
STAP fondé sur une modélisation autorégressive (AR) des interférences

Estimation des paramètres AR par filtrage de Kalman

Julien Petitjean¹, Eric Grivel²

1. Thales systèmes aéroportés
Avenue Gustave Eiffel, F-33608 Pessac Cedex
julien.petitjean@fr.thalesgroup.com

2. Laboratoire IMS – Département LAPS, UMR 5218 CNRS
IPB ENSEIRB-MATMECA – Université de Bordeaux I
351, cours de la libération, F-33405 Talence
eric.grivel@ims-bordeaux.fr

RÉSUMÉ. Dans le cadre du traitement STAP, une modélisation autorégressive (AR) des interférences utilisée avec un détecteur appelé Parametric Adaptive Matched Filter (PAMF) donne lieu à un filtre de réjection du fouillis pour lequel le domaine d'entraînement est réduit. La principale difficulté de cette approche réside alors dans l'estimation des matrices AR à l'aide des données d'entraînement. Dans cette publication, les auteurs proposent une estimation récursive fondée sur un filtrage de Kalman et ses variantes. Une étude comparative des différentes méthodes est menée sur les données fournies par la DGA – Maîtrise de l'Information.

ABSTRACT. In the STAP domain, modeling the interferences as an autoregressive (AR) process with the detector called Parametric Adaptive Matched Filter (PAMF), provides an estimation of the clutter-rejection filter with few training data. The main difficulty of this approach is the estimation of the AR matrices by using the training data. Thus, we propose an on-line estimation based on the Kalman filter and its variants. A comparative study is carried out and illustrates the relevance of such approaches with data provided by the DGA.

MOTS-CLÉS : processus autorégressif vectoriel, Parametric Adaptive Matched Filter (PAMF), filtrage de Kalman, filtrage de Kalman étendu, filtrage de Kalman par sigma point, filtrage de Kalman non parfumé, filtrage de Kalman à différence centrale.

KEYWORDS: multichannel autoregressive process, Parametric Adaptive Matched Filter (PAMF), Kalman filter, extended Kalman filter, sigma point Kalman filter, unscented Kalman filter, central difference Kalman filter.

DOI:10.3166/TS.28.203-229 © 2011 Lavoisier, Paris

Extended abstract

The purpose of Radar (RADio Detection And Ranging) is mainly to detect, to locate and to track targets. When coherent-pulse radar is used, the target velocity can be also estimated. For surveillance mission, airborne radars are required to provide long-range detection of increasingly smaller targets. Unfortunately, two main problems occur. Firstly, the long-range detection may be difficult due to the decay of the reflected power. Secondly, the jammer, the thermal noise and the clutter which is due to the atmosphere, the rain, the ground or the sea can disturb the return of the slow-moving target.

To address the above problems, adaptive radar, the theory of which was proposed in various papers by Brennan, Mallett and Reed in the 70's, can be considered. More particularly, when a phased array antenna system is used, space-time adaptive processing (STAP) consists in simultaneously combining the signals which are received by multiple elements of an antenna array and which result from multiple pulse repetition periods of a coherent processing interval. More specifically, STAP aims at maximizing the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR). Then, the filter output is used to define a test statistic that makes it possible to detect whether there is a target or not in the cell under test.

For a few years, several variants have been proposed to both reduce the computational cost, the number of training data and to make the detection more robust against interfering targets. Among them, the so-called "Partially" STAP approaches take into account the characteristics of the received data. When dealing with the subspace techniques, a projection into the interference-free subspace can be done. Another approach consists in modeling the interferences as an multichannel autoregressive (AR) process used with a specific detector called Parametric Adaptive Matched Filter (PAMF). This algorithm provides an estimation of the clutter-rejection filter with few training data. This estimation is also robust against interfering targets and the non-stationarity of the clutter. Nevertheless, the main difficulty of this approach is probably the estimation of the AR matrices by using the training data.

Therefore, in this paper, we propose to study two cases:

Firstly, if the interferences are only composed of a Gaussian clutter, well-known off-line estimation approaches such as the multichannel Yule-Walker, the Maximum Likelihood (ML) estimation or the Nuttall-Strand method can be considered. As an alternative, Kalman filter can be used as it is the minimum mean square error estimator of the AR matrices.

Secondly, if the interferences are composed of thermal noise and Gaussian clutter, the clutter is modeled as a multichannel AR process disturbed by a thermal noise. In that case, we focus our attention on the most disturbing interference, namely the clutter. However, the parameter estimation issue may be a hard task. Off-line noise-compensating algorithms have been proposed by Mahmoudi, Zheng, etc. in other fields than radar processing. In that case, the variance of the additive noise and the parameters are jointly estimated. Nevertheless, Zheng's method is no longer reliable when the signal-to-noise ratio (SNR) becomes lower than 10 dB. Indeed, it may lead to a set of AR parameter matrix estimates corresponding to an unstable system. Errors-in Variables approaches can be also considered and provide both the variances

of the thermal noise, the AR matrices and the covariance matrix of the driving process. However, the computational cost is high. For the above reasons, we propose to study the relevance of on-line approaches based on Kalman filtering in this paper. In that case, the state space representation of this system comprises two equations, the update equation of which is not linear. To estimate the parameters, we first suggest using the extended Kalman filter. It is based on the 1st order Taylor expansion of the state space representation of the system around the last state vector estimate. Then, we study the Sigma Point Kalman Filters, which include two methods:

1/ the unscented Kalman filter, which is based on the unscented transformation initially proposed by Julier,

2/ the central difference Kalman filter, which is based on the Stirling interpolation formula to derive another expression for the mean and the covariance matrix estimations of the posterior variable.

Then, a comparative study is carried out and illustrates the relevance of such approaches with eleven sets of real data provided by the DGA. To evaluate the performances of the correlation method, the EKF and the UKF, the SINR is estimated at the output of the PAMF. The PAMF combined with the UKF estimation gives the highest SINR for seven sets of data. In addition, this method requires only four range cells as training data and is quite robust against the non Gaussian assumptions of clutter. In addition, with its square-root form allowing its computational cost to be lower than the standard UKF, its use is relevant for embedded systems.

