

Construction des codes QPSK temps-espace en treillis équilibrés pour plusieurs antennes d'émission

Design of QPSK Balanced Space-Time Trellis Codes for Several Transmit Antennas

**Thi Minh Hien Ngo, Gheorge Zaharia
et Jean-François Héland**

Laboratoire IETR (UMR CNRS 6164), INSA de Rennes, 20 avenue des Buttes de Coësmes, 35043 Rennes, France
Minh-Hien.Ngothi@insa-rennes.fr

Manuscrit reçu le 27 février 2008

Résumé et mots clés

Cet article présente une nouvelle famille de codes temps-espace en treillis (STTC) pour plusieurs antennes d'émission et une modulation QPSK. Nous proposons de les appeler codes « équilibrés » car ils utilisent les points de la constellation MIMO d'une façon équiprobable. En comparant avec les codes publiés, on remarque que ce sous-ensemble de codes contient les meilleurs codes STTC. On peut alors limiter la recherche systématique des meilleurs codes seulement à cette famille de codes. L'article présente une méthode originale de construction des codes STTC équilibrés. Une liste complète des meilleurs codes à 4 états pour 2 antennes et plusieurs codes équilibrés à 16 états pour 2 et 3 antennes sont aussi donnés.

MIMO, codage, codes temps-espace en treillis, codes équilibrés

Abstract and key words

Introduction

Space Time Trellis Codes (STTCs) were introduced in 1998 by Tarokh *et al.* [1] by combining channel coding with the Multiple Input Multiple Output (MIMO) concept to improve the data rate and the reliability of wireless communications. Many performance criteria have been established to maximize both diversity and coding gain of STTC. The rank and determinant criteria for slow fading channels with the Hamming distance and the product distance criteria for fast fading channels have been proposed in [1]. In [2] Chen introduced the trace criterion which governs the coding for systems with a great product of the numbers of transmit (Tx) and receive (Rx) antennas.

Based on the above criteria, many different STTCs for 2 Tx antennas have been found by a systematic code search [3-6]. The performance study of these codes was carried out over slow and fast Rayleigh fading channels to identify the most efficient ones [7]. It has been shown that the codes constructed with the trace criterion outperform the other codes when the diversity gain of the system is higher than 3.

We remark that all the codes which achieve the best performance have the same property: they use the points of the MIMO constellation with the same probability if the data are generated by a binary memoryless source with equally probable symbols. Therefore, we call these codes "Balanced-STTC" (B-STTC) [8].

Until now, no efficient design method of STTC has been proposed and systematic code search has been employed to obtain STTC with good performance [3-6]. The main contribution of this paper is the description of a method used to design this new class of codes which offers the best performance. Therefore, the systematic search for good codes can be reduced to this class.

The paper is organized as follows. Section II briefly describes the STTC. Their performance criteria are presented in Section III. The new class of balanced codes is introduced in Section IV and their properties are listed in Section V. The design of QPSK balanced space-time trellis codes for 2, 3 and more transmit antennas is described in Section VI. Finally, it is shown in Section VII that the best B-STTC outperform or equal previously known codes.

System model

As shown in Fig.1, the encoder is composed of one input block of n bits and ν memory blocks of n bits. At each time $t \in \mathbb{Z}$, all the bits of a block are replaced by the n bits of the previous block. The i^{th} bit b_i^{t-j+1} , $i = 1 \dots n$, of the j^{th} block, $j = 1 \dots \nu + 1$, is associated to n_T multiplier coefficients $g_{i,j}^k \in \mathbb{Z}_{2^n}$, $k = 1 \dots n_T$ where n_T is the number of Tx antennas. A ST trellis encoder is thus classically defined by its $n_T \times n(\nu + 1)$ generator matrix \mathbf{G} given by (1). The encoder outputs for the k^{th} antenna are computed with relation (2) and the received signal r_i^l is obtained by with relation (3).

Design criteria

In the case of slow Rayleigh fading channels, two criteria have been proposed in [1]. Firstly, in order to maximize the diversity advantage, the product matrix \mathbf{A} has to be full rank over all possible pairs (\mathbf{E}, \mathbf{S}) . Secondly, in order to maximize the coding gain, the minimum determinant $\det(\mathbf{A})$ has to be maximized.

In the case of fast Rayleigh fading channels, different criteria have been obtained in [1]. In order to maximize the diversity advantage and the coding gain, the minimum Hamming distance $d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S})$ and the minimum product distance $d_p^2(\mathbf{E}, \mathbf{S})$ computed over all pairs (\mathbf{E}, \mathbf{S}) have to be maximized.

In [2], Chen proposes a new criterion which is valid in the case of slow and fast Rayleigh fading channels when $\text{rank}(\mathbf{A})n_R > 3$. Under this assumption, the minimization of the PEP amounts to use a code which has the maximum value of the minimum trace $\text{trace}(\mathbf{A})$.

Balanced codes

The concept of "balanced codes" is based on the observation that all the good STTC proposed in the literature present the same property: the generated symbols of the constellation are equally probable.

For a generator matrix \mathbf{G} with L columns, the set of MIMO symboles \mathbf{Y} generated by the encoder is :

$$\Phi(\mathbb{Z}_2^L) = \left\{ \sum_{i=1}^L x_i \mathbf{G}_i / x_i \in \{0, 1\} \right\}$$

By definition, a STTC is *balanced* if and only if each generated codeword $\mathbf{Y} \in \Phi(\mathbb{Z}_2^L)$ has the same number of occurrences $n(\mathbf{Y}) = n_0 \geq 1$.

In addition, if $\Phi(\mathbb{Z}_2^L) = \mathbb{Z}_4^{n_T}$, then all the codewords are generated and the STTC is *fully balanced*.

The design of the B-STTC is based on the properties given in section 4.2.

Theorem 1. If a code with a L -length shift register is fully balanced then $L \geq L_{min} = n.n_T = \dim(\mathbb{Z}_{2^n}^{n_T})$.

Theorem 2. Let us consider a balanced code with a L -length shift-register. Then, for any additional column matrix $\mathbf{G}_i \in \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$, the resulting code with a $(L + 1)$ -length shift register is also balanced.

Definition 1. The vectors $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_L$ are linearly independent if the relation

$$x_1 \mathbf{G}_1 + x_2 \mathbf{G}_2 + \dots + x_L \mathbf{G}_L = \mathbf{0} \in \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$$

with $x_i \in \{0, 1\}$ holds if and only if all $x_i = 0$.

Definition 2. A set of linearly independent vectors $\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_m$ is called a base for $\mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$ if and only if

$$\text{span}(\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m) = \left\{ \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{G}_i / x_i \in \{0, 1\} \right\} = \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}.$$

In this case, $m = n.n_T$ is the dimension of the set $\mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$.

Section 5 shows properties of the bases of $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ which characterize the fully balanced codes. Further, by using these properties, we can design all the bases of $\mathbb{Z}_4^{n_T}$, then the fully balanced codes.

Code design

The design of 2^n -PSK STTC of minimum length $L_{min} = nn_T$ with n_T transmit antennas includes 2 steps:

1. Generation of all the bases of $\mathbb{Z}_4^{n_T}$.

There are k types of codes according to k , the number of vectors in \mathcal{C}_0 used to form a base, with $1 \leq k \leq n_T$.

2. Permutation of the column vectors of each obtained base to generate all the fully balanced codes.

The design of balanced codes is described for 2, 3 and n_T antennas in section 6.1, 6.2 and 6.3 respectively.

As a result, there are 240 bases of \mathbb{Z}_4^2 for codes using 2 transmit antennas and 1863680 bases of \mathbb{Z}_4^3 for codes using 3 transmit antennas.

Code performance

The performance of new codes for QPSK STTC with 2 Tx antennas is presented in section 7. Some trace properties of 4-state QPSK STTC are also presented in the beginning of the section.

Table 5 contains all the 4-state fully balanced codes of type II which offer the best performance over fast and slow Rayleigh fading channels with two or more Rx antennas. In this table, all the codes are related due to the trace properties presented before. In order to confirm the utility of the fully balanced STTC, an exhaustive computer search of all 4-state STTC has also been carried out. The obtained results confirm that Table 5 contains all the best STTC. There are not other codes with better performance than the codes given in this table. Similarly, Table 6 contains all the best 16-state QPSK STTC.

