivons également un algorithme pour déterminer les déformations et la pose d'un objet en papier à partir de plusieurs vues. La méthode présentée peut être utilisée dans des applications de réalité augmentée, par exemple d'incrustation de logos dans des images, ou en traitement de documents car elle permet la mise à plat automatique d'un document déformé.

Travaux antérieurs. Les surfaces développables sont souvent choisies comme outil de modélisation. Certains travaux s'intéressent à la simulation d'objets dont la surface est développable. Ainsi, [17] construit des surfaces développables par assemblage de portions de cônes généralisés définis par leurs sommets et leurs sections, données sous forme de courbes splines. Le modèle de [9] est construit autour des propriétés physiques du papier et permet de simuler des pliures franches. Il est constitué d'un modèle géométrique se déformant sous l'action de forces externes. L'utilisation directe de ces modèles en vision par ordinateur pose problème car ils sont gouvernés par un grand nombre de paramètres, difficiles à estimer à partir d'images. Le modèle proposé dans cet article est inspiré du modèle géométrique de [9]. Dans notre cas, les images amènent une partie des contraintes physiques comme la non-auto-intersection de la surface. Dans le cadre de l'estimation de surface à partir d'un nuage de points 3D, de nombreuses représentations des surfaces développables ont été proposées, soit directement dans l'espace des points [2, 10] soit dans l'espace dual [12, 14]. Les travaux s'accompagnent généralement d'algorithmes permettant d'ajuster la surface à un nuage de points. Par exemple, [2] propose une méthode pour initialiser la position des règles à partir de points 3D. Les techniques usuelles de vision ont également été combinées avec les hypothèses de surface développable pour proposer des méthodes de mise à plat de documents. Ainsi, le *shape-from-contour* est étudié dans [3, 7] et le *shape-from-shading* dans [3]. Un scanner 3D est utilisé dans [13], et [11] propose une méthode pour redresser une image de document.

Plan de l'article. Nous décrivons notre modèle génératif de surfaces développables à la section 2. Pour cela nous présentons succinctement les surfaces développables et le principe fondateur du modèle. Les différents paramètres du modèle sont ensuite détaillés et le processus de génération de la surface est finalement décrit.

Le modèle est ensuite utilisé dans le cadre de la reconstruction de surfaces développables à partir de plusieurs images. Cette application est présentée à la section 3. Elle se décompose en trois étapes :

- la reconstruction d'une surface grossière à partir des images,
- l'initialisation des paramètres du modèle en utilisant cette surface,
- le raffinement de ces paramètres.

Des résultats expérimentaux sur des séquences d'images réelles sont montrés à la section 4. Enfin, nous présentons nos conclusions et nos perspectives à la section 5.

2. Un modèle quasi-minimal

Après avoir décrit les surfaces développables d'un point de vue mathématique, nous présentons le principe du modèle. Celui-ci est ensuite formalisé par l'introduction des paramètres du modèle et par le processus de génération de la surface.

2.1. Principes

Surfaces développables. Les surfaces développables forment un sous-ensemble des surfaces réglées. Elles sont donc naturellement définies comme des surfaces réglées sous contraintes. Leur expression mathématique est donnée dans [17] par :

$$\begin{cases} X(t, v) = \alpha(t) + v\beta(t), & t \in I \quad v \in \mathbb{R} \quad \beta(t) \neq 0 \\ \det(\alpha'(t), \beta(t), \beta'(t)) = 0. \end{cases}$$

$X(t, v)$ est un point de la surface, I est un intervalle de \mathbb{R} et f' est la dérivée de f .

La première équation définit une surface réglée par l'association d'une courbe 3D dérivable $\alpha(t)$ avec un champ vectoriel $\beta(t)$. La deuxième équation intervient sur le plan tangent à la surface le long d'une règle. Cette équation ne dépend pas du paramètre v , par conséquent, le plan tangent à la surface est constant le long des règles. Cela implique que la courbure gaussienne est nulle en tout point de la surface [5]. Cette contrainte supplémentaire permet d'obtenir une surface développable.

La plupart des travaux antérieurs proposent des fonctions satisfaisant ce système. Par exemple [2] utilise une représentation sous forme de produit tensoriel de B-splines, [10] introduit des surfaces coniques décrites par des splines et [14] associe une représentation dans un espace dual avec des surfaces NURBS.

Génération basée sur des règles. Nous proposons une méthode intuitive pour construire des surfaces développables. Elle s'inspire de l'observation des déformations non-singulières des feuilles de papier. L'idée principale est d'utiliser un système discret de règles à la place d'une formulation continue. La surface générée est plane par morceaux et la courbure devient naturellement une formulation en terme d'angles de pli. Les règles sont choisies de manière à ce qu'elles ne se coupent pas sur la surface de l'objet. Ceci correspond à la modélisation de déformations non-singulières.

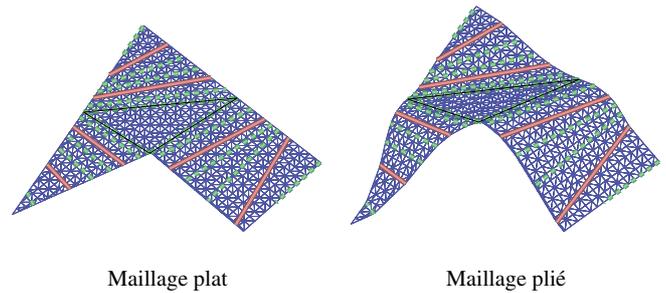


Figure 2. Génération d'un maillage déformé, (à gauche) Maillage plat avec les règles de guidage (en rose/clair) et les règles de lissage (en vert foncé), (à droite) Maillage plié autour des règles.

Équilibrer la complexité du modèle et la régularité de la surface. Il est évident que la densité des règles est liée à la régularité de la surface : une surface sera régulière si elle possède un grand nombre de règles. Elle influence également la complexité du modèle : plus il y a de règles, plus la surface générée peut être complexe. Ces deux observations conduisent à conserver un grand nombre de règles pour générer une surface régulière et aussi complexe que nécessaire. En pratique, ces règles ne sont pas indépendantes car la surface est lisse. Ainsi, pour limiter le nombre de paramètres du modèle, nous proposons de contrôler uniquement un sous-ensemble de règles et d'interpoler les autres. Elles sont appelées respectivement les règles de guidage et les règles de lissage. Cette formulation a l'avantage de générer des surfaces régulières avec un jeu de paramètres restreint. L'aspect du maillage obtenu dépend alors des règles de guidage et du processus d'interpolation.

Lorsque la forme de la feuille a été définie, il reste trois étapes pour générer un maillage déformé avec notre modèle. Tout d'abord nous plaçons les règles de guidage sur la surface. À chaque règle de guidage est associé un angle de pli. Ensuite nous définissons des règles de lissage par interpolation des positions et des angles de pli des règles de guidage. Le nombre de règles de lissage définit la régularité de la surface générée. Enfin, le maillage est plié autour de toutes les règles.

La figure 2 illustre la génération d'un maillage. La surface obtenue est admissible puisqu'elle est développable. La figure 3 montre l'influence du nombre de règles de guidage sur la surface générée. Elle illustre également l'effet de l'ajout de règles de lissage. Sur cet exemple, la surface générée par 6 règles de guidage et 12 règles de lissage présente un bon compromis : il y a suffisamment de paramètres pour représenter toutes les déformations, la régularité apportée par les règles de lissage améliore considérablement l'estimation de la surface et un nombre légèrement supérieur de règles de guidage ne permet pas de réduire l'erreur d'estimation.