REMARK. – It is true that other variants of Kalman filtering such as Iterative Kalman filtering, 2nd order extended Kalman filtering and quadrature Kalman filtering could be considered. To reduce the computational cost, the so-called Sigma rho Kalman filter could be used. To relax the Gaussian assumptions, H_∞ filter and its variants in the non-linear case such as the extended H_∞ filtering or an Unscented H_∞ filtering could be studied.

1. Introduction

Le traitement adaptatif spatio-temporel ou STAP (*Space-Time Adaptive Processing* en anglais) est souvent utilisé dans le cadre d'une mission de surveillance du sol avec un radar aéroporté. Il vise à éliminer l'influence du fouillis de terre en vue de détecter une cible lente. En pratique, le STAP requiert la connaissance du vecteur de pointage et de la matrice de covariance des interférences. Cependant, ces valeurs théoriques ne sont pas disponibles en pratique et doivent être estimées en tenant compte de contraintes variées comme la taille des données d'entraînement, leur hétérogénéité éventuelle ainsi que le caractère Gaussien ou non du fouillis. Cela a donné lieu à de nombreuses variantes du STAP. Parmi celles-ci, on distingue les algorithmes à dimension réduite (Ward, 1994), ceux à rang réduit (Haimovitch, 1996 ; Belkacemi et Marcos, 2006), les techniques utilisant des informations *a priori* telles que le KA-STAP (Guerci et Baranoski, 2006) et les algorithmes fondés sur une modélisation autorégressive vectorielle (VAR) des interférences (Roman *et al.*, 2000).

La principale difficulté de cette dernière méthode réside dans l'estimation des matrices autorégressives (AR) à partir des données d'entraînement ; ce point est tout

particulièrement traité dans cette communication. Aussi, notre contribution est double. D'une part, nous proposons une nouvelle modélisation des interférences : le fouillis seul est modélisé par un processus VAR perturbé par un bruit blanc, à savoir le bruit thermique. Cette modélisation a pour but de « focaliser » le filtrage sur le fouillis qui est la composante des interférences la plus perturbante. D'autre part, nous présentons des algorithmes récursifs d'estimation des matrices AR. Si les interférences sont uniquement composées de fouillis gaussien, le filtrage de Kalman permet une estimation optimale au sens du minimum de variance des matrices AR. Si les interférences sont composées de bruit thermique et de fouillis gaussien, le fouillis est alors modélisé par un processus VAR perturbé par un bruit blanc, à savoir le bruit thermique. La représentation dans l'espace d'état de ce système comporte deux équations dont l'équation de remise à jour n'est pas linéaire. Les matrices AR sont alors estimées par filtrage de Kalman étendu ou filtrage de Kalman par Sigma Point. Ce dernier regroupe deux méthodes : le filtrage de Kalman non parfumé et le filtrage de Kalman à différence centrale. Il s'agit alors d'évaluer quelle méthode est la plus adaptée pour l'estimation des matrices AR en termes de complexité calculatoire, de précision d'estimation et de probabilité de détection à la sortie du PAMF.

La suite de l'article est organisée comme suit : dans la section 2, nous dressons un état de l'art sur la modélisation paramétrique des interférences dans le domaine du STAP et sur les détecteurs paramétriques de cibles associés. La section 3 décrit les algorithmes récursifs mis en œuvre pour l'estimation des matrices AR. Ces algorithmes sont divisés en deux catégories selon le modèle d'interférences choisi. Dans la section 4, une étude comparative des différentes méthodes est menée sur les données fournies par la DGA – Maîtrise de l'information.

2. Modélisation AR des interférences, détecteurs paramétriques de cibles associés et techniques d'estimation des matrices AR

Lorsque l'on opte pour une modélisation autorégressive vectorielle (VAR) des interférences, c'est-à-dire la somme du fouillis et du bruit thermique, différents détecteurs paramétriques, notamment le parametric adaptive matched filter (PAMF), peuvent être envisagés. Cependant, la principale difficulté de cette approche visant à détecter une cible malgré la présence de fouillis réside dans l'estimation des matrices AR.

Cette section vise à rappeler ce que l'on appelle modèle VAR, à introduire les détecteurs paramétriques qui ont été proposés et à dresser l'état de l'art des méthodes d'estimation des matrices AR.

2.1. Rappel sur le modèle autorégressif vectoriel et sur les propriétés des détecteurs paramétriques associés

Classiquement dans le cas scalaire, un processus AR se définit par l'équation suivante :

$$b(m) = - \sum_{i=1}^p a^p(i)b(m-i) + u(m) \quad [1]$$

où $b(m)$ désigne le $m^{\text{ème}}$ échantillon du processus AR, p est l'ordre du modèle, $\{a^p(i)\}_{i=1,\dots,p}$ sont les paramètres AR et $u(m)$ est le processus générateur supposé blanc gaussien centré et de variance σ_u^2 .

Il s'agit d'un modèle « simple ». Peu de paramètres suffisent pour le caractériser. Il peut s'interpréter soit comme une prédiction linéaire¹, soit comme le filtrage à réponse impulsionnelle infinie de fonction de transfert $H(z)$ définie par l'équation [2] du processus générateur, si bien que le modèle AR d'ordre p permet de représenter jusqu'à p résonances du spectre du signal analysé.

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^p a^p(i)z^{-i}} \quad [2]$$

Il est utilisé dans de nombreux domaines tels que le traitement de données sismiques, le traitement de la parole, les systèmes de communication mobile, l'économétrie, le sonar et le radar. Concernant cette dernière application, bien que le modèle AR ne s'explique par aucun phénomène physique selon Abramovich (Abramovich *et al.*, 2008)², il a fait ses preuves, avec une seule antenne en réception, dans plusieurs applications comme l'identification de types de fouillis de sol (Haykin *et al.*, 1979) et la détection de petites cibles marines (Wensink, 2000) et (Petitjean *et al.*, 2008).