Finally, the performance of all these 4-state 2 transmit antennas is evaluated by simulation with 2 and 4 receive antennas over Rayleigh fading channels. The results over slow and fast Rayleigh fading channels are showed in Fig. 2 and Fig. 3 respectively.

In the case of 3 transmit antennas, to analyze and find the best from the codes constructed for 3 Tx antennas, we used the rank and determinant criteria for the case of 1 Rx antenna and the trace criterion for a higher number of receive antennas. Table 7 compares these new codes to the best known codes proposed by Chen. The new code based on

RDC, designed for only 1 Rx antenna, has a full rank $r=3$ and maximize the minimum determinant (det). Note that this code provides a better number of occurrences of $\det = 32$ which is 256 versus 3072 of Chen's code for one input sequence of 8 bits.

For more Rx antennas, the new code based on the trace criterion have the same minimum trace is 24 but a better number of occurrences of the minimum trace = 24 than the code of Chen. In the simulation. Fig. 4 and Fig. 5 compare the new QPSK STTC in the Table 7 with $n_T = 3, n_R = 1$ based on RDC and $n_T = 3, n_R = 2, 3$ based on trace criterion. We can observe that all these new codes outperform the Chen's codes, that were the best known codes until now.

Conclusion

A new class of QPSK Balanced STTC has been proposed. These codes generate the points of the MIMO constellation with the same probability. It has been shown that the best STTC belong to this class. Therefore, the systematic search for good codes can be reduced to this class. A method to design the balanced codes has been described. New balanced codes for several transmit antennas which outperform the best known codes have been proposed.

MIMO, coding, space-time trellis codes, balanced codes

S 1. Introduction

Les codes temps-espace codés en treillis STTC (Space Time Trellis Codes) ont été proposés pour la première fois par Tarokh *et al.* [1]. Cette technique de codage temps-espace repose sur la généralisation des modulations codées en treillis à des systèmes multi antennes dits MIMO (Multiple Input Multiple Output). Plusieurs critères de performance que doivent vérifier ces nouveaux codes pour maximiser la diversité et le gain de codage ont été établis. Les critères du rang (gain en diversité) et du déterminant (gain en codage) pour les canaux à évanouissements lents et les critères de distance de Hamming (gain en diversité) et de distance produit (gain en codage) pour les canaux à évanouissements rapides ont été proposés par Tarokh [1]. Chen a complété les travaux de Tarokh en proposant le critère de la trace [2]. A partir de ces différents critères, plusieurs recherches exhaustives de codes ont été menées [3-5, 9-15]. L'inconvénient de l'absence de méthode de construction se traduit par une augmentation très rapide de la puissance de calcul lorsque le nombre d'états du codeur augmente. En effet, lorsque le nombre d'états augmente linéairement, le nombre des codes augmente de façon exponentielle. Les codes obtenus avec le critère de la trace [2] ont les meilleures performances pour les systèmes dont le gain en diversité est supérieur à 3. Presque tous les codes publiés ont une propriété commune : ils utilisent les points de la constellation MIMO d'une façon équiprobable (si les données binaires sont générées d'une façon équiprobable par une source sans mémoire). On propose de les appeler « codes équilibrés ».

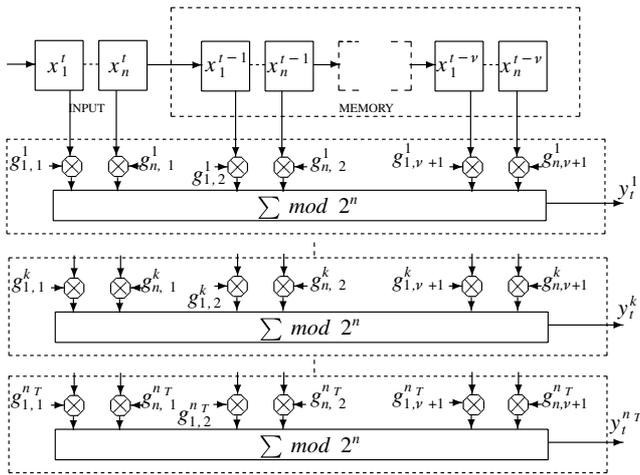
Ce papier introduit une nouvelle famille de codes temps espace en treillis : les codes équilibrés. Il s'agit d'un sous-ensemble des codes STTC. Une méthode originale de construction de ces codes est ainsi présentée. Une recherche exhaustive permet alors de vérifier que les meilleurs codes sont équilibrés. La liste des meilleurs codes trouvés et leurs performances sont finalement présentées.

Le reste du papier est organisé de la manière suivante. Nous décrivons brièvement dans la section 2 le codeur temps-espace en treillis d'une manière générique. Les critères de performance utilisés pour la construction des codes sont résumés dans la section 3. La section 4 introduit la nouvelle famille des codes équilibrés et leurs propriétés générales. La construction des codes équilibrés pour plusieurs antennes est détaillée dans les sections 5 et 6. Enfin, la section 7 présente l'analyse des performances des codes obtenus.

2. Codage temps-espace en treillis

Nous considérons le cas général des STTC utilisant une modulation 2^n -PSK (on a donc $n = 2$ pour QPSK) et n_T antennes d'émission.

Le codeur temps-espace en treillis dont le schéma bloc est donné à la figure 1 comprend un bloc d'entrée de n bits et ν blocs-mémoire de n bits ($2^{n\nu}$ états). À chaque instant $t \in \mathbb{Z}$, tous les bits d'un bloc sont remplacés par les n bits du bloc pré-


 Figure 1. Codeur STTC 2^n -PSK pour n_T antennes Tx.

cédent. Le bit i du bloc j est associé aux n_T coefficients multiplicatifs $g_{i,j}^k \in \mathbb{Z}_{2^n}$, $k = 1 \dots n_T$, où n_T est le nombre des antennes d'émission. Un codeur STTC est ainsi défini par sa matrice génératrice \mathbf{G} comprenant $n_T \times n(v+1)$ coefficients :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{1,1}^1 & \dots & g_{n,1}^1 & \dots & g_{1,v+1}^1 & \dots & g_{n,v+1}^1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{1,1}^k & \dots & g_{n,1}^k & \dots & g_{1,v+1}^k & \dots & g_{n,v+1}^k \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{1,1}^{n_T} & \dots & g_{n,1}^{n_T} & \dots & g_{1,v+1}^{n_T} & \dots & g_{n,v+1}^{n_T} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Les symboles générés en sortie du codeur pour l'antenne k sont donnés par :

$$y_t^k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{v+1} x_i^{t-j+1} g_{i,j}^k \text{ mod } 2^n \quad (2)$$

où $y_t^k \in \mathbb{Z}_{2^n}$ représente l'indice du signal $s_t^k = e^{j y_t^k \frac{\pi}{2^{n-1}}}$ envoyé vers l'antenne k à l'instant t . Toutes les trames modulées sont ainsi transmises simultanément par les n_T antennes.

À la réception, chaque antenne de réception reçoit une superposition des signaux émis par les n_T antennes affectés par un coefficient multiplicatif. Chaque signal se propageant entre une antenne d'émission et une antenne de réception est supposé être affecté par des évanouissements de Rayleigh indépendants. Ainsi, on peut utiliser le modèle suivant pour le signal en réception :

$$r_l^t = \sum_{k=1}^{n_T} h_{kl,t} s_t^k + n_l^t \quad (3)$$

où r_l^t est le signal reçu par l'antenne l à l'instant t , $h_{kl,t}$ est le gain complexe du canal de propagation de l'antenne d'émission k à l'antenne de réception l , s_t^k est le signal transmis par l'antenne k et n_l^t est l'échantillon de bruit AWGN pour l'antenne l à l'instant t . Les échantillons de bruits sont indépendants et chacune des ses deux composantes a une distribution gaussienne de valeur

moyenne nulle et de variance égale à 0.5 par dimension. Un décodage selon le critère du maximum de vraisemblance utilisant l'algorithme de Viterbi est ensuite mis en oeuvre en réception.