Contraintes de cohérence interne. Une règle est valide si elle ne coupe pas d'autres règles sur la surface et si le segment joignant les deux extrémités de la règle est intégralement inclus sur

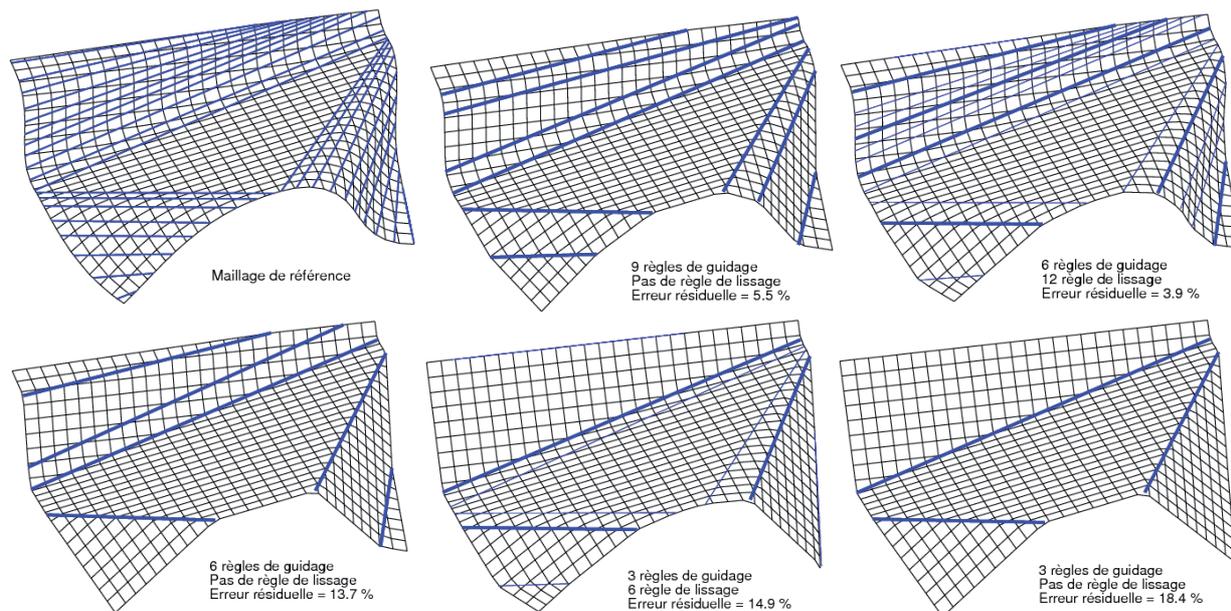


Figure 3. Comportement du modèle. Le maillage de référence est estimé avec notre modèle par un nombre variable de paramètres. L'erreur résiduelle représente la distance moyenne au maillage de référence (elle est donnée en pourcentage de la longueur d'une maille). Sur le maillage de référence, quelques règles sont représentées. Sur les autres figures, les lignes larges représentent les règles de guidage et les lignes fines sont les règles de lissage.

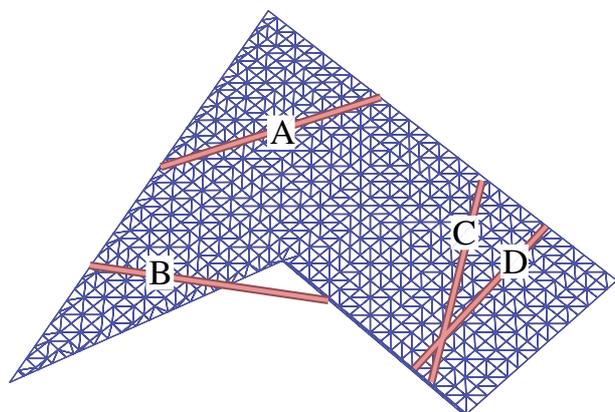


Figure 4. Exemples de règles valides et de règles non-valides. La règle A est valide. La règle B n'est pas valide puisqu'elle est en partie à l'extérieur de la surface. Les règles C et D ne sont pas valides car elle se coupent sur la surface.

la surface. La figure 4 montre les différents cas de règles valides et non-valides.

2.2. Paramétrisation

Le jeu de paramètres décrivant le modèle peut être séparé en deux catégories. La première décrit la forme du maillage plat. La deuxième contrôle les déformations. La frontière de l'objet aplati est définie par une courbe plane, par exemple un polygone.

Les déformations sont paramétrées par les positions des règles de guidage et leurs angles de pli. Comme chaque règle coupe le bord de l'objet en deux points exactement, une paramétrisation minimale des règles est l'abscisse curviligne de ces deux points le long de la courbe frontière. La contrainte que les règles ne doivent pas se couper sur la surface se traduit par une contrainte sur les abscisses curvilignes des règles. Plus de détails sont donnés à la section 2.3.

Le tableau 1 résume les paramètres du modèle. Le modèle possède $2 + S + 3n$ paramètres, avec S le nombre de paramètres décrivant la courbe frontière (par exemple la largeur et la longueur dans le cas d'une forme rectangulaire) et n le nombre de règles de guidage. Le modèle tel que décrit dans la suite est

Tableau 1. Résumé des paramètres du modèle, (en haut) Paramètres discrets (laissés invariants durant l'ajustement de faisceaux), (en bas) Paramètres continus.

Paramètre	Description	Taille
n	nombre de règles de guidage	1
n_e	nombre de règles de lissage	1
S	forme de la courbe frontière	S
s_A	abscisses curvilignes des règles de guidage	$2n$
θ	angles de pli des règles de guidage	n

directement applicable à toute forme simplement connexe (c'est à dire en une seule partie et sans trou) dont la frontière est convexe. Cependant il est possible d'incorporer des contraintes supplémentaires pour traiter des formes quelconques, comme illustré par la figure 2. Ces formes sont peu courantes en pratique et par conséquent les contraintes associées ne sont pas présentées ici.

2.3. Génération du maillage

Le tableau 2 présente une vue d'ensemble du processus de génération du maillage. La génération de la surface se déroule en 5 étapes. La première étape permet de définir la forme plane de l'objet. Les étapes suivantes concernent l'interpolation des règles de guidage et le pliage de la forme plane. Elles sont détaillées dans la suite.

Tableau 2. Vue d'ensemble de la génération de maillage.

PROCESSUS DE GÉNÉRATION DE SURFACE
1. Définir la frontière de l'objet
2. Regrouper les règles en régions
3. Interpoler la position des règles et leur angle de pli
4. Rééchantillonner les fonctions d'interpolation pour définir les règles de lissage
5. Plier le maillage plat

Interpolation des règles de guidage. Les règles sont paramétrées par les abscisses curvilignes de leurs points d'intersection avec la frontière de l'objet et par leur angle de pli. Pour définir les règles de lissage, deux interpolations sont nécessaires. La première porte sur la position des règles et la deuxième sur les angles de pli.

L'interpolation de la position des règles de guidage nécessite quatre étapes :

1. Les règles appartenant à une même « région de pliage » sur le papier sont rassemblées. Une région est définie par un ensemble de règles voisines. Deux règles sont dites voisines si leurs extrémités sont voisines deux à deux le long du contours. La figure 5 fait apparaître les règles de guidage et les régions associées sur quatre exemples.