Quand plusieurs antennes de réception sont envisagées, c'est « naturellement » que plusieurs auteurs ont utilisé l'extension du modèle AR au cas vectoriel (VAR) pour traiter des problèmes de détection (Michels, 1991 ; Roman *et al.*, 2000 ; Lombardo et Colone, 2003 ; Abramovich *et al.*, 2008).

Ainsi, pour une case distance donnée, le modèle VAR suppose que le signal $\mathbf{b}(m)$, vecteur de taille $N \times 1$ composé des échantillons reçus par les N antennes du radar à l'impulsion m avec $m \in [0, M-1]$, s'exprime comme la somme d'une combinaison linéaire des p vecteurs $\{\mathbf{b}(m-i)\}_{i=1,\dots,p}$ et d'un vecteur erreur $\mathbf{u}(m)$:

$$\mathbf{A}^p(0)\mathbf{b}(m) = - \sum_{i=1}^p \mathbf{A}^p(i)\mathbf{b}(m-i) + \mathbf{u}(m) \quad [3]$$

où p désigne l'ordre du modèle, $\{\mathbf{A}^p(i)\}_{i \in [0,\dots,p]}$ sont les matrices AR de taille $N \times N$ et $\mathbf{u}(m)$ représente le processus générateur vectoriel de taille $N \times 1$. C'est un vecteur aléatoire de moyenne nulle et temporellement blanc. Sa matrice de covariance \mathbf{R}_u est donc diagonale par bloc de taille $NM \times NM$ où M est le nombre d'impulsions radar :

1. Dans ce cas, $\hat{b}(m) = - \sum_{i=1}^p a^p(i)b(m-i)$ est la prédiction de $b(m)$ reposant sur les p dernières valeurs de b . $u(m) = b(m) - \hat{b}(m)$ définit l'erreur de prédiction.

2. Au contraire, la modélisation AR pour le signal de parole se justifie par une analyse de la production de la parole du point de vue physiologique.

$$\mathbf{R}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad [4]$$

où \mathbf{D} est une matrice de taille $N \times N$ et $\mathbf{0}_N$ est la matrice nulle de taille $N \times N$.

Si l'on introduit le polynôme $A_p(z)$:

$$A_p(z) = \mathbf{I}_N + A^p(1)z^{-1} + A^p(2)z^{-2} + A^p(p)z^{-p}, \quad [5]$$

la stabilité du système est garantie si les racines $\{p_i\}_{i=1,\dots,pN}$ du déterminant de $A_p(z)$ sont situées à l'intérieur du cercle unité du plan complexe z .

Lorsque le détecteur gaussien parametric adaptive matched filter (PAMF) (Roman *et al.*, 2000) est appliqué, les matrices AR sont de taille $N \times N$ et $A^p(0)$ est égal à la matrice identité. On peut établir un lien entre cette technique et le détecteur adaptatif gaussien nommé adaptive matched filter (AMF) à partir de la décomposition LDU (Therrien, 1992) de la matrice de corrélation des interférences $\hat{\mathbf{R}}_{SCM}$ estimée au sens du maximum de vraisemblance. En effet, cette matrice $\hat{\mathbf{R}}_{SCM}$ peut se décomposer comme suit :

$$\hat{\mathbf{R}}_{SCM} = \hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{R}}_u\hat{\mathbf{L}}^H \quad [6]$$

où $\hat{\mathbf{R}}_u$ est une estimation de \mathbf{R}_u et $\hat{\mathbf{L}}$ est une matrice triangulaire inférieure par bloc. De plus, $\hat{\mathbf{L}}^{-1}$ de taille $NM \times NM$ satisfait :

$$\hat{\mathbf{L}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \hat{\mathbf{A}}^1(1) & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \hat{\mathbf{A}}^2(2) & \hat{\mathbf{A}}^2(2) & \mathbf{I}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{\mathbf{A}}^{M-2}(M-2) & \hat{\mathbf{A}}^{M-2}(M-3) & \hat{\mathbf{A}}^{M-2}(M-4) & \dots & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \hat{\mathbf{A}}^{M-1}(M-1) & \hat{\mathbf{A}}^{M-1}(M-2) & \hat{\mathbf{A}}^{M-1}(M-3) & \dots & \hat{\mathbf{A}}^{M-1}(1) & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad [7]$$

Etant donné [7], le détecteur AMF, défini dans (Ovarlez *et al.*, 2011), peut s'écrire :

$$\Lambda_{AMF} = \frac{\left| \mathbf{a}^H(f_{d,t}, f_{s,t}) \hat{\mathbf{L}}^{-H} \hat{\mathbf{R}}_u^{-1} \hat{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{x}_{k_0} \right|^2}{\mathbf{a}^H(f_{d,t}, f_{s,t}) \hat{\mathbf{L}}^{-H} \hat{\mathbf{R}}_u^{-1} \hat{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{a}(f_{d,t}, f_{s,t})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda_{AMF} \quad [8]$$

où λ_{AMF} est le seuil de détection déterminé pour avoir une probabilité de fausse alarme donnée, \mathbf{x}_{k_0} est un vecteur de taille $NM \times 1$ composé des échantillons de la case sous test et $\mathbf{a}(f_d, f_s)$ désigne la signature spatio-temporelle d'une cible caractérisée par une fréquence doppler f_d et une fréquence spatiale f_s .