3. Critères de construction

Des critères de construction ont été proposés dans [1, 2] dans le but d'exploiter la diversité spatiale maximale égale à $n_T \cdot n_R$ et d'obtenir un gain de codage optimal. Des canaux à évanouissements lents et rapides ont été considérés. Les vecteurs de dimension n_T des symboles transmis $\mathbf{s}_t = [s_t^1 s_t^2 \dots s_t^{n_T}]^T$ sont supposés être groupés au sein d'une trame de longueur L_f . Un canal est dit à évanouissements lents de Rayleigh si, durant la transmission d'une trame, les gains complexes $h_{kl,t}$ des différents chemins spatiaux ne changent pas durant cette trame, mais ils sont indépendants entre deux trames différentes. Dans le cas des évanouissements rapides de Rayleigh, les gains complexes $h_{kl,t}$ sont indépendants d'un symbole à l'autre. Pour chaque cas, des critères sont dérivés de la minimisation de la probabilité de transmettre la trame codée $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_t \mathbf{s}_{t+1} \dots \mathbf{s}_{t+L_f-1}]$ de dimension $n_T \times L_f$ et de décoder de façon erronée une autre trame codée \mathbf{E} également de dimension $n_T \times L_f$. La matrice produit $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{B}^*$ de dimension $n_T \times n_T$ est introduite où \mathbf{B}^* représente la matrice hermitienne de la matrice différence $\mathbf{B} = \mathbf{E} - \mathbf{S}$, également de dimension $n_T \times L_f$, donnée par :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} e_t^1 - s_t^1 & \dots & e_{t+q}^1 - s_{t+q}^1 & \dots & e_{t+L_f-1}^1 - s_{t+L_f-1}^1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ e_t^{n_T} - s_t^{n_T} & \dots & e_{t+q}^{n_T} - s_{t+q}^{n_T} & \dots & e_{t+L_f-1}^{n_T} - s_{t+L_f-1}^{n_T} \end{bmatrix} \quad (4)$$

3.1. Évanouissements lents de Rayleigh

Dans le cas des évanouissements lents de Rayleigh, deux critères ont été proposés par Tarokh [1]. Tout d'abord, dans le but de maximiser la diversité, les matrices \mathbf{A} calculées en considérant toutes les paires possibles (\mathbf{E}, \mathbf{S}) doivent avoir le rang maximal. Puisque la valeur maximale du $\text{rang}(\mathbf{A})$ est n_T , l'ordre maximal de la diversité spatiale est alors égal au produit $n_T \cdot n_R$. Dans un second temps, dans le but de maximiser le gain de codage, le produit minimal $\prod_{k=1}^{\text{rang}(\mathbf{A})} \lambda_k$, où les λ_k sont les valeurs propres non nulles des matrices \mathbf{A} calculées pour toutes les paires possibles (\mathbf{E}, \mathbf{S}) , doit avoir la plus grande valeur possible. Si $\text{rang}(\mathbf{A}) = n_T$, on obtient :

$$\det(\mathbf{A}) = \prod_{k=1}^{n_T} \lambda_k = \prod_{k=1}^{n_T} \left(\sum_{q=0}^{L_f-1} |e_{t+q}^k - s_{t+q}^k|^2 \right) \quad (5)$$

Les codes qui ont les meilleures performances présentent des matrices \mathbf{A} de rang maximal et la plus grande valeur du produit minimal $\prod_{k=1}^{\text{rang}(\mathbf{A})} \lambda_k$. Pour une matrice produit de rang maximal, le gain de codage obtenu est alors égal à $\det(\mathbf{A})^{(1/n_T)}$.

3.2. Évanouissements rapides de Rayleigh

Dans le cas des évanouissements rapides de Rayleigh, différents critères ont également été proposés. Tarokh [1] définit la distance de Hamming $d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S})$, le nombre de symboles différents entre deux trames codées \mathbf{E} et \mathbf{S} par la relation :

$$d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S}) = \sum_{q=0}^{L_f-1} \sum_{k=1}^{n_T} h(e_{t+q}^k, s_{t+q}^k) \quad (6)$$

où l'opérateur h est défini tel que :

$$h(e_{t+q}^k, s_{t+q}^k) = \begin{cases} 0 & \text{si } e_{t+q}^k = s_{t+q}^k \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

Dans le but de maximiser la diversité pour les canaux à évanouissements rapides de Rayleigh, la distance de Hamming $d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S})$, calculée pour toutes les paires de trames codées, doit avoir la plus grande valeur possible. L'ordre de la diversité spatiale obtenu est alors égal au produit $d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S}) \cdot n_R$. De la même façon, Tarokh introduit la distance produit $d_p^2(\mathbf{E}, \mathbf{S})$ comme le produit des distances euclidiennes entre les symboles de dimension $n_T \times L_f$ composant les trames codées \mathbf{E} et \mathbf{S} . La distance produit s'écrit alors :

$$d_p^2(\mathbf{E}, \mathbf{S}) = \prod_{q=0}^{L_f-1} \left(\sum_{k=1}^{n_T} |e_{t+q}^k - s_{t+q}^k|^2 \right) \quad (8)$$

$$= \prod_{q=0}^{L_f-1} d_E^2(\mathbf{e}_{t+q}, \mathbf{s}_{t+q})$$

Dans le but de maximiser le gain de codage, la plus petite valeur des distances produit $d_p^2(\mathbf{E}, \mathbf{S})$, calculées pour toutes les paires (\mathbf{E}, \mathbf{S}) , doit être maximisée par le choix de la matrice génératrice \mathbf{G} . Le gain de codage est alors égal à $d_p^2(\mathbf{E}, \mathbf{S})^{1/d_H(\mathbf{E}, \mathbf{S})}$.

3.3. Cas d'un grand nombre d'antennes

Dans [2], Chen propose un nouveau critère qui est valable dans le cas des évanouissements lents et rapides de Rayleigh lorsque $\text{rang}(\mathbf{A}) \cdot n_R > 3$. Sous cette hypothèse, la PEP (probabilité d'erreurs par paires) est minimisée si la somme de toutes les valeurs propres de la matrice produit est maximisée. Pour une matrice carrée, la somme de toutes les valeurs propres est égale à la trace de la matrice. Elle peut s'écrire :

$$\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^{n_T} \lambda_k = \sum_{k=1}^{n_T} \left(\sum_{q=0}^{L_f-1} |e_{t+q}^k - s_{t+q}^k|^2 \right) \quad (9)$$

Puisque le produit $\text{rang}(\mathbf{A}) \cdot n_R > 3$, la minimisation de la PEP revient à identifier les codes qui ont la plus grande trace minimale des matrices \mathbf{A} calculées pour toutes les paires possibles de trames codées.

4. Codes équilibrés

4.1. Pourquoi les codes équilibrés ?

Le concept des codes équilibrés est basé sur l'observation que les meilleurs codes STTC proposés dans la littérature ont une même propriété : si les données binaires sont générées par une source sans mémoire $\mathbf{S} = \{0, 1\}$ avec la même probabilité $p(0) = p(1) = 1/2$, alors les symboles de la constellation MIMO sont générés d'une façon équiprobable. Par exemple, le tableau 1 présente des codes à 2 antennes d'émission publiés dans la littérature. Pour chaque code à 4 ou 16 états, les $n_T \times n(n+1)$ coefficients de la matrice génératrice \mathbf{G} sont donnés conformément à l'équation (1). Ces codes sont tous équilibrés. De même, dans le tableau 2, on retrouve des codes publiés à 3 et 4 antennes d'émission qui sont aussi équilibrés. On constate que ces codes présentent en général de meilleures performances par rapport aux autres codes non équilibrés publiés.

Table 1. Codes QPSK STTC équilibrés à 2Tx.

| Code | 4 états ($v = 1$) | 16 états ($v = 2$) |
|---------------|--|--|
| Tarokh [1] | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ |
| Chen [2] | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Firmanto [3] | $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Baro [4] | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ |
| Blum [9] | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Jung-Lee [10] | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Yi Hong [11] | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ |

Dans le cas général d'une modulation 2^n -PSK, pour chaque vecteur binaire $\mathbf{X} = [x_1 x_2 \dots x_L]^T \in \mathbb{Z}_2^L$ où $x_i \in \{0, 1\}$ est l'état logique de la bascule i du registre à décalage du codeur de longueur L , le mot de code $\mathbf{Y} = [y_1 y_2 \dots y_{n_T}]^T \in \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$ généré par le codeur de la figure 1 est $\mathbf{Y} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{X}$, où \mathbf{G} est la matrice génératrice (1). Un STTC est donc une fonction :

$$\Phi : \mathbb{Z}_2^L \rightarrow \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T} \quad (10)$$

qui associe d'une façon unique au vecteur \mathbf{X} un mot de code $\mathbf{Y} = \Phi(\mathbf{X}) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{X}$. On remarque que $\Phi(\mathbb{Z}_2^L) \subseteq \mathbb{Z}_{2^n}^{n_T}$ représente l'ensemble des mots de code \mathbf{Y} générés par le codeur. Un

Table 2. Codes QPSK STTC équilibrés à plusieurs antennes d'émission.

| Code | 3 Tx | 4 Tx |
|-----------------|---|--|
| Yi Hong [11] | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Chen [12] | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ |
| Bernier [13] | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| Rassool [14] | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ |

mot de code \mathbf{Y} peut être obtenu pour plusieurs vecteurs $\mathbf{X} \in \mathbb{Z}_2^L$. Soit $n(\mathbf{Y})$ le nombre de vecteurs $\mathbf{X} \in \mathbb{Z}_2^L$ tel que $\Phi(\mathbf{X}) = \mathbf{Y}$, c'est-à-dire $n(\mathbf{Y}) = \text{card} \{ \Phi^{-1}(\mathbf{Y}) \}$.