2. Un point du contour est choisi comme origine des abscisses curvilignes. En parcourant le contour dans le sens des abscisses curvilignes croissantes, les points d'intersection des règles de guidage avec le contour sont numérotés. Un graphique est alors construit, en reportant en abscisse les numéros des intersections et en ordonnée leurs abscisses curvilignes. La série de points ainsi obtenue est croissante par construction. Elle est représentée par les marqueurs larges en bas à gauche de la figure 6.

3. Une fonction interpolante croissante passant par ces points est alors calculée. La monotonie de la fonction est essentielle car elle garantit que les règles ne se coupent pas sur la surface. Afin de garantir cette propriété nous avons choisi d'interpoler les points avec des polynômes de Hermite d'ordre 3. En effet, cette fonction polynomiale préserve le sens de variation entre les points interpolés. Elle apparaît en noir en bas à gauche de la figure 6.

4. La fonction d'interpolation est ensuite rééchantillonnée pour obtenir les positions des règles de lissage, les limites et les extrémités des régions. Un rééchantillonnage régulier permet de définir la position des règles de lissage. Ces positions sont données par les marqueurs fins en bas à gauche de la figure 6 et par des traits fins en haut à gauche.

Les limites des régions sont définies entre deux règles de guidage consécutives n'appartenant pas à la même région. Leurs abscisses curvilignes sont données par l'image du point milieu entre ces règles de guidage. Par exemple sur la figure 6, l'abscisse curviligne de la limite entre les points d'intersection 6 et 7 est donnée par l'image de 6,5. Ces limites apparaissent en pointillé rouge en bas à gauche et en haut à droite de la figure 6.

À chaque règle correspondent les deux abscisses curvilignes des deux points d'intersection de la règle avec le contour. Cela donne deux ensembles distincts d'abscisses curvilignes dans chaque région : l'ensemble des « premiers points d'intersection » et l'ensemble des « deuxièmes points d'intersection ».

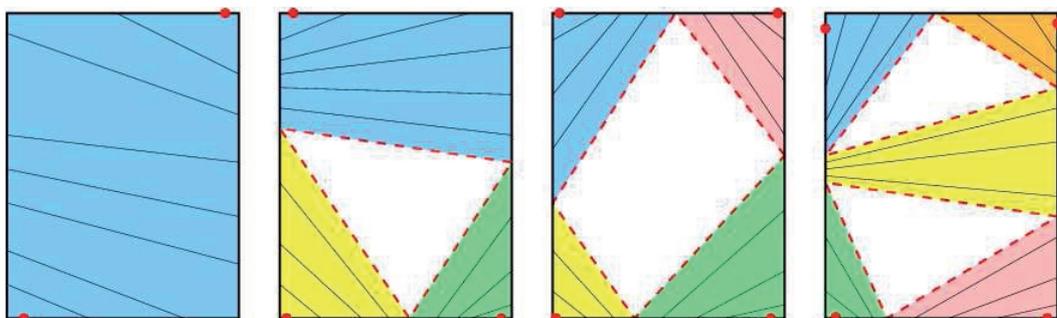


Figure 5. Regroupement des règles en régions. Les lignes noires sont les règles. Les zones colorées (grisées) sont les régions : elles sont formées par les ensembles de règles voisines. Les lignes pointillées rouge sont les limites des régions. Les points rouges sont les extrémités des régions.

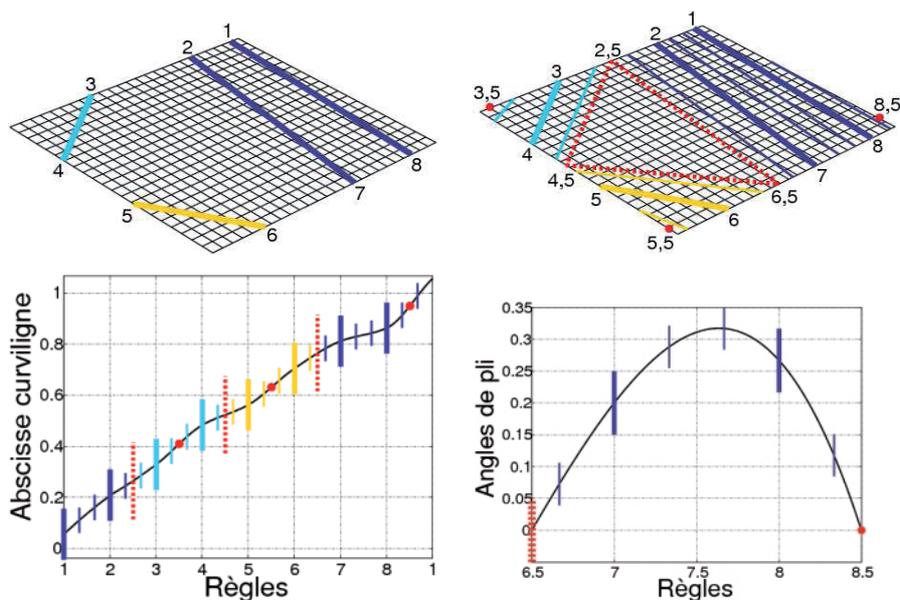


Figure 6. Processus d'interpolation. (en haut à gauche) Surface plane avec les règles de guidage et les trois régions, (en bas à gauche) Processus d'interpolation de la position des règles. La courbe noire représente une fonction d'interpolation croissante, (en haut à droite) Surface plane avec toutes les règles. (en bas à droite) Processus d'interpolation des angles de pli. La courbe noire représente la fonction d'interpolation pour la région avec deux règles de guidage. Les lignes larges symbolisent les règles de guidage. Les lignes fines sont les règles de lissage. Les pointillés rouges représentent les limites des régions. Les points rouges sont les extrémités des régions.



Ils sont séparés par des points appelés *extrémités des régions*. Pour les localiser, il faut détecter les règles dont les points d'intersection sont consécutifs sur le graphique des abscisses curvilignes. Par exemple, pour la position des règles de la figure 6, les 3 extrémités des régions sont situées entre les points 3 et 4, entre les points 5 et 6 et entre les points 8 et 1. Comme pour les extrémités des régions, leur abscisse curviligne est déterminée par l'image des milieux des points d'intersection. Dans l'exemple, ils sont donnés par l'image des points 3,5, 5,5 et 8,5. Ils sont représentés par des points rouges en bas à gauche et en haut à droite de la figure 6.

L'interpolation des angles de pli dépend des régions. Ainsi, pour chaque région, nous représentons les angles de pli des règles de guidage sur un graphique. Un exemple est présenté en bas à droite de la figure 6. Nous évaluons ensuite une fonction d'interpolation passant par les angles de pli avec les conditions aux limites suivantes: les angles de pli sont nuls aux limites et aux extrémités des régions. La première condition permet d'obtenir des raccordements lisses entre les régions, la deuxième permet d'éviter d'avoir des extrémités repliées sur elles-mêmes. Les angles de pli des règles de lissage sont alors obtenus en rééchantillonnant cette courbe. Le choix de la fonction interpolante est moins critique pour les angles de plis, car il n'y a pas de contraintes strictes à respecter contrairement à l'interpolation des positions des règles. En pratique, nous avons testé les splines et les polynômes de Hermite d'ordre 3 pour réaliser l'interpolation des angles de pli. Les résultats obtenus sont très similaires. Les expériences présentées dans cet article ont été réalisées avec des splines.