Roman *et al.* (Roman *et al.*, 2000) proposent alors de fixer l'ordre $p \leq M - 1$. Cela signifie que pour tout $i \geq p$:

$$\hat{\mathbf{A}}^i(j) = 0 \text{ si } j > p \quad [9]$$

Tenant compte de l'équation [9], la matrice $\hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-1}$ peut être déduite de l'équation [7] comme suit :

$$\hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}^p(p) & \dots & \hat{\mathbf{A}}^p(1) & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \hat{\mathbf{A}}^p(p) & \dots & \hat{\mathbf{A}}^p(1) & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \hat{\mathbf{A}}^p(p) & \dots & \hat{\mathbf{A}}^p(1) & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \hat{\mathbf{A}}^p(p) & \dots & \hat{\mathbf{A}}^p(1) & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad [10]$$

L'introduction de cette matrice de taille $(M - p)N \times NM$ vise à organiser les calculs par sommation glissante. En effet, le test de détection [8] devient alors :

$$\Lambda_{PAMF} = \frac{\left| \mathbf{a}^H(f_d, f_s) \hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-H} \hat{\mathbf{R}}_{u,PAMF}^{-1} \hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-1} \mathbf{x}_{k_0} \right|^2}{\mathbf{a}^H(f_d, f_s) \hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-H} \hat{\mathbf{R}}_{u,PAMF}^{-1} \hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-1} \mathbf{a}(f_d, f_s)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{PAMF} \quad [11]$$

$$\text{où } \hat{\mathbf{R}}_{u,PAMF}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{D} \end{bmatrix} \text{ de taille } (M - p)N \times (M - p)N.$$

Etant donné la structure Sylvester de $\hat{\mathbf{L}}_{PAMF}^{-1}$, l'équation [11] peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\Lambda_{PAMF} = \frac{\left| \sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_m^{k_0} \right|^2}{\sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_m} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{PAMF} \quad [12]$$

où

$$\hat{\mathbf{x}}_m^{k_0} = \sum_{i=0}^p \hat{\mathbf{A}}^p(i) \mathbf{x}_{k_0}(m - i + p) \quad [13]$$

et

$$\hat{\mathbf{a}}_m = \sum_{i=0}^p \hat{\mathbf{A}}^p(i) \mathbf{a}(f_d, f_{s,t}, m - i + p) \quad [14]$$

où $\mathbf{x}_{k_0}(m - i + p)$ et $\mathbf{a}(f_d, f_s, m - i + p)$ sont de taille $N \times 1$ et représentent respectivement la $m-i+p$ ^{ième} impulsion de la case sous test et la $m-i+p$ ^{ième} impulsion de la signature spatio-temporelle.

Etant donné les équations [13] et [14], il s'agit donc d'effectuer des « filtrages inverses » des vecteurs de données et du vecteur de pointage.

Or, le PAMF nécessite l'estimation des matrices AR et de la matrice de covariance $\widehat{\mathbf{D}}$. Pour cela, Roman *et al.* (Roman *et al.*, 2000) proposent l'utilisation de deux algorithmes : le premier repose sur une estimation par bloc au sens des moindres carrés alors que le second est une généralisation de l'algorithme de Burg (Burg, 1967) au cas d'un processus VAR. Néanmoins, ces méthodes ne permettent pas une « bonne » estimation $\widehat{\mathbf{D}}$ de la matrice théorique \mathbf{D} . Il en résulte un filtrage spatial inadapté. Les auteurs préconisent d'effectuer le filtrage inverse caractérisé par l'équation [13] sur l'ensemble des données d'entraînement et d'estimer la matrice $\widehat{\mathbf{D}}$ à partir du signal résiduel de ce filtre inverse :

$$\hat{\mathbf{x}}_m^k = \sum_{i=0}^p \hat{\mathbf{A}}^p(i) \mathbf{x}_k(m - i + p), k \in [1, K] \tag{15}$$

Deux façons d'estimer \mathbf{D} sont envisagées : soit la matrice $\widehat{\mathbf{D}}_K(m)$ est estimée à un seul instant m comme suit :

$$\widehat{\mathbf{D}}_K(m) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{x}}_m^k (\hat{\mathbf{x}}_m^k)^H, \tag{16}$$

soit $\widehat{\mathbf{D}}_K$ est obtenue en moyennant des matrices estimées pour chaque instant m allant de 0 à $M - p - 1$ selon l'équation [17] :

$$\widehat{\mathbf{D}}_K = \frac{1}{M - p} \sum_{m=0}^{M-p-1} \widehat{\mathbf{D}}_K(m) \tag{17}$$

où K est le nombre de données secondaires.

Selon Roman *et al.* (Roman, 2000), opter pour $\widehat{\mathbf{D}}_K(m)$ favorise un comportement du détecteur PAMF « proche » de la propriété CFAR alors que le choix de $\widehat{\mathbf{D}}_K$ améliore la probabilité de détection.

Le PAMF ne possède pas la propriété CFAR, mais présente de meilleures performances de détection que l'AMF quelle que soit la taille du domaine d'entraînement (Roman, 2000). De plus, d'après (Cadwell et Hale, 2004), il se montre très robuste lorsque les données d'entraînement sont contaminées par des cibles et le fouillis n'est pas stationnaire en distance (ce qui correspond, par exemple, à une configuration frontale du radar aéroporté).

L'hypothèse gaussienne du fouillis est réaliste dans le cadre d'une mission de surveillance pour des radars dits basse résolution évoluant à des altitudes élevées. Pour des altitudes faibles et des radars dits haute résolution, l'hypothèse gaussienne du fouillis n'est plus nécessairement satisfaite. Dans ce cas, deux détecteurs paramétriques ont été proposés. Le normalized PAMF (NPAMF) (Michels *et al.*, 2000b) a pour expression :

$$\Lambda_{NPAMF} = \frac{\left| \sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \widehat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_m^{k_0} \right|^2}{\left[\sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \widehat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_m \right] \left[\sum_{m=1}^{M-p} (\hat{\mathbf{x}}_m^{k_0})^H \widehat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_m^{k_0} \right]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{NPAMF} \tag{18}$$

Selon les auteurs, il correspond à la version paramétrique du détecteur adaptatif ANMF (Ovarlez *et al.*, 2011).