Par définition, un STTC est *équilibré* si et seulement si on a $n(\mathbf{Y}) = n_0 \geq 1$ pour chaque mot de code $\mathbf{Y} \in \Phi(\mathbb{Z}_2^L)$. En plus, si $\Phi(\mathbb{Z}_2^L) = \mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$, alors tous les éléments de $\mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$ sont générés et le code est dit *totalelement équilibré*. Un code totalelement équilibré est à *longueur minimale* du registre à décalage du codeur si et seulement si $n_0 = 1$.

4.2. Propriétés générales des codes équilibrés

La génération des codes équilibrés repose sur un certain nombre de propriétés générales :

Théorème 1. La longueur minimale d'un code totalelement équilibré est $L_{min} = n.n_T = \text{dim}(\mathbb{Z}_{2^n}^{nT})$.

Théorème 2. Le rajout d'un vecteur colonne quelconque $\mathbf{G}_i \in \mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$ à la matrice génératrice \mathbf{G} à L colonnes d'un code totalelement équilibré permet de créer la matrice génératrice \mathbf{G}' à $L' = L + 1$ colonnes d'un autre code équilibré.

Conséquence 1. Afin d'obtenir un code STTC totalelement équilibré d'une longueur $L > L_{min}$, il suffit de disposer d'un code STTC de longueur minimale L_{min} . Ensuite, tout rajout d'une colonne supplémentaire \mathbf{G}_i à la matrice génératrice \mathbf{G} ne fait que doubler le nombre d'apparitions n_0 des mots de codes \mathbf{Y} , le nouveau code STTC étant aussi équilibré.

Lemme 1. Toute permutation entre les colonnes \mathbf{G}_i de la matrice \mathbf{G} d'un code STTC équilibré permet d'obtenir la matrice \mathbf{G}' d'un autre code STTC équilibré.

Lemme 2. Toute permutation entre les lignes de la matrice \mathbf{G} d'un code équilibré permet d'obtenir la matrice \mathbf{G}' d'un autre code équilibré.

Conséquence 2. La modification de l'indexation des antennes du codeur ne modifie pas les propriétés du code.

Définition 1. Les vecteurs $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m$ sont linéairement indépendants si et seulement si la relation :

$$x_1 \mathbf{G}_1 + x_2 \mathbf{G}_2 + \dots + x_m \mathbf{G}_m = \mathbf{0} \in \mathbb{Z}_{2^n}^{nT} \quad (11)$$

est vérifiée si et seulement si tous les scalaires binaires $x_i \in \{0, 1\}$ sont nuls.

Définition 2. Les vecteurs linéairement indépendants $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m$ forment une base de $\mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$ si et seulement si l'ensemble généré par ces vecteurs est $\mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$:

$$\text{span}(\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m) = \left\{ \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{G}_i / x_i \in \{0, 1\} \right\} = \mathbb{Z}_{2^n}^{nT}$$

Dans ce cas, $m = L_{min} = n.n_T$.

5. Propriétés des bases de \mathbb{Z}_4^{nT}

La génération des codes équilibrés repose sur un certain nombre de propriétés des bases de \mathbb{Z}_4^{nT} .

Propriété 1. Une base de \mathbb{Z}_4^{nT} contient $\text{dim}(\mathbb{Z}_4^{nT}) = 2n_T$ vecteurs.

Propriété 2. Le vecteur nul $0 \in \mathbb{Z}_4^{n_T}$ ne peut pas être utilisé pour former une base.

Propriété 3. Si le vecteur $\mathbf{G}_i \in \mathbb{Z}_4^{n_T}$ est utilisé pour former une base, alors son opposé $-\mathbf{G}_i$ ne peut pas être utilisé.

Propriété 4. Si les vecteurs $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m \in \mathbb{Z}_4^{n_T}$ avec $m < L_{min} = 2n_T$ sont linéairement indépendants, alors les vecteurs :

$$\mathbf{G}_{m+1} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{G}_i \in \mathbb{Z}_4^{n_T}, \quad \lambda_i \in \{-1, 0, 1\} \quad (12)$$

ne peuvent pas être utilisés pour obtenir $m + 1$ vecteurs linéairement indépendants.

Propriété 5. $\mathcal{C}_0 = 2\mathbb{Z}_2^{n_T}$ est un sous-groupe normal du groupe additif $\mathbb{Z}_4^{n_T}$. Pour chaque élément $p \in \mathbb{Z}_2^{n_T}$ on considère le coset $\mathcal{C}_p = p + 2\mathbb{Z}_2^{n_T} = p + \mathcal{C}_0$, où l'addition est dans $\mathbb{Z}_4^{n_T}$.

Propriété 6. Si $u \in \mathcal{C}_p$ et $v \in \mathcal{C}_q$ avec $\mathcal{C}_p, \mathcal{C}_q \subset \mathbb{Z}_4^{n_T}$ et $p, q \in \mathbb{Z}_2^{n_T}$ alors $u + v \in \mathcal{C}_{p \oplus q}$, où \oplus représente l'addition dans $\mathbb{Z}_2^{n_T}$.

Propriété 7. Si $u \in \mathcal{C}_p$ alors $u + \mathcal{C}_q = \mathcal{C}_{p \oplus q}$.

Propriété 8. Si $u \in \mathcal{C}_p$ alors $u + \mathcal{C}_p = \mathcal{C}_0 = 2\mathbb{Z}_2^{n_T}$.

Définition 3. La somme directe de 2 cosets est définie par :

$$\mathcal{C}_p + \mathcal{C}_q = \{u + v/u \in \mathcal{C}_p \text{ et } v \in \mathcal{C}_q\} \quad (13)$$

Propriété 9. La somme directe de 2 cosets est un coset :

$$\mathcal{C}_p + \mathcal{C}_q = \mathcal{C}_{p \oplus q}.$$

Propriété 10. Si $u \in \mathcal{C}_p$ alors $-u \in \mathcal{C}_p$, avec $p \in \mathbb{Z}_2^{n_T}$.

Propriété 11. Si $p_1, p_2, \dots, p_{n_T} \in \mathbb{Z}_2^{n_T} \setminus \{0\}$ sont linéairement indépendants, alors

$$\text{span}(2p_1, 2p_2, \dots, 2p_{n_T}) = 2\mathbb{Z}_2^{n_T} = \mathcal{C}_0.$$

Propriété 12. Si $p \in \mathbb{Z}_2^{n_T}$, alors la somme de 2 éléments différents du coset \mathcal{C}_p est un élément de $\mathcal{C}_0 \setminus \{0, 2p\}$: $u, v \in \mathcal{C}_p$ alors $u + v \in \mathcal{C}_0 \setminus \{0, 2p\}$.

Propriété 13. Une base de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ contient au moins un vecteur dans \mathcal{C}_0 .

Propriété 14. Une base de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ contient au plus n_T vecteurs du même coset.

Propriété 15. Une base de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ contient toujours n_T vecteurs appartenant aux n_T cosets $\mathcal{C}_{p_1}, \mathcal{C}_{p_2}, \dots, \mathcal{C}_{p_{n_T}}$ différents de \mathcal{C}_0 tels que les vecteurs p_1, p_2, \dots, p_{n_T} sont linéairement indépendants. Dans ce cas, on dit que les cosets $\mathcal{C}_{p_1}, \mathcal{C}_{p_2}, \dots, \mathcal{C}_{p_{n_T}}$ sont linéairement indépendants.