Pliage de la forme plane. Une fois toutes les règles placées et les angles de pli calculés, nous découpons la forme en cellules, chaque cellule étant une portion de forme entre deux règles consécutives. Grâce à cette représentation, plier la surface plane revient à appliquer sur chaque cellule une translation et une rotation. Ces transformations rigides sont formées par la composition des pliages autour de chaque règle, à partir d'une cellule de référence. La figure 7 montre le résultat de cette dernière étape.

Sur les différentes figures, la surface générée par le modèle est représentée sous la forme d'un maillage. Il s'agit d'un choix de représentation, le modèle générant une surface continue plane par morceau.

Notre modèle génératif de surfaces développables est contrôlé par un ensemble de paramètres. Pour assurer la génération d'une surface lisse, un processus d'interpolation est incorporé

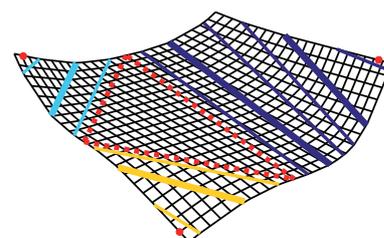


Figure 7. Surface pliée avec les règles. Les lignes larges symbolisent les règles de guidage. Les lignes fines sont les règles de lissage. Les pointillés rouges représentent les limites des régions. Les points rouges sont les extrémités des régions.

au modèle. Nous présentons dans la suite une méthode permettant d'estimer le modèle à partir de plusieurs images d'un papier déformé.

3. Reconstruction multi-vues

Notre objectif est de reconstruire une surface développable à partir de plusieurs images de celle-ci. Pour cela, nous cherchons les paramètres de notre modèle tels que la surface générée par le modèle corresponde au mieux aux observations dans les images.

Nous supposons qu'un nuage de points $3D$ et la pose des caméras ont été reconstruits à partir de points d'intérêt. Les points $3D$ sont modélisés comme des points appartenant à la surface estimée. La qualité de la reconstruction est mesurée par l'erreur de reprojection : c'est la différence dans les images entre les points d'intérêts détectés et la reprojection des points $3D$ appartenant à la surface estimée. Quelques détails sur la manière dont nous obtenons les points $3D$ sont donnés à la section 4.

L'estimation du modèle se déroule en trois étapes. Une surface non-développable est reconstruite à partir des points $3D$. Elle est ensuite utilisée pour initialiser les paramètres du modèle. Enfin, cette solution initiale est itérativement améliorée par un ajustement de faisceaux minimisant l'erreur de reprojection.

3.1. Reconstruction d'une surface non-développable

Les points $3D$ reconstruits sont interpolés pour obtenir une surface plus dense. Pour cela il est nécessaire de découvrir une connectivité entre les points.

Connectivité du nuage de points $3D$. Une surface dans l'espace peut être considérée comme une variété de dimension 2 plongée dans \mathbb{R}^3 . Ainsi, une représentation explicite de la surface est une fonction associant une paramétrisation plane aux points de la surface. Pour réaliser l'interpolation de la surface, nous cherchons donc tout d'abord une paramétrisation plane des points, puis nous calculons une fonction associant cette paramétrisation plane aux points $3D$ (plongement).

La paramétrisation plane des points est obtenue par une méthode non linéaire de réduction des dimensions. Parmi les algorithmes existants, certains cherchent à maximiser la variance des données dans l'espace de plus petite dimension, par exemple Maximum Variance Unfolding (MVU) [20]. D'autres sont basés sur la conservation du voisinage et la préservation des distances euclidiennes entre les points, comme le Curvilinear Component Analysis [4] (CCA) et l'Isometric feature Mapping [18] (Isomap). Enfin, [15] propose une méthode d'approximation linéaire par morceaux, le Locally Linear

Embedding (LLE). Nous avons essayé ces différents algorithmes sur plusieurs exemples. Pour visualiser les résultats, nous procédons de la manière suivante :

1. détermination d'une paramétrisation plane,
2. superposition d'une grille régulière sur ces points $2D$,
3. transfert de cette grille en $3D$ (le paragraphe suivant détaille cette étape),
4. reprojection du maillage $3D$ dans les images.

Les résultats obtenus pour l'un d'entre eux sont montrés sur la figure 8.

Les algorithmes les plus performants sont le CCA et Isomap. Ce résultat est logique puisque ces méthodes sont basées sur des critères qui correspondent à la recherche d'une paramétrisation plane d'une surface : la notion de voisinage décrit l'appartenance des points à une surface et la conservation des distances entre les points proches assure l'inextensibilité. Les deux autres méthodes sont moins précises, particulièrement MVU qui ne conserve pas la distance entre les points.

Finalement, l'algorithme retenu est CCA [4] car il donne une bonne approximation de la surface, facilitant les étapes suivantes de reconstruction du modèle.

La méthode précédente peut également être utilisée pour détecter et supprimer les points hors de la zone d'intérêt dans les images. La figure 9 illustre le principe : la paramétrisation plane

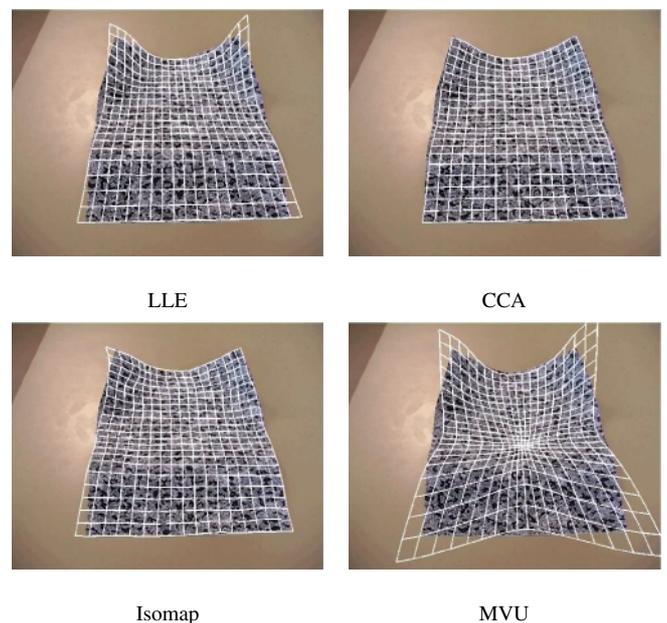


Figure 8. (en haut à gauche) LLE : la paramétrisation plane est peu précise entraînant une mauvaise estimation des bords, la surface générée est peu extensible, (en haut à droite) CCA : les bords de la feuille sont correctement estimés et la surface résultante est peu extensible, (en bas à gauche) Isomap : la surface générée est moins régulière qu'avec CCA car la paramétrisation plane est moins précise. (en bas à droite) MVU : la surface s'étire à cause d'une mauvaise paramétrisation plane.