Le NG-PAMF développé par Rangaswamy et Michels (Rangaswamy et Michels, 1997) est quant à lui défini par :

$$\Lambda_{NG-PAMF} = \ln(h_{2NM}(\hat{q}_1)) - \ln(h_{2NM}(\hat{q}_0)) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{NG-PAMF} \quad [19]$$

avec

$$\hat{q}_0 = \sum_{m=1}^{M-p} (\hat{x}_m^{k_0})^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{x}_m^{k_0} \quad [20]$$

$$\hat{q}_1 = \hat{q}_0 - \frac{\left| \sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{x}_m^{k_0} \right|^2}{\sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_m} \quad [21]$$

et

$$h_{2NM}(w) = \int_0^{+\infty} v^{-2NM} \exp\left(\frac{w}{v^2}\right) f_\tau(v) dv \quad [22]$$

où $f_\tau(v)$ désigne la densité de probabilité de la texture lorsque le fouillis est modélisé par un SIRV (Ovarlez *et al.*, 2011). Le NG-PAMF résulte de la version logarithmique du test du rapport de vraisemblance généralisé avec une amplitude inconnue du signal. Si le fouillis est gaussien, $h_{2NM}(w) = e^{-w}$ et le NG-PAMF est équivalent au PAMF. Cependant, ce test nécessite la connaissance des paramètres statistiques du fouillis, ce qui n'est pas le cas pour le NPAMF.

Les performances de ces deux détecteurs ont été étudiées par Michels (Michels *et al.*, 2000c) pour un fouillis gaussien et non gaussien. Le NPAMF et le NG-PAMF présentent de meilleures performances de détection que l'ANMF pour un ordre $p = 3 \ll M$. De plus, le NPAMF a des performances proches du détecteur non adaptatif NMF (Michels *et al.*, 2000a). Selon les auteurs, le NPAMF est « presque » CFAR vis-à-vis de la texture, mais n'est pas CFAR vis-à-vis de la matrice de covariance.

Pour apporter la propriété CFAR au détecteur paramétrique, Parker et Swindlehurst (Parker et Swindlehurst, 2003) ont conçu le filtre Space-Time Autoregressive (STAR). Ils proposent de relâcher deux contraintes du PAMF : les matrices AR sont rectangulaires de taille $N' \times N$ où $N' > N$ et \mathbf{A}^0 n'est plus égal à la matrice identité. Cependant, le choix de N' est délicat puisqu'il est lié au rang r de la matrice de covariance de fouillis.

Lombardo et Colone (Lombardo et Colone, 2003) proposent une approche similaire à l'AMF et fondée sur l'application du détecteur nommé *Generalized*

Likelihood Ratio Test (GLRT) en deux étapes. Cependant, ce nouveau détecteur fait l’hypothèse d’une structure VAR des interférences. Dans un premier temps, ils considèrent que l’ordre du modèle p , les matrices AR $\{A^p(i)\}_{i \in [0, \dots, p]}$ et la matrice D sont connus. Le test satisfait alors :

$$\Lambda_{GLR-AR} = \left| \frac{\sum_{m=1}^{M-p} \mathbf{a}_m^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{x}_m^{k_0}}{\sum_{m=1}^{M-p} \mathbf{a}_m^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{a}_m} \right| \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda_{GLR-AR} \quad [23]$$

Ce détecteur est intrinsèquement CFAR (Cf. chapitre 2 de (Klemm, 2004)).

Dans un second temps, les auteurs insèrent les estimations des matrices AR $\{\hat{A}^p(i)\}_{i \in [0, \dots, p]}$ et de la matrice \hat{D} dans l’équation [23]. Comme pour le détecteur PAMF, Lombardo conclut que le détecteur n’est plus CFAR. Cela s’explique par la non-connaissance *a priori* de l’ordre du modèle AR et par le fait que les interférences ne sont pas un processus VAR au sens strict. Néanmoins, pour obtenir la propriété CFAR, il propose de diviser le numérateur de l’équation [23] par une estimation de la puissance des interférences après filtrage notée $\hat{\mu}_f$:

$$\hat{\mu}_f = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k_0}}^K \left(\left| \frac{\sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_m^{k_0}}{\sum_{m=1}^{M-p} \hat{\mathbf{a}}_m^H \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_m} \right|^2 \right) \quad [24]$$

Selon Lombardo, cet algorithme permet de diviser par quatre le nombre de cases distance du domaine d’entraînement pour des performances identiques en détection.

Dans cette section 2.1, la modélisation VAR des interférences, la plus répandue dans le domaine du STAP, et différentes variantes de détecteurs associés ont été rappelées. Dans la suite, nous envisageons une modélisation alternative distinguant les différentes composantes des interférences. Le fouillis est alors modélisé par un processus VAR perturbé et le bruit thermique est un bruit blanc gaussien :

$$\mathbf{c}(m) = - \sum_{i=1}^p A_c^p(i) \mathbf{c}(m-i) + \mathbf{u}_c(m) \quad [25]$$

$$\mathbf{b}(m) = \mathbf{c}(m) + \mathbf{n}(m) \quad [26]$$

où $\mathbf{u}_c(m)$ est le vecteur générateur gaussien complexe centré ayant pour matrice de covariance Σ_{u_c} et $\mathbf{n}(m)$ représente le bruit thermique. On rappelle que sa matrice de covariance \mathbf{R}_n est diagonale avec les éléments diagonaux égaux à σ_n^2 .

Comme la principale difficulté réside dans l’estimation des matrices AR, pour les deux modélisations, nous dressons un état de l’art sur les différentes techniques d’estimation des matrices AR dans la section suivante.

2.2. Techniques d'estimation des matrices AR à partir d'un processus VAR

Les techniques d'estimation des matrices AR sont réparties en deux catégories : celles utilisées pour un processus VAR non bruité et celles utilisées pour un processus VAR perturbé par un bruit blanc Gaussien.

2.2.1. État de l'art des techniques d'estimation des matrices AR à partir d'un processus VAR

Dans cette partie, on représente l'ensemble des interférences, fouillis et bruit thermique, par un modèle VAR. Le système est donc décrit par les équations [26] et [3]. C'est le modèle utilisé par tous les auteurs appliquant le STAP fondé sur une modélisation VAR d'ordre p (Michels, 1991 ; Roman *et al.*, 2000).