6. Construction des codes QPSK STTC totalement équilibrés

À partir des propriétés des codes équilibrés, il suffit de générer des bases de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$, puis, en permutant les colonnes de la matrice \mathbf{G} , on obtient l'ensemble des codes totalement équilibrés à longueur minimale. Ensuite, le rajout éventuel de vecteurs colonne permet d'augmenter le nombre d'états du registre à décalage du codeur.

6.1. Cas de 2 antennes d'émission

Le tableau 3 décrit la partition de \mathbb{Z}_4^2 en 4 cosets.

Table 3. Partition de \mathbb{Z}_4^2 en cosets.

| | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|
| $\mathcal{C}_{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$ | 0 0 | 0 2 | 2 0 | 2 2 |
| $\mathcal{C}_{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$ | 0 1 | 0 3 | 2 1 | 2 3 |
| $\mathcal{C}_{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}$ | 1 0 | 1 2 | 3 0 | 3 2 |
| $\mathcal{C}_{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$ | 1 1 | 1 3 | 3 1 | 3 3 |

Il y a 2 types de codes totalement équilibrés dans \mathbb{Z}_4^2 :

- Les codes de type *I* qui contiennent seulement 1 vecteur non nul dans \mathcal{C}_0
- Les codes de type *II* qui contiennent 2 vecteurs non nuls dans \mathcal{C}_0

Les codes les plus performants sont les codes de types *II*. De plus, ils sont plus simples à générer. Par conséquent, on présente d'abord la génération de codes de type *II*.

6.1.1. Codes totalement équilibrés de type *II*

L'algorithme pour obtenir les bases de type *II* est :

1. Choisir 2 vecteurs différents dans \mathcal{C}_0^* .
2. Choisir 2 cosets différents \mathcal{C}_p et \mathcal{C}_q différents entre eux et différents de \mathcal{C}_0 .
3. Dans chacun des 2 cosets, choisir un vecteur.

Il y a donc 144 bases de type *II* dans \mathbb{Z}_4^2 [8].

6.1.2. Codes totalement équilibrés de type *I*

L'algorithme pour obtenir les bases de type *I* est :

1. Choisir 1 vecteur $v_1 = 2p \in \mathcal{C}_0^* = \mathcal{C}_0 \setminus \{0\}$.
2. Choisir 2 vecteurs v_2 et v_3 linéairement indépendants dans \mathcal{C}_p .

3. Choisir le dernier vecteur dans un coset différent de \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_p . Il y a donc 96 bases de type *I* dans \mathbb{Z}_4^2 [8].

Le nombre total des bases de \mathbb{Z}_4^2 est : $96 + 144 = 240$.

Chaque permutation des 4 vecteurs qui forment une base de \mathbb{Z}_4^2 va générer un autre code totalement équilibré. Alors, le nombre de codes totalement équilibrés à longueur minimale pour le cas de 2 antennes d'émission est de $240.4! = 5760$.

Donc, pour le cas des 2 antennes d'émission à longueur minimale, au lieu d'analyser tous les 16^4 codes STTC, il suffit d'analyser seulement $240.4!/16^4 = 8.79\%$ des codes STTC pour trouver les meilleurs. Cela représente une réduction importante en terme de temps de calcul.

6.2. Cas de 3 antennes d'émission

Similairement au cas de 2 antennes d'émission, cette partie est focalisée sur la construction des bases de \mathbb{Z}_4^3 .

Le tableau 4 décrit la partition de \mathbb{Z}_4^3 en 8 cosets.

Une base de \mathbb{Z}_4^3 contient au moins 1 vecteur et au plus 3 vecteurs dans $\mathcal{C}_0 = 2\mathbb{Z}_2^3$. Alors, il y a aussi 3 types de codes équilibrés de \mathbb{Z}_4^3 en fonction du nombre des vecteurs non nuls du coset \mathcal{C}_0 utilisés pour former la base.

6.2.1. Codes totalement équilibrés de type *III*

Pour obtenir les bases de type *III* de \mathbb{Z}_4^3 , il faut :

1. Choisir 3 vecteurs linéairement indépendants dans \mathcal{C}_0 . Ils génèrent \mathcal{C}_0 .

2. Choisir 3 vecteurs linéairement indépendants p, q, r dans \mathbb{Z}_4^3 . Donc, les cosets $\mathcal{C}_p, \mathcal{C}_q, \mathcal{C}_r \subset \mathbb{Z}_4^3$ sont linéairement indépendants.

3. Choisir les vecteurs $u \in \mathcal{C}_p, v \in \mathcal{C}_q, w \in \mathcal{C}_r$. Comme $u + \mathcal{C}_0 = \mathcal{C}_p$, la totalité du coset \mathcal{C}_p est générée. De façon similaire, \mathcal{C}_q et \mathcal{C}_r sont générés. En utilisant la *Propriété 10*, les autres cosets sont aussi générés.

Au final, le nombre des bases pour les codes totalement équilibrés de types *III* est de 401 408.

Table 4. Partition de \mathbb{Z}_4^3 en 8 cosets

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| $\mathcal{C} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 |

6.2.2. Les codes totalement équilibrés de type II

Soit $v_1 = 2p \in C_0^*$ et $v_2 = 2q \in C_0^*$, ($p \neq q$; $p, q \in \mathbb{Z}_2^3$), les deux vecteurs choisis dans C_0^* .

La combinaison entre v_1 et v_2 détermine la génération du mini-coset $C_{0,0} = \{0, 2p, 2q, 2(p \oplus q)\}$. Ce mini-coset partage chaque coset C_k en deux mini-cosets $C_{k,0}$ et $C_{k,1}$:

$$C_{k,0} = k + C_{0,0}, \forall k \in \mathbb{Z}_4^3$$

$$C_{k,1} = C_k \setminus C_{k,0}$$

Le fait de choisir ces deux vecteurs v_1 et v_2 dans C_0^* divise aussi l'ensemble des cosets différents de C_0 en deux zones A et B différentes telles que :

$$A = C_p \cup C_q \cup C_{p \oplus q} \text{ (réunion de 3 cosets)}$$

$$B = \mathbb{Z}_4^3 \setminus (C_0 \cup A)$$

Dans le but de générer le troisième vecteur non nul dans C_0 , nous identifions deux cas possibles :

6.2.2.1. Codes de type II avec 2 vecteurs dans un même coset de A

1. Choix des vecteurs $v_1 = 2p \in C_0^*$ et $v_2 = 2q \in C_0^*$, ($p \neq q$; $p, q \in \mathbb{Z}_2^3$) : $C_7^2 = 21$ possibilités.

2. Choix du coset $C_r \in A$ ($r \in \mathbb{Z}_2^3$) qui aura les deux vecteurs v_3 et v_4 ($v_3 \in C_{r,0}$ et $v_4 \in C_{r,1}$) : 3 possibilités.

3. Choix du $v_3 \in C_{r,0}$ et $v_4 \in C_{r,1}$: $4 \cdot 4 = 16$ possibilités.

Avec le choix de v_3 et v_4 , les cosets C_0 et C_r sont entièrement générés.

L'ensemble $M_0 = C_0 \cup C_r$ est un sous-groupe de \mathbb{Z}_4^3 . Il détermine une nouvelle partition de \mathbb{Z}_4^3 dans 4 « macro-cosets » différents de 16 éléments. Le choix d'un vecteur v permet de générer tout le macro-coset $M_v = v + M_0$.

Pour le choix de v_5 et v_6 , il faut choisir 2 macro-cosets parmi les 3 qui restent à générer.

4. Choix de 2 macro-cosets parmi les 3 non générés : $C_3^2 = 3$ possibilités.

5. Choix de v_5 et v_6 dans les 2 macro-cosets de 16 éléments : 16.16 possibilités.

Il y a donc $21 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 16^2 = 774144$ bases.

6.2.2.2. Codes de type II avec 3 vecteurs dans 3 cosets différents de A

1. Choix de $v_1 = 2p \in C_0^*$ et $v_2 = 2q \in C_0^*$, ($p \neq q$; $p, q \in \mathbb{Z}_2^3$) : $C_7^2 = 21$ possibilités.

v_1 et v_2 détermine la génération du mini-coset $C_{0,0}$. Ce mini-coset « coupe » la zone A en 6 mini-cosets $\{C_{p,0}, C_{p,1}, C_{q,0}, C_{q,1}, C_{p \oplus q,0}, C_{p \oplus q,1}\}$.