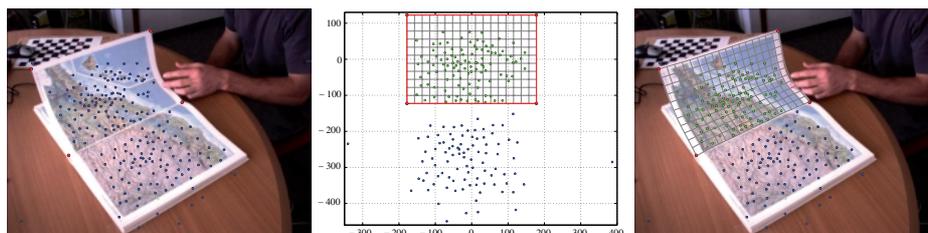


Figure 9. Interpolation initiale et sélection des points d'intérêt, (à gauche) Reprojection de l'ensemble des points d'intérêt reconstruits dans une image de la séquence, les points rouges sont les quatre coins du papier sélectionnés manuellement, (au milieu) Résultat de la méthode de réduction des dimensions : deux ensembles de points apparaissent, les quatre coins forment un rectangle à l'intérieur duquel se trouvent les points sur le papier. (à droite) Reprojection de la surface initiale.

est effectuée sur l'ensemble des points de la scène, la connaissance des quatre coins de la feuille permet alors de sélectionner précisément les points appartenant au papier.

Interpolation des points 3D. La fonction d'interpolation f de la surface est représentée par trois fonctions de type « plaque mince » 2D vers 1D [16]:

$$f(u, v) = \begin{pmatrix} f_x(u, v) \\ f_y(u, v) \\ f_z(u, v) \end{pmatrix}.$$

Il s'agit des fonctions à base radiale minimisant l'énergie de torsion. Elles sont paramétrées par un ensemble de coefficients $(w_k^\tau, a^\tau, b^\tau, c^\tau; \tau \in \{x, y, z\})$ calculés à partir de correspondances entre des centres et leurs images. Les centres sont notés c_k . L'expression d'une fonction « plaque mince » est:

$$f_\tau(u, v) = \left(\sum_{k=1}^l w_k^\tau \rho(d_k^2(u, v)) \right) + a^\tau u + b^\tau v + c^\tau, \quad (1)$$

$$\text{où } d_k(u, v) = \left\| \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} - c_k \right\| \text{ et } \rho(d) = d \ln(d).$$

Les points du plan déterminés grâce à l'algorithme de réduction des dimensions sont choisis comme centres pour les trois fonctions « plaque mince », leur image étant les points 3D correspondants. Pour visualiser la surface, il suffit alors de transférer une grille plane, les figures 8, 9 et 11 montrent des exemples des maillages ainsi générés. Ce maillage est utilisé dans la suite pour initialiser les paramètres du modèle. Ses dimensions sont fixées par l'utilisateur, elles sont le résultat d'un compromis: l'initialisation est peu précise avec un maillage trop épars et le nombre de paramètres du modèle est très important avec un maillage trop dense.

3.2. Initialisation du modèle

Notre modèle est initialisé à partir du maillage 3D. L'orientation générale des règles sur la surface du papier est déterminée par

la détection d'un maximum de règles sur le maillage initial. Les règles de guidage sont ensuite placées automatiquement.

L'extraction de règles est basée sur une propriété des surfaces réglées: la courbure de la surface le long de la règle est nulle. La surface initiale n'étant pas une surface réglée, cette condition n'est jamais exactement satisfaite. La direction d'une règle passant par un point est donc localement donnée par la direction pour laquelle la courbure est la plus faible. Cette direction est facilement déterminée en utilisant les notions de courbures et directions principales.

Les deux courbures principales sont définies en tout point d'une surface différentiable comme les courbures minimale et maximale de l'ensemble des géodésiques passant par le point (une courbe tracée sur une surface est une géodésique si en tout point de la courbe, le vecteur normal de la courbe est confondu avec le vecteur normal de la surface). Les directions principales sont les vecteurs tangents aux courbes associées aux courbures principales. Dans le cas où les courbures principales sont de même signe, la direction la plus probable de la règle passant par le point est donnée par la direction principale associée à la courbure la plus faible, voir figure 10.

Les courbures et directions principales sont les valeurs et vecteurs propres de la matrice de Weingarten, calculées à partir des première et deuxième formes fondamentales de la fonction f :

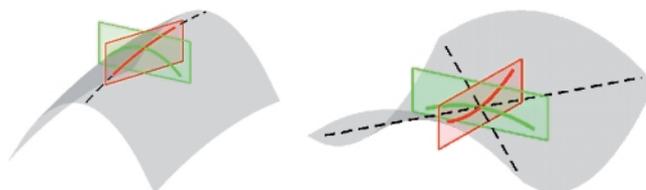


Figure 10. Courbes rouge (foncée) et verte (claire) : courbes ayant les courbures extrémales, (à gauche) : les courbures principales sont de même signe, la meilleure direction pour placer une règle est donc donnée par la courbure la plus faible, (à droite) : les courbures principales sont de signe opposé, il n'est pas possible de conclure localement sur la direction de la règle passant par le point car il existe deux courbes de courbure nulle passant par le point.

- la première forme fondamentale \mathcal{F}_I d'une surface différentiable f est :

$$\mathcal{F}_I = \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$E = \left\| \frac{\partial f}{\partial u} \right\|^2, \quad F = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial f}{\partial v}, \quad G = \left\| \frac{\partial f}{\partial v} \right\|^2.$$

- la deuxième forme fondamentale \mathcal{F}_{II} est :

$$\mathcal{F}_{II} = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$L = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \cdot n, \quad M = \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot n, \quad N = \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot n,$$

avec n la normale à la surface :

$$n = \frac{\frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial f}{\partial v}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial f}{\partial v} \right\|}$$

- la matrice de Weingarten \mathcal{W} est donnée par :

$$\mathcal{W} = -\mathcal{F}_I^{-1} \mathcal{F}_{II}. \quad (4)$$

La fonction f étant constituée de trois fonctions de type « plaque mince », tous les calculs précédents sont réalisés analytiquement :

$$\frac{\partial f_\tau}{\partial u} = 2 \left(\sum_{k=1}^l w_k^\tau (u - u_k) (\ln(d_k^2) + 1) \right) + a^\tau \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 f_\tau}{\partial u^2} = \sum_{k=1}^l 2w_k^\tau \left(\ln(d_k^2) + 1 + \frac{2(u - u_k)^2}{d_k^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 f_\tau}{\partial u \partial v} = \sum_{k=1}^l 4w_k^\tau \frac{(u - u_k)(v - v_k)}{d_k^2}, \quad (7)$$

avec $c_k^\top = (u_k \ v_k)$.

De cette manière, des règles sont extraites en tout point du maillage régulier représentant la surface initiale. Cette extraction grossière fournit de nombreuses règles, dont certaines sont incorrectes. Comme précisé dans la partie 2.1, les règles ne doi-

vent pas se croiser sur la surface du papier. Cette propriété est utilisée pour supprimer les fausses règles et diminuer le nombre de règles de manière itérative : tant que des règles se croisent sur la surface, la règle qui a le plus grand nombre d'intersections est retirée. Les règles restantes constituent les règles de guidage du modèle.

Les angles de pli associés sont alors obtenus à partir du maillage 3D en supposant celui-ci plan entre deux règles de guidage. Cette dernière étape achève de définir le modèle initial dont un exemple est montré sur la figure 11, à gauche.