Les équations de Yule-Walker sont établies à partir de l'équation [3] (Marple, 1987) qui s'écrit de manière matricielle comme suit :

$$[\mathbf{I}_N \mathbf{A}^p] \mathbf{b}_{p+1}(m) = \mathbf{u}(m) \quad [27]$$

où $\mathbf{A}^p = [\mathbf{A}^p(1) \dots \mathbf{A}^p(p)]$ est de taille $N \times pN$ et $\mathbf{b}_{p+1}(m) = [\mathbf{b}(m)^T \mathbf{b}(m)^T \dots \mathbf{b}(m-p)^T]^T$ est de taille $(p+1)N \times 1$.

Afin d'établir une relation entre les matrices AR et la matrice de covariance de $\mathbf{b}_{p+1}(m)$, on applique à l'équation [27] une post-multiplication par $\mathbf{b}_{p+1}(m)^H$ avant de prendre l'espérance mathématique $E[.]$. Il vient alors :

$$E [[\mathbf{I}_N \mathbf{A}^p] \mathbf{b}_{p+1}(m) \mathbf{b}_{p+1}(m)^H] = E [\mathbf{u}(m) \mathbf{b}_{p+1}(m)^H] \quad [28]$$

L'équation [28] devient alors :

$$[\mathbf{I}_N \mathbf{A}^p] \mathbf{R}_b^{p+1} = [\mathbf{I}_N \mathbf{A}^p] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b(0) & \mathbf{r}_b \\ \mathbf{r}_b^H & \mathbf{R}_b^p \end{bmatrix} = [\Sigma_u \underbrace{\mathbf{0}_N \dots \mathbf{0}_N}_p] \quad [29]$$

où \mathbf{R}_b^{p+1} de taille $N(p+1) \times N(p+1)$ est une portion de la matrice \mathbf{R}_b :

$$\mathbf{R}_b^{p+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b(0) & \mathbf{R}_b(1) & \dots & \mathbf{R}_b(p) \\ \mathbf{R}_b(-1) & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{R}_b(1) \\ \mathbf{R}_b(-p) & \dots & \mathbf{R}_b(-1) & \mathbf{R}_b(0) \end{bmatrix} \quad [30]$$

et \mathbf{r}_b est la matrice de taille $N \times Np$ définie par bloc :

$$\mathbf{r}_b = [\mathbf{R}_b(1) \dots \mathbf{R}_b(p)] \quad [31]$$

où $\mathbf{R}_b(i) = E[\mathbf{b}_{p+1}(m) \mathbf{b}_{p+1}(m-i)^H]$.

L'équation [29] est la version pour un processus VAR des équations de Yule-Walker. Leur résolution permet de déduire les matrices AR comme suit :

$$\mathbf{A}^p = -\mathbf{r}_b(\mathbf{R}_b^p)^{-1} \quad [32]$$

Des alternatives reposant sur un critère de type moindres carrés ont été développées telle que la généralisation au cas VAR de la méthode de corrélation. Dans ce cas, la matrice \mathbf{R}_b est Toeplitz par bloc ; il est donc possible d'appliquer l'extension de l'algorithme de Levinson au cas VAR développé par Wiggins et Robinson (Wiggins et Robinson, 1965). Cet algorithme a pour avantage d'avoir un faible coût calculatoire ($\mathcal{O}(p^2)$) et garantit la stabilité du modèle VAR.

REMARQUE. – Roman *et al.* (Roman *et al.*, 2000) utilisent cet algorithme pour estimer les matrices AR lors de l'application du PAMF.

Si l'on utilise uniquement la portion de signal disponible, c'est-à-dire que l'on cherche à minimiser l'erreur quadratique moyenne sur l'intervalle $[p+1, M]$, la méthode de covariance est obtenue dans le cas d'un processus VAR. La matrice utilisée lors du calcul n'est alors plus Toeplitz et l'algorithme de Levinson ne peut pas être utilisé. Cependant, Morf *et al.* (Morf *et al.*, 1977) ont proposé un algorithme permettant la résolution du problème avec un coût calculatoire en $\mathcal{O}(p^2)$. Ces différentes méthodes sont toutes fondées sur la minimisation de l'erreur quadratique de prédiction.

La méthode du maximum d'entropie proposée par Burg a été étendue au cas d'un processus VAR par Nuttall (Nuttall, 1976) et Strand (Strand, 1977). Cet algorithme que l'on appelle communément Nuttall-Strand (NS) permet une stabilité du filtre résultant et n'impose pas de fenêtre au signal.

REMARQUE. – Dans le domaine du STAP, Michels (Michels, 1991) et Roman (Roman *et al.*, 2000) utilisent cette méthode d'estimation. Ainsi, les paramètres AR utilisés pour le PAMF sont la moyenne des estimations des paramètres AR pour chaque case distance.

2.2.2. Techniques d'estimation des matrices AR à partir d'un processus VAR perturbé par un bruit blanc vectoriel

À présent, on considère que seul le fouillis est modélisé par un modèle VAR d'ordre p . Puis, le bruit thermique vient perturber le processus. Le système est donc décrit par les équations [25] et [26].

L'utilisation des méthodes décrites dans la section 2.2.1 entraîne un biais dans l'estimation des matrices AR dû au bruit. On montre aisément que l'expression du biais des techniques d'estimation des matrices AR dans le cas bruité (Favier, 2004) vérifie :

$$\mathbf{A}_{c,biaisé}^p = \mathbf{A}_c^p - \sigma_n^2 \mathbf{A}_c^p (\mathbf{R}_c + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N(p+1)})^{-1} = \mathbf{A}_c^p - \underbrace{\sigma_n^2 \mathbf{A}_c^p \mathbf{R}_b^{-1}}_{\text{biais}} \quad [33]$$

où $\mathbf{A}_{c,biaisé}^p = [\mathbf{A}_{c,biaisé}^p(1) \dots \mathbf{A}_{c,biaisé}^p(p)]$ désigne l'estimation des matrices AR directement à partir des données perturbées par un bruit blanc et \mathbf{R}_c est la matrice de covariance du fouillis.