Il faut remarquer que pour un coset de la zone A, seul un mini-coset est utilisable, sinon, on retombe dans le cas déjà étudié dans la paragraphe 6.2.2.1.

2. Choix d'un premier mini-coset de la zone A : 6 possibilités.

Comme l'autre mini-coset du même coset est interdit à utiliser, il reste 4 mini-cosets disponibles.

3. Choix d'un 2^e mini-coset de la zone A : 4 possibilités.

Ce choix bloque l'utilisation de l'autre mini-coset du même coset. En plus, la somme des 2 mini-cosets choisis est aussi bloquée. Il reste donc un seul mini-coset disponible.

4. Choix d'un 3^e mini-coset de la zone A : 1 possibilité.

Comme l'ordre des choix des 3 mini-cosets de la zone A n'est pas important pour le choix des vecteurs d'une base, on a finalement pour les points (2-4) : $(6 \cdot 4 \cdot 1) / 3! = 4$ possibilités.

5. Choix de v_3, v_4, v_5 dans les 3 mini-cosets choisis : 4^3 possibilités.

6. Choix de $v_6 \in B$: 32 possibilités.

Il y a donc $21 \cdot 4 \cdot 4^3 \cdot 32 = 172032$ bases.

Au total, on génère $774144 + 172032 = 946176$ bases de types II de \mathbb{Z}_4^3 .

6.2.3. Codes totalement équilibrés de type I

Soit $v_1 = 2p \in C_0^*$ ($p \in \mathbb{Z}_2^3$), le vecteur choisi dans C_0^* . Dans ce cas, v_1 génère le micro-coset $\{0, 2p\} \subset C_0$ qui coupe chaque coset de \mathbb{Z}_4^3 en 4 micro-cosets. La zone A est réduite à un seul coset : $A = C_p$ et $B = \mathbb{Z}_4^3 \setminus (C_0 \cup A)$.

Dans le but de générer les 2 autres vecteurs non nuls dans C_0 , nous identifions deux cas possibles :

6.2.3.1. Codes de type I avec 3 vecteurs dans la zone A

1. Choix de $v_1 = 2p \in C_0^*$: 7 possibilités.

2. Choix de 3 micro-cosets de $A = C_p$ parmi les 4 micro-cosets : $C_4^3 = 4$ possibilités.

3. Choix de v_2, v_3, v_4 dans chacun des 3 micro-cosets choisis : $2^3 = 8$ possibilités.

Avec v_1, v_2, v_3, v_4 , on génère $M_0 = C_0 \cup C_p$ qui est un sous-groupe de \mathbb{Z}_4^3 avec 16 éléments. Le sous-groupe M_0 détermine une nouvelle partition de \mathbb{Z}_4^3 en 4 macro-cosets de 16 éléments chacun.

4. Choix de 2 macro-cosets parmi les 3 macro-cosets qui restent à générer : $C_3^2 = 3$ possibilités.

5. Choix de v_5 et v_6 dans chacun des 2 macro-cosets choisis : 16.16 possibilités.

Au total, il y a donc $7 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 16 = 172032$ bases.

6.2.3.2. Codes de type I avec 2 vecteurs dans la zone A

1. Choix de $v_1 = 2p \in C_0^*$: 7 possibilités.

2. Choix de 2 micro-cosets de $A = C_p$ parmi les 4 micro-cosets : $C_4^2 = 6$ possibilités.

3. Choix de $v_2 = p + 2q$ et $v_3 = p + 2r$ ($q, r \in \mathbb{Z}_2^3, q \neq r$) dans les 2 micro-cosets choisis : $2 \cdot 2 = 4$ possibilités.

Donc, la moitié de C_0 et la moitié de C_p sont générées. Ces moitiés de cosets forment un sous-groupe $S_0 \subset \mathbb{Z}_4^3$. Ce sous-groupe S_0 détermine une partition de \mathbb{Z}_4^3 en 8 mini-cosets de 8 éléments chacun. Il est possible de montrer que la somme directe de 2 mini-cosets est un mini-coset.

Comme on cherche à construire des bases de \mathbb{Z}_4^3 avec seulement 2 vecteurs dans la zone A, le mini-coset $S_1 = (C_0 \cup A) \setminus S_0$ formé par les moitiés non générées de C_0 et de C_p ne peut pas

être utilisé pour sélectionner d'autres vecteurs. Il reste donc 6 mini-cosets. Les vecteurs v_4, v_5 et v_6 doivent être choisis dans ces 6 mini-cosets. L'algorithme continue avec la sélection de 3 mini-cosets. Ensuite dans chaque mini-coset, on va choisir un vecteur.

On définit la zone $A_0 = \mathcal{C}_{q \oplus r} \cup \mathcal{C}_{p \oplus q \oplus r}$ et la zone $B_0 = \mathbb{Z}_4^3 \setminus (S_0 \cup S_1 \cup A_0)$

La seule possibilité de créer le mini-coset S_1 est la somme des 2 mini-cosets différents dans la zone A_0 .

4. Choix de 2 mini-cosets dans la zone A_0 : 1 possibilité.

5. Choix du dernier mini-coset dans la zone B_0 : 4 possibilités.

6. Choix des 3 vecteurs v_4, v_5 et v_6 dans chaque 3 mini-cosets de 8 éléments choisis : 8^3 possibilités.

Il y a donc $7.6.4.4.8^3 = 344064$ bases de type I avec 2 vecteurs dans la zone A.

Au total, on génère $172032 + 344064 = 516096$ bases de types I de \mathbb{Z}_4^3 .

Au final, le nombre de bases de \mathbb{Z}_4^3 est : $401\,408 + 946\,176 + 516\,096 = 1\,863\,680$ bases.

Chaque permutation des 6 vecteurs qui forment une base de \mathbb{Z}_4^3 va générer un autre code totalement équilibré. Alors, le nombre de codes totalement équilibrés à longueur minimale pour le cas de 3 antennes d'émission est de $1863680 \cdot 6!$.

Donc, pour le cas des 3 antennes d'émission à longueur minimale, au lieu d'analyser tous les 64^4 des codes STTC, nous allons analyser seulement $1863680 \cdot 6!/64^4 = 1.95\%$ des codes STTC pour trouver les meilleurs. Cela signifie une réduction en temps de calcul très importante.

6.3. Cas général de n_T antennes

On divise l'ensemble $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ en 2^{n_T} cosets qui seront utilisés lors de la génération des codes équilibrés. C'est le sous-groupe normal $\mathcal{C}_0 = 2\mathbb{Z}_2^{n_T}$ qui permet d'effectuer la partition de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ en cosets $\mathcal{C}_p = p + \mathcal{C}_0$, avec $p \in \mathbb{Z}_2^{n_T}$. On a :

$$\mathbb{Z}_4^{n_T} = \bigcup_{p \in \mathbb{Z}_2^{n_T}} \mathcal{C}_p = \mathbb{Z}_2^{n_T} + 2\mathbb{Z}_2^{n_T} \quad (14)$$

Une base de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ contient dans \mathcal{C}_0 au moins un vecteur et au plus n_T vecteurs. Il existe donc n_T types de codes équilibrés selon le nombre de vecteurs dans \mathcal{C}_0 utilisés pour former une base. Parmi tous ces types de codes, nous avons remarqué que les codes de type n_T étaient les meilleurs.

Le nombre de bases de $\mathbb{Z}_2^{n_T}$ est de $N_B = \frac{1}{n_T!} \prod_{k=0}^{n_T-1} (2^{n_T} - 2^k)$. Il est possible de montrer que le nombre de bases de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ pour les codes équilibrés de type n_T est de $N_B^2 * 2^{n_T^2}$.

Comme $\dim(\mathbb{Z}_4^{n_T}) = 2n_T$, chaque permutation des $2n_T$ vecteurs qui forment une base de $\mathbb{Z}_4^{n_T}$ va générer un autre code équilibré. Alors, il y a $N_C = 2^{n_T^2} * (2n_T)! * N_B^2$ codes STTC équilibrés de type n_T à longueur minimale.

Cette méthode de construction peut être étendue pour le cas général d'une modulation 2^n -PSK [16].