3.3. Ajustement de faisceaux basé sur le modèle

L'erreur de reprojection indique la précision avec laquelle le modèle décrit les points d'intérêt dans les images. Afin de l'évaluer nous introduisons des variables latentes représentant la position de chaque point d'intérêt sur la surface générée par notre modèle. En appelant L le nombre d'images et N le nombre de points, l'erreur de reprojection est :

$$e = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L \delta_i^j (m_{j,i} - \Pi(C_j, M(S, x_i, y_i)))^2. \quad (8)$$

Dans cette équation, $m_{j,i}$ est le i ème point dans l'image j , $\Pi(C, M)$ projette le point 3D M avec la caméra C et $M(S, x_i, y_i)$ est une paramétrisation bidimensionnelle des points 3D de la surface, avec S les paramètres de la surface. Les points sur la surface sont initialisés en calculant chaque (x_i, y_i) tel que l'erreur de reprojection soit minimale, la surface utilisée étant celle générée par le modèle initial. δ_i^j est un indicateur binaire de visibilité permettant de gérer les occultations externes, les auto-occultations ou encore les défauts de mise en correspondance.

Pour minimiser l'erreur de reprojection, nous ajustons les paramètres suivants : les paramètres de la surface (le nombre de règles de guidage et de règles de lissage est fixé), voir le tableau 1, la pose de la surface (rotation et translation) et les paramètres des points 3D.



Figure 11. Reconstruction d'une feuille de papier avec 8 règles de guidage et 16 règles de lissage, (à gauche) Modèle initial, (à droite) Modèle ajusté avec les règles de guidage.

L'erreur de reprojection est du type moindres carrés non linéaire. Pour la minimiser, nous utilisons l'algorithme Levenberg-Marquardt [19]. Cet algorithme est en effet spécifique à la minimisation de ce type de fonction de coût. De plus, il combine les avantages d'une descente de gradient (minimisation de la fonction garantie) et de la méthode de Gauss-Newton (rapidité de convergence) grâce à un paramètre sélectionnant dynamiquement un compromis entre les deux méthodes. À la convergence, la solution correspond à l'estimation au maximum de vraisemblance, sous l'hypothèse d'un bruit additif gaussien centré distribué uniformément et indépendamment sur les points d'intérêt dans les images.

L'implantation de l'algorithme de minimisation peut être optimisée en tenant compte de la structure creuse de la matrice jacobienne associée aux termes élevés au carré dans l'erreur de reprojection. La figure 12 montre la structure de la matrice jacobienne J et celle de la matrice hessienne H (approximation de Gauss-Newton: $H = J^T J$). Levenberg-Marquardt requiert de résoudre les équations normales. Dans notre cas, cela est réalisé efficacement en profitant de la structure par blocs.

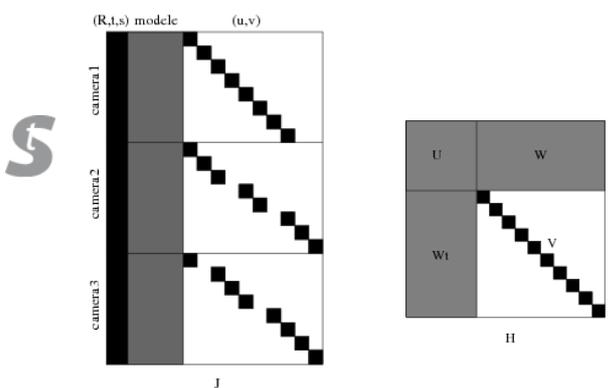


Figure 12. (à gauche) Structure de la matrice jacobienne de l'ajustement de faisceaux. (R,t,s) désigne la transformation rigide et le facteur d'échelle à appliquer sur le modèle. La partie concernant le modèle est partiellement creuse car les règles n'ont pas une influence globale, (à droite) Structure de la matrice hessienne.

4. Résultats expérimentaux

Nous avons testé notre modèle et l'algorithme de reconstruction sur plusieurs jeux d'images. Nous présentons ici les résultats obtenus pour trois d'entre eux. Les séquences utilisées sont montrées sur les figures 13 et 18. Le nuage de points 3D est généré par triangulation de correspondances de points entre plusieurs vues. Nous utilisons les techniques de reconstruction tridimensionnelle à partir d'images [8] pour mettre en correspondance les points, calibrer les caméras et calculer leurs poses.

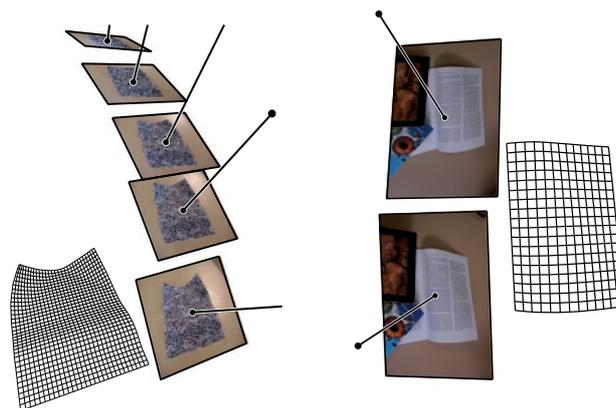


Figure 13. Caméras et surfaces reconstruites, (à gauche) Séquence de la feuille de papier; (à droite) Séquence de la page du livre.

Séquence de la feuille de papier. Les résultats suivants ont été obtenus à partir de 5 vues. Le modèle utilisé possède 8 règles de guidage et 16 règles de lissage. Les figures 11 et 14 montrent les reprojections des surfaces 3D dans la première image de la séquence et la distribution des erreurs de reprojection sur toute la séquence pour les trois étapes principales de l'algorithme : la reconstruction du nuage de points 3D, l'initialisation et l'ajustement de faisceaux. Bien que le nuage de points 3D ait la plus petite erreur de reprojection, la surface correspondante n'est pas satisfaisante car elle n'est pas régulière et ne suit pas les bords de la feuille. L'utilisation de notre modèle permet de régulariser la surface mais l'étape d'initialisation ne suffit pas car la surface ne se projette toujours pas sur les bords de la feuille dans les images. Enfin, le modèle ajusté est satisfaisant puisqu'il se superpose correctement sur les bords de la feuille et que l'erreur de reprojection associée est très proche de celle du nuage de points 3D. Cela montre que notre modèle représente correctement les points d'intérêt, bien qu'il dépende d'un nombre de paramètres moins important que le nuage de points 3D. Enfin, l'erreur de reprojection a significativement diminué lors de l'ajustement de faisceaux, ce qui prouve l'intérêt de cette étape. Pour que notre modèle converge vers les bords du papier, nous avons cliqué manuellement les quatre coins de la feuille dans l'une des images de la séquence.

Puisque nous disposons d'un modèle 3D de la feuille et de sa reprojection dans les images, il est possible d'ajouter des éléments sur le papier ou d'en changer la texture. Nous utilisons le processus d'augmentation décrit dans le tableau 3 pour remplacer la texture de la feuille et générer de nouvelles vues du papier avec une autre texture. Quelques résultats sont montrés sur la figure 15.