Si la matrice de covariance \mathbf{R}_n du bruit $\mathbf{n}(m)$ est connue, il est possible d'effectuer une compensation en bruit à partir des équations de Yule-Walker :

$$[\mathbf{I}_N \mathbf{A}_c^p][\mathbf{R}_b - \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N(p+1)}] = [\boldsymbol{\Sigma}_{u_c} \mathbf{0}_N \dots \mathbf{0}_N] \quad [34]$$

Si la matrice de covariance \mathbf{R}_n n'est pas connue, Hasan (Hasan *et al.*, 2003) et Mahmoudi (Mahmoudi et Karimi, 2008 ; 2010) proposent trois méthodes itératives qui visent alternativement à estimer la matrice de covariance du bruit $\hat{\mathbf{R}}_n$ et les matrices AR en résolvant un jeu de deux équations. Tout d'abord, Hasan *et al.* (Hasan *et al.*, 2003) estiment les matrices AR grâce à l'équation [34] et résolvent des équations non linéaires avec l'algorithme itératif de Newton-Raphson pour estimer la matrice de covariance \mathbf{R}_n . Ensuite, Mahmoudi *et al.* (Mahmoudi et Karimi, 2008) utilisent la formulation du biais d'estimation de la solution au sens des moindres carrés pour estimer les matrices AR et une expression théorique de la matrice de covariance \mathbf{R}_n généralisant ainsi les méthodes développées par Zheng (Zheng, 2000) dans le cas d'un processus AR. Enfin, Mahmoudi *et al.* (Mahmoudi et Karimi, 2010) proposent d'utiliser les équations de Yule-Walker avec des ordres inférieurs et supérieurs à p . D'après les simulations menées dans la thèse de Petitjean (Petitjean, 2010), ces méthodes peuvent diverger et ne garantissent pas la stabilité des matrices AR pour un SNR (signal to noise ratio) inférieur à 10 dB.

La modélisation la plus répandue dans le domaine du STAP est la modélisation VAR de l'ensemble des interférences. Dans cette section, un état de l'art sur cette modélisation, les détecteurs associés et les techniques d'estimations sont établis. De plus, nous avons proposé une nouvelle modélisation des interférences présentant le fouillis seul comme un processus VAR perturbé par un bruit thermique. Nous avons ensuite décrit les techniques existantes d'estimation des matrices AR dans le cas d'un processus VAR bruité. Dans la section suivante, nous présentons, pour les deux modélisations, des méthodes d'estimation récursives des matrices AR fondées sur le filtrage de Kalman.

3. Estimations récursives des matrices AR

3.1. Estimations récursives des matrices AR sans bruit thermique

Afin d'établir la représentation dans l'espace d'état du système, considérons les équations [26] et [3] en considérant le bruit thermique négligeable. De plus, construisons le vecteur colonne $\boldsymbol{\theta}(m)$ de taille $N^2 p \times 1$, qui contient les coefficients

$$\begin{aligned} & i = 1, \dots, p \\ \{a_{nl}^i\} & n = 1, \dots, N \text{ des matrices AR } \{\mathbf{A}_c^p(i)\}_{i=1, \dots, p}, \text{ comme suit :} \\ & l = 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\theta}(m) = \begin{bmatrix} a_{11}^1(m) & \dots & a_{1N}^1(m) & \dots & a_{11}^p(m) & \dots & a_{1N}^p(m) & \dots \\ a_{21}^1(m) & \dots & a_{2N}^1(m) & \dots & a_{21}^p(m) & \dots & a_{2N}^p(m) & \dots \\ \dots & \dots \\ a_{N1}^1(m) & \dots & a_{NN}^1(m) & \dots & a_{N1}^p(m) & \dots & a_{NN}^p(m) \end{bmatrix} \quad [35]$$

Nous supposons que $\theta(m)$ satisfait :

$$\theta(m) = \theta(m - 1) + w(m) \tag{36}$$

où $w(m)$ est un vecteur de bruit blanc centré de taille $N^2 p \times 1$. Sa matrice de covariance est notée Σ_w .

L'équation [3] peut se réécrire de la manière matricielle suivante :

$$b(m) = J\theta(m) + u(m) \tag{37}$$

$$\text{où } J = \begin{bmatrix} b^T(m-1) & \dots & b^T(m-p) & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} & b^T(m-1) & \dots & b^T(m-p) & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} & b^T(m-1) & \dots & b^T(m-p) \end{bmatrix}.$$

La représentation dans l'espace d'état du système [26]-[3] correspond donc aux équations [36]-[37]. Étant donné que ces deux équations sont linéaires, sous des hypothèses gaussiennes, le filtrage de Kalman fournit une solution optimale de ce système d'état au sens du minimum de variance de l'erreur d'estimation³.

Si la mesure $b(m)$ est perturbée par le bruit thermique, la solution estimée par le filtrage de Kalman est biaisée. Ainsi, il est nécessaire d'établir une nouvelle représentation d'état du système qui devient non linéaire. La section 3.2 décrit ce nouveau système d'état et présente les extensions du filtrage de Kalman permettant de le résoudre.