7. Performances des codes

7.1. Codes à 2 antennes d'émission

Avant de présenter les meilleurs STTC suivant le critère de la trace, on liste ici quelques propriétés de la trace pour les STTC à 4 états et modulation QPSK :

- *Propriété 16 :*

Les codes

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}, \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} -\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}$$

et $\mathbf{G}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & -\mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}$ ont la même trace minimale.

- *Propriété 17 :*

$$\text{Les codes } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix}$$

ont la même trace minimale.

- *Propriété 18 :*

Les codes

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 & \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \text{ ont la}$$

même trace minimale.

- *Conséquence 3 :*

$$\text{Les codes } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_4 \mathbf{G}_3 \end{bmatrix}$$

ont la même trace minimale.

- *Propriété 19 :*

La même trace minimale peut être obtenue en permutant les lignes de la matrice génératrice \mathbf{G} , *i.e.*, en permutant les indices des antennes d'émission.

Table 5. Les meilleurs STTC équilibrés à 4 états.

| | | | |
|--|--|--|--|
| $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ |

Une recherche exhaustive a été menée pour obtenir tous les codes STTC à 4 états et 2 antennes Tx qui possèdent le rang maximal et la trace maximale. Un ensemble de 80 codes avec $\min(\text{rang}(\mathbf{A})) = 2$ et $\min(\text{trace}(\mathbf{A})) = 10$ a été trouvé. Tous ces codes offrent une distance produit minimale $d_p^2 = 24$ qui est la plus grande valeur que les codes STTC à 4 états peuvent avoir.

Parmi eux, en fonction du spectre de distances entre les différents chemins dans le treillis, nous avons identifié 16 codes qui offrent les meilleures performances évaluées par le taux d'erreur trame. Tous ces codes à 4 états sont regroupés dans le tableau 5 où on retrouve en gras le code proposé par Chen [2]. Ils sont tous totalement équilibrés, de type II et à longueur minimale. Ces codes offrent les meilleures performances dans les canaux de Rayleigh à évanouissements lents ou rapides dans le cas de 2 ou

Table 6. Les meilleurs STTC équilibrés à 16 états.

| | | | |
|--|--|--|--|
| $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ |

plusieurs antennes Rx ($n_R \geq 2$). Cette liste est exhaustive car il n'y a pas d'autres codes STTC à 4 états offrant les mêmes performances. À partir de la matrice génératrice d'un code du tableau 5, en appliquant les propriétés de la trace (*Propriétés 16, 17, 18, 19*), on peut générer tous les autres matrices génératrices des codes équilibrés du tableau.

Pour les codes QPSK STTC à 16 états, la construction et la recherche des meilleurs codes sont faites à partir des codes à 4 états en utilisant le théorème 2. Le tableau 6 contient un ensemble de codes totalement équilibrés à 16 états qui offrent les meilleures performances dans les canaux de Rayleigh à évanouissements lents ou rapides et plusieurs antennes de réception. Tous ces codes ont une trace minimale $\min(\text{trace}(\mathbf{A})) = 16$ et une distance produit minimale $d_p^2 = 128$. Parmi eux, on retrouve en gras le code proposé par Chen [2].

performances que le code de Chen [2], donc ils sont meilleurs que les codes proposés par Tarokh [1] et Baro [7] donnés au tableau 1.

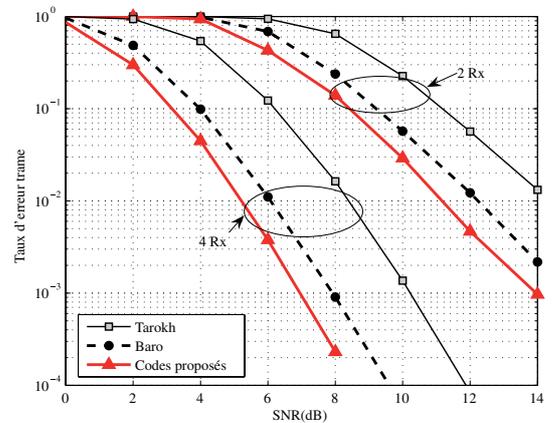


Figure 3. Taux d'erreur trame sur un canal de Rayleigh à évanouissements rapides pour 2Tx et plusieurs Rx (4 états).

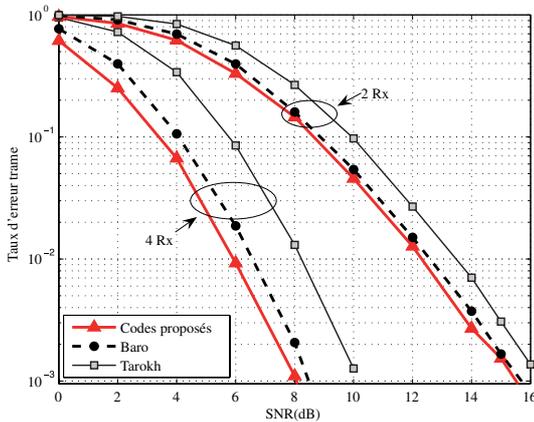


Figure 2. Taux d'erreur trame sur un canal de Rayleigh à évanouissements lents pour 2Tx et plusieurs Rx (4 états).

Les codes à 4 états sont aussi évalués en analysant le taux d'erreur trame en considérant une trame de 130 symboles et un canal de Rayleigh à évanouissements lents et rapides de variance $\sigma^2 = 0.5$ par dimension. La puissance moyenne des symboles transmis est aussi normalisée à 1. Les résultats sont présentés à la figure 2 pour le cas des évanouissements lents et à la figure 3 pour le cas des évanouissements rapides. On remarque que tous les codes donnés au tableau 5 ont les mêmes

7.2. Codes à 3 antennes d'émission

Pour analyser les performances des codes à 3 antennes d'émission, on distingue deux cas, suivant le nombre des antennes de réception. Les critères du rang et du déterminant sont utilisés pour une antenne de réception et le critère de la trace est utilisé pour le cas de plusieurs antennes de réception.

Une recherche a été menée pour trouver de nouveaux codes avec les meilleures performances. Un grand nombre de codes a été trouvé. Parmi eux, on présente dans le tableau 7 deux nouveaux codes, en comparant leurs performances avec celles des codes de Chen [2].

Concernant le nouveau code optimisé suivant le critère du rang et du déterminant, il est totalement équilibré de type III, a le rang plein $r = 3$ et maximise le déterminant minimum: $\text{Det} = 32$. Il faut noter que, pour une séquence d'entrée \mathbf{X} de 8 bits, ce code a un plus petit nombre d'apparitions du déterminant minimum: 256 contre 3072 dans le cas du code de Chen qui n'est pas équilibré. Ce dernier paramètre détermine également les performances des codes.

Concernant le nouveau code équilibré optimisé suivant le critère de la trace, il a la même trace minimale de 24, mais il a un

Table 7. Comparaison entre les nouveaux codes et les codes de Chen.

| Codes | Critère : rang et déterminant | | | |
|-----------|---|------|-------|----------|
| | Matrice | Rang | Det | nb det |
| Chen 1 | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ | 3 | 32 | 3072 |
| Proposé 1 | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | 3 | 32 | 256 |
| Codes | Critère : trace | | | |
| | Matrice | Rang | Trace | nb trace |
| Chen 2 | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ | 2 | 24 | 31744 |
| Proposé 2 | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ | 2 | 24 | 29696 |

plus petit nombre d'apparitions de la trace minimale par rapport au code de Chen qui est aussi équilibré. Le spectre des distances est donc meilleur pour le code proposé.

Pour compléter l'analyse des performances des codes, on a aussi simulé les nouveaux codes en utilisant des trames de 130 symboles pour un canal de Rayleigh à évanouissements lents. La figure 4 compare les codes QPSK STTC du tableau 7 optimisés suivant le critère du rang et du déterminant simulés avec $n_T = 3$, $n_R = 1$.

La figure 5 compare pour $n_T = 3$ et $n_R = 2,3$ les codes QPSK STTC du tableau 7 optimisés selon le critère de la trace.