Séquence du livre. Le deuxième exemple que nous proposons est une paire d'images d'un livre. Nous avons estimé la surface de la page avec deux règles de guidage et huit règles de lissage. La figure 16 montre la reprojection de notre modèle dans une

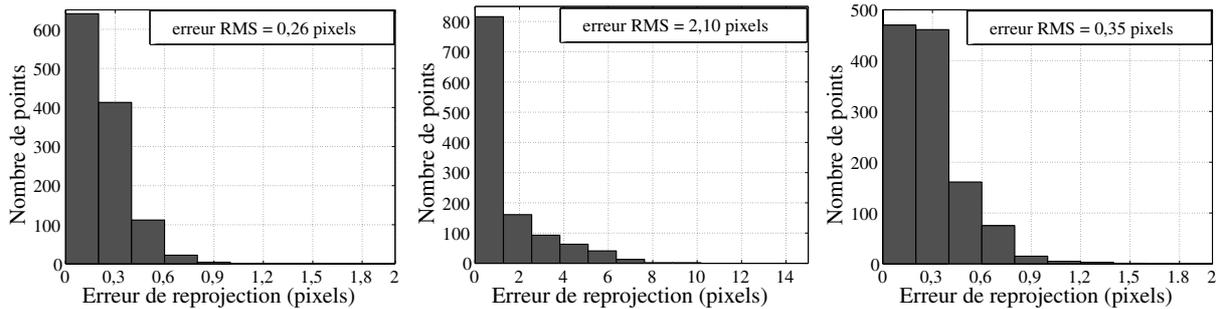


Figure 14. Distribution des erreurs de reprojection pour les images de la figure 11, (à gauche) Nuage de points 3D, (au centre) Modèle initial, (à droite) Modèle après ajustement de faisceaux.

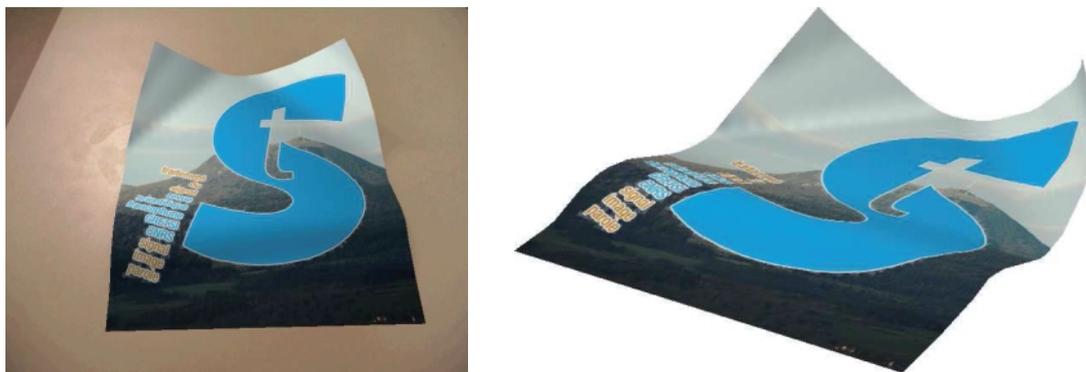


Figure 15. (à gauche) Remplacement de la texture de la feuille et surimpression du logo « TS », (à droite) Génération synthétique d'une nouvelle vue avec la nouvelle texture.

Tableau 3. Vue d'ensemble du processus d'augmentation.

ALGORITHME D'AUGMENTATION
1. Exécuter l'algorithme décrit pour estimer le modèle
2. Choisir un modèle d'illumination et des sources lumineuses
3. Pour chaque image, faire automatiquement : (a) Transférer la nouvelle texture (b) Appliquer les changements d'illumination

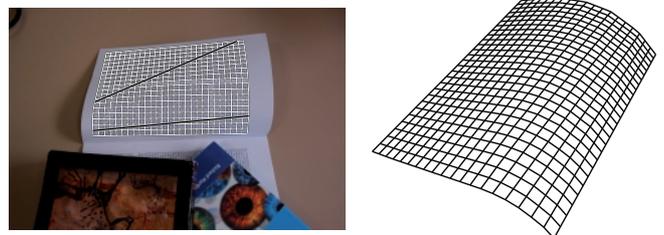


Figure 16. Reconstruction d'une page de livre, (à gauche) Reprojection du modèle dans les images, (à droite) Maillage 3D estimé.

image et le maillage 3D correspondant. La reconstruction avec notre modèle est satisfaisante : le nuage de points 3D a une erreur de reprojection de 0,26 pixels et celle de notre modèle après ajustement de faisceaux vaut 0,69 pixels.

Une application potentielle de ce travail dans le cas d'une page manuscrite est présentée en figure 17. Nous utilisons notre estimation de surface pour mettre à plat la texture du livre et obtenir ainsi une image rectifiée du texte. De nombreux travaux proposent des méthodes pour la mise à plat de documents [3, 7, 11, 13]. Il serait possible de les comparer en utilisant par exemple un logiciel de reconnaissance de caractères.

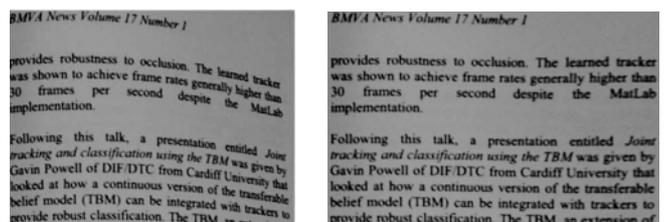


Figure 17. Mise à plat, (à gauche) Image originale, (à droite) Image rectifiée.

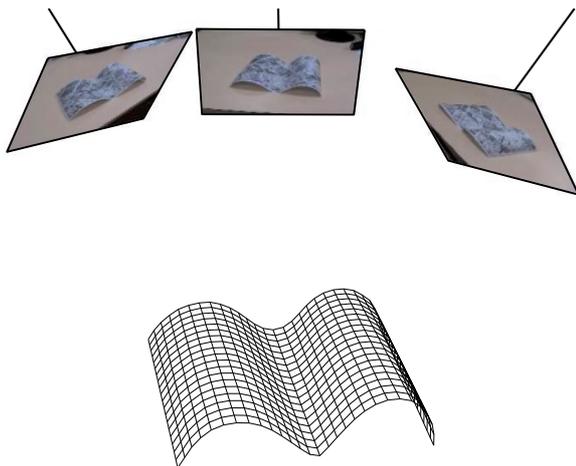


Figure 18. Caméras et surface reconstruites pour la séquence de la carte (seules 3 des 457 caméras sont montrées).

Séquence de la carte. Le troisième exemple est une séquence d'une carte ondulée montrée en figure 18. La séquence comporte 457 vues. La totalité des vues a été utilisée pour calculer la structure 3D éparse initiale. L'estimation de la surface a ensuite été réalisée avec 50 vues réparties sur toute la séquence. Bien que le papier ne soit jamais intégralement visible dans une seule vue, la séquence est telle que chaque partie du papier est visible dans au moins deux images. L'algorithme de reconstruction gère naturellement ce type d'occultation. En effet, l'initialisation est toujours possible car elle est basée sur la reconstruction d'un nuage de points 3D. Les différentes parties du papier étant chacune visibles dans plusieurs vues, des points sont reconstruits sur l'intégralité de la surface. L'ajustement de faisceaux est également possible car la fonction de coût gère les données manquantes. La reprojection du modèle dans l'une des images de la séquence est montrée sur la figure 19. Puisqu'un modèle 3D de la surface a été estimé, et que la position des caméras est connue, il est possible de calculer une carte d'occultation pour chaque image. Cela permet d'extraire une partie de la texture de chaque image, puis de les assembler pour obtenir la texture complète de la feuille, voir la figure 19. L'erreur de reprojection du modèle est de 0,45 pixels, très proche de l'erreur initiale de triangulation (0,31 pixels); dans le repère 3D, cela correspond à une erreur de 0,7 mm pour un papier de 28 cm par 19 cm.