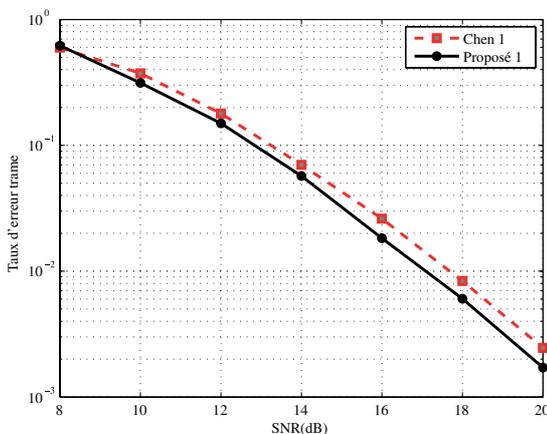
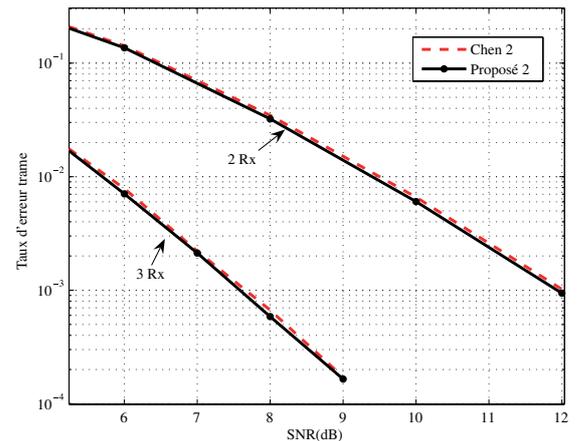

 Figure 4. Taux d'erreur trame de 130 symboles sur un canal de Rayleigh à évanouissements lents des codes optimisés selon le critère du rang et du déterminant ($n_R = 1$).


Figure 5. Taux d'erreur trame de 130 symboles sur un canal de Rayleigh à évanouissements lents des codes optimisés selon le critère de la trace.

On observe que ces nouveaux codes du tableau 7 sont meilleurs que les codes de Chen qui étaient considérés jusqu'alors comme les plus performants.

8. Conclusion

Dans ce papier, une nouvelle famille de codes temps-espace en treillis dits « équilibrés » pour plusieurs antennes d'émission et une modulation de type QPSK est proposée. Il s'agit d'un sous-ensemble assez réduit de codes STTC.

Ces codes équilibrés utilisent les points de la constellation MIMO d'une façon équiprobable. Une première méthode de construction des codes équilibrés pour une modulation QPSK est décrite. Cette méthode de construction peut être étendue pour le cas général d'une modulation 2^n -PSK.

On a aussi montré que tous les meilleurs codes STTC sont équilibrés. La recherche systématique des meilleurs codes peut donc être limitée seulement à cette famille de codes. On doit ainsi analyser seulement 8.79 % des codes STTC à longueur minimale dans le cas de 2 antennes d'émission et 1.95 % des codes STTC à longueur minimale avec 3 antennes d'émission. De nouveaux résultats concernant les meilleurs codes à 2 et 3 antennes d'émission sont aussi donnés, y compris leurs courbes de performance.

Ce concept des codes équilibrés peut être étendu à d'autres schémas de codage et notamment pour la génération des codes super orthogonaux en treillis (SOSTTC) afin d'améliorer leurs performances.

Références

- [1] V. TAROKH, N. SESHADRI and A.R. CALDERBANK, «Space-time codes for high data rate wireless communication : Performance criterion and code construction,» *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [2] Z. CHEN, J. YUAN and B. VUCETIC, «Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow fading channels,» *Electron. Lett.*, vol. 37, no. 7, pp. 440-441, Mar. 2001.
- [3] W. FIRMANO, B.S. VUCETIC and J. YUAN, «Space-time TCM with improved performance on fast fading channels,» *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 4, pp. 154-156, Apr. 2001.
- [4] S. BARO, G. BAUCH and A. HANSMANN, «Improved codes for space-time trellis-coded modulation,» *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, no. 1, pp. 20-22, Jan. 2000.
- [5] Yi HONG and A. GUILLEN i FABREGAS, «New Space-Time Trellis Codes for Slow Fading Channels,» in *Proc. IEEE VTC 2006-Spring*, May 2006, vol. 3, pp. 1492-1496.
- [6] B.A. RASSOOL, F. HELIOT, L. REVELLY, M. DOHLER, R. NAKHAI and H. AGHVAMI, «Fast search techniques for obtaining space-time trellis codes for Rayleigh fading channels and its performance in CDMA systems,» in *Proc. IEEE VTC 2003-Spring*, Apr. 2003, vol. 1, pp. 66-69.
- [7] M. CRUSSIÈRE, J.M. AUFRAY and J.F. HELARD, «Comparison of STTCM over slow and fast Rayleigh fading channels,» in *Proc. 4th IEEE Workshop on SPAWC 2003*, June 2003, pp. 249-253.
- [8] Thi Minh Hien NGO, G. ZAHARIA, S. BOUGEARD, and J.F. HÉLARD, «4-PSK Balanced STTC with Two Transmit Antennas,» in *Proc. IEEE VTC 2007-Spring*, Apr. 2007, pp. 1693-1697.
- [9] Q. YAN and R.S. BLUM, «Optimum space-time convolutional codes,» in *Proc. IEEE WCNC 2000 Wireless Communications and Networking Conference*, 2000, vol. 3, pp. 1351-1355.
- [10] Y.S. JUNG and J.H. LEE, «Hybrid-ARQ scheme employing different space-time trellis codes in slow fading channels,» in *Proc. IEEE VTC 2002-Fall*, Sep. 2002, vol. 1, pp. 247-251.
- [11] Yi HONG, J. YUAN, Z. CHEN and B. VUCETIC, «Space-time turbo trellis codes for two, three, and four transmit antennas,» *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, vol. 53, no. 2, pp. 318-328, Mar. 2004.
- [12] Z. CHEN, B.S. VUCETIC, J. YUAN, and KA LEONG LO, «Space-time trellis codes for 4-PSK with three and four transmit antennas in quasi-static flat fading channels,» *IEEE Commun. Lett.*, vol. 6, no. 2, pp. 67-69, Feb. 2002.
- [13] D. BERNIER and F. CHAN, «Improved space-time trellis codes with three and four transmit antennas,» in *Proc. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, May 2004, vol. 4, pp. 2089-2093.
- [14] B. ABDOL-RASSOOL, M.R. NAKHAI, F. HELIOT, L. REVELLY and H. AGHVAMI, «Search for space – time trellis codes : novel codes for Rayleigh fading channels,» *IEE Proc.-Commun.*, vol. 151, no. 1, pp. 25-31, Feb. 2004.
- [15] Y.S. JUNG and J.H. LEE, «Improved space-time trellis codes using expanded signal set in slow Rayleigh fading channels,» in *Proc. IEEE ISIT'2002*, June 2002, p. 248.
- [16] P. VILAND, G. ZAHARIA, and J.F. HÉLARD, «A New Method To Design Balanced Space-Time Trellis Codes for Several Transmit Antennas,» in *Proc. IEEE Globecom 2008 Communication Theory Symposium*, Dec. 2008.



Thi Minh Hien Ngo

NGO Thi Minh Hien est doctorante à l'Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR – UMR CNRS 6164). Elle a reçu le diplôme d'ingénieur en « Electronique et Systèmes de Communications » de l'INSA de Rennes et le Master de Recherche MARS (Microtechnologies, Architecture, Réseaux et Systèmes de communications) à l'INSA de Rennes en 2005. Ses domaines de recherches concernent l'étude des systèmes de communications et le codage temps-espace pour les systèmes MIMO.



Jean-François Héland

Jean-François Héland est Professeur des Universités à l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rennes, où il assume les fonctions de Directeur-Adjoint de l'Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR - UMR CNRS 6164). Senior Member IEEE, il est impliqué dans un grand nombre de projets nationaux et européens relatifs au traitement du signal appliqué aux communications numériques notamment dans le domaine des futurs réseaux cellulaires, de la diffusion de la télévision numérique, des communications Ultra Large Bande ou des communications à courant porteur.



Gheorghe Zaharia

Gheorghe Zaharia a reçu le diplôme d'ingénieur en « Electronique et Télécommunications » de l'Institut Polytechnique de Iasi (Roumanie) en 1981, le DEA (« Traitement du Signal - Option Radiocommunications » de l'Université de Rennes 1 conjointement avec l'INSA de Rennes et le diplôme de doctorat (mention « très bien avec les félicitations du jury ») en 1991 et 1997 respectivement. Actuellement il est Maître de Conférences à l'INSA de Rennes. Ses domaines de recherches concernent l'étude des canaux de propagation, les systèmes de communications et le codage temps-espace pour les systèmes MIMO.