5. Conclusion et perspectives

Cet article décrit un modèle quasi-minimal pour les objets de type papier et son estimation à partir de plusieurs images. Bien que notre modèle soit gouverné par peu de paramètres, la surface générée est une bonne approximation des déformations

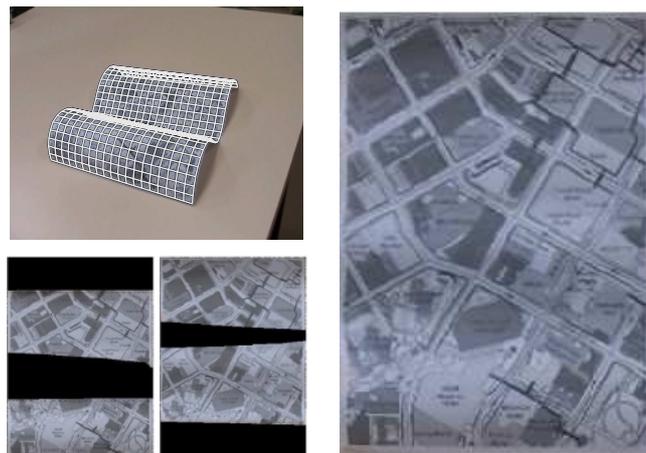


Figure 19. Résultats pour la séquence de la carte, (en haut à gauche) Reprojection dans l'une des images de la séquence. (en bas à gauche) Exemples de textures partielles obtenues par redressement des images, (à droite) Texture globale de la feuille obtenue par assemblage des textures partielles.

non-singulières du papier, comme illustré sur des séquences réelles. Notre algorithme initialise le modèle à partir d'une reconstruction 3D de points d'intérêt détectés dans les images puis l'améliore par un ajustement de faisceaux utilisant le modèle.

Les perspectives de travail sont nombreuses. Pour l'instant, nous prévoyons d'utiliser le modèle dans un algorithme de suivi monoculaire et de générer des exemples d'apprentissage réalistes pour construire un modèle à nombre de paramètres constant. Il serait également intéressant de déterminer la surface vers laquelle notre modèle tend lorsque le nombre de règles de lissage augmente. Le modèle étant limité aux surfaces développables non-singulières, une autre perspective concerne l'extension du modèle pour représenter certaines singularités. Enfin, dans le domaine applicatif, nous pourrions étudier plus en détails les possibilités de mise à plat de documents.

Remerciements. Ces travaux ont bénéficiés du soutien du GDR ISIS au travers du projet jeunes chercheurs PMoCap (« Paper Motion Capture »).

Références

- [1] BLANZ V., and VETTER T., Face recognition based on fitting a 3D morphable model. 1063-1074.
- [2] CHEN H.-Y., and POTTMANN H., Approximation by ruled surfaces. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 102 (1999), 143-156.
- [3] COURTEILLE F., *Vision monoculaire: contributions théoriques et application à la numérisation des documents*. PhD thesis, Université Paul Sabatier – Toulouse, 2006.

- [4] DEMARTINES P., and HÉRAULT J., Curvilinear component analysis: A selforganizing neural network for nonlinear mapping of data sets. *IEEE Transactions on Neural Networks* 8 (1997), 148-154.
- [5] DO CARMO M., *Differential geometry of curves and surfaces*. Prentice-hall, 1976.
- [6] DUCHON J., Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion des plaques minces. In *RAIRO Analyse numérique* (1976), vol. 10, pp. 5-12.
- [7] GUMEROV N. A., ZANDIFAR A., DURAISWAMI R., and DAVIS L. S., Structure of applicable surfaces from single views. In *Proceedings of the European Conference on Computer Vision* (2004), vol. III, pp. 482-496.
- [8] HARTLEY R., and ZISSERMAN A., *Multiple View Geometry in Computer Vision*. No. ISBN : 0521540518. Cambridge University Press, 2004.
- [9] KERGOSIEN Y., GOTODA H., and KUNII T., Bending and creasing virtual paper. *IEEE Computer Graphics & Applications* 14 (1994), 40-48.
- [10] LEOPOLDSEDER S., and POTTMANN H., Approximation of developable surfaces with cone spline surfaces. *Computer-Aided Design* 30 (1998), 571-582.
- [11] LIANG J., DEMENTHON D., and DOERMANN D., Flattening curved documents in images. In *Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (2005), vol. 2, pp. 338-345.
- [12] PETERNELL M., Developable surface fitting to point clouds. *Computer Aided Geometric Design* 21 (2004), 785-803.
- [13] PILU M., Undoing page curl distortion using applicable surfaces. In *Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (2001), vol. 1, pp. 237-240.
- [14] POTTMANN H., and WALLNER J., Approximation algorithms for developable surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 16 (1999), 539-556.
- [15] ROWEIS S., and SAUL L., Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science* 290, 5500 (2000), 2323-2326.
- [16] SALZMANN M., ILIC S., and FUA P., Physically valid shape parameterization for monocular 3D deformable surface tracking. In *Proceedings of the British Machine Vision Conference* (2005).
- [17] SUN M., and FIUME E., A technique for constructing developable surfaces. In *Proceedings of Graphics Interface* (May 1996), pp. 176-185.
- [18] TENENBAUM J. B., SILVA V. D., and LANGFORD J. C., A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. *Science* 290 (2000), 2319-2323.
- [19] TRIGGS B., MCLAUCHLAN P., HARTLEY R., and FITZGIBBON A., Bundle adjustment – A modern synthesis. In *Vision Algorithms : Theory and Practice*, W. Triggs, A. Zisserman, and R. Szeliski, Eds., LNCS. Springer Verlag, 2000, pp. 298-375.
- [20] WEINBERGER K. Q., and SAUL L. K., Unsupervised learning of image manifolds by semidefinite programming. *International Journal of Computer Vision* 70 (2005), 77-90.



Mathieu Perriollat

Mathieu Perriollat est doctorant au LASMEA depuis Septembre 2005, après des études en électronique et automatique à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan et un diplôme d'étude approfondie en vision par ordinateur. Son sujet de thèse porte sur la reconstruction 3D d'objets déformables.



Lionel Reveret

Lionel Reveret est chercheur à l'INRIA depuis novembre 2001. Il travaille sur la capture de mouvement à partir de vidéo pour le contrôle d'animation 3D. Il a travaillé notamment sur l'animation de visages 3D parlants, la capture de mouvement d'animaux à partir de documents animaliers et l'animation d'arbres sous le vent. Il travaille actuellement sur le mouvement de petits vertébrés pour caractériser la posture et locomotion du squelette anatomique à partir de vidéo.



Adrien Bartoli

Adrien Bartoli est Chargé de Recherche CNRS au LASMEA. Il a passé sa thèse à l'INPG/INRIA en 2003 et a effectué un post-doc à l'Université d'Oxford en 2004. Il a obtenu son Habilitation à Diriger des Recherches à l'Université Blaise Pascal en 2008. Ses travaux lui ont notamment valu le prix de thèse INPG 2004. Il co-dirige l'équipe de recherche ComSee du GRAVIR/LASMEA depuis 2006.