3.2. Estimations récursives des matrices AR tenant compte du bruit thermique

Afin d'établir la représentation dans l'espace d'état du système, considérons les équations [25] et [26]. L'équation [25] peut se réécrire comme suit :

$$c_p(m) = F(m, m - 1)c_p(m - 1) + u_p(m) \tag{38}$$

où $c_p(m) = [c(m)^T \ c(m - 1)^T \ \dots \ c(m - p + 1)^T]^T$ de taille $N_p \times 1$,

$u_p(m) = [u(m)^T \ u(m - 1)^T \ \dots \ u(m - p + 1)^T]^T$ de taille $N_p \times 1$ et

$$F(m, m - 1) = \begin{bmatrix} -A_c^p(1) & \dots & \dots & -A_c^p(p - 1) & -A_c^p(p) \\ I_N & \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_N & \vdots \\ \mathbf{0}_N & \dots & \mathbf{0}_N & I_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \tag{39}$$

3. Pour plus de détails sur les équations du filtre de Kalman, le lecteur peut se référer à l'ouvrage (Najim, 2006).

De plus, l'équation d'observation [26] peut s'exprimer sous forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{b}(m) = \mathbf{G}\mathbf{c}_p(m) + \mathbf{n}(m) \quad [40]$$

où $\mathbf{G} = [\mathbf{I}_N \ \mathbf{0}_N \ \dots \ \mathbf{0}_N]$.

Néanmoins, les coefficients des matrices AR $\{A_c^p(i)\}_{i=1,\dots,p}$, à savoir $\{a_{nl}^i\}$ avec $i \in [1, p]$, $n \in [1, N]$ et $l \in [1, N]$, ne sont pas connus et doivent être estimés.

Nous supposons que $\boldsymbol{\theta}(m)$, défini par [35], satisfait :

$$\boldsymbol{\theta}(m) = \boldsymbol{\theta}(m-1) + \mathbf{w}(m) \quad [41]$$

où $\mathbf{w}(m)$ est un vecteur de bruit blanc centré de taille $N^2p \times 1$. Sa matrice de covariance est notée $\boldsymbol{\Sigma}_w$.

Pour estimer le processus \mathbf{c}_p et les matrices AR $\{A_c^p(i)\}_{i=1,\dots,p}$, on introduit le vecteur d'état étendu $\mathbf{z}(m)$:

$$\mathbf{z}(m) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}(m) \\ \mathbf{c}_p(m) \end{bmatrix} \quad [42]$$

Etant donné les équations [38], [41] et [42], le vecteur d'état étendu $\mathbf{z}(m)$ est remis à jour de la manière suivante :

$$\mathbf{z}(m) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N^2p} & \mathbf{0}_{N^2p \times Np} \\ \mathbf{0}_{Np \times N^2p} & \mathbf{F}(m, m-1) \end{bmatrix} \mathbf{z}(m-1) + \boldsymbol{\Omega}(m) \quad [43]$$

$$\text{où } \boldsymbol{\Omega}(m) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(m) \\ \mathbf{u}_p(m) \end{bmatrix}.$$

L'équation [43] peut se réécrire comme suit :

$$\mathbf{z}(m) = \mathbf{B}\mathbf{z}(m-1) + \sum_{n=1}^N \mathbf{H}_n \mathbf{z}(m-1)^T \mathbf{C}_n \mathbf{z}(m-1) + \boldsymbol{\Omega}(m) \quad [44]$$

$$\text{où } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N^2p} & \mathbf{0}_{N^2p \times N(p-1)} & \mathbf{0}_{N^2p \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times N^2p} & \mathbf{0}_{N \times N(p-1)} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_{N(p-1) \times N^2p} & \mathbf{I}_{N(p-1)} & \mathbf{0}_{N(p-1) \times N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_n = [\underbrace{0 \ \dots \ 0}_{N^2p+n-1} \ \underbrace{1 \ 0 \ \dots \ 0}_{Np-n}]^T, \forall n \in [1, N].$$

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{pN} & \cdots & \mathbf{0}_{pN} & \mathbf{0}_{(n-1)pN \times pN} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \mathbf{I}_{pN} \\ \mathbf{0}_{pN} & \cdots & \mathbf{0}_{pN} & \mathbf{0}_{N^2p-(n-1)pN \times pN} \end{bmatrix}, \forall n \in [1, N].$$

De manière condensée, l'équation [44] s'écrit :

$$\mathbf{z}(m) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}(m-1); m, m-1) + \boldsymbol{\Omega}(m) \quad [45]$$

où $\boldsymbol{\varphi}$ est une fonction non linéaire.

De plus, le vecteur d'état étendu et le vecteur d'observation sont reliés par :

$$\mathbf{b}(m) = \mathbf{H}\mathbf{z}(m) + \mathbf{n}(m) \quad [46]$$

où $\mathbf{H} = [\mathbf{0}_{N \times N^2_p} \mathbf{G}]$.

La représentation dans l'espace d'état du système [25]-[26] correspond donc aux équations [45]-[46]. Etant donné la fonction $\boldsymbol{\varphi}$, cette représentation dans l'espace d'état n'est pas linéaire.

Dans la suite, notons $\hat{\mathbf{z}}(m/k)$ les estimations du vecteur d'état à l'instant m reposant sur k observations $\{\mathbf{b}(i)\}_{i=1, \dots, k}$.

Puisque l'équation d'observation [46] est linéaire, l'estimation du vecteur d'état, le gain de Kalman optimal et la matrice de covariance de l'erreur sont calculés récursivement comme suit :

$$\mathbf{K}(m) = \mathbf{P}(m/m-1)\mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(m/m-1)\mathbf{H}^T + \boldsymbol{\Sigma}_n(m)]^{-1} \quad [47]$$

$$\hat{\mathbf{z}}(m/m) = \hat{\mathbf{z}}(m/m-1) + \mathbf{K}(m)[\mathbf{b}(m) - \mathbf{H}^T \hat{\mathbf{z}}(m/m-1)] \quad [48]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(m/m) &= [\mathbf{I}_{N^2_p+N_p} - \mathbf{K}(m)\mathbf{H}]\mathbf{P}(m/m-1)[\mathbf{I}_{N^2_p+N_p} - \mathbf{K}(m)\mathbf{H}]^T \\ &\quad + \mathbf{K}(m)\boldsymbol{\Sigma}_n(m)\mathbf{K}^T(m) \end{aligned} \quad [49]$$

où $\mathbf{P}(m/m-1)$ et $\mathbf{P}(m/m)$ désignent les matrices de covariance des erreurs *a priori* et *a posteriori* respectivement.

Puisque $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}(m-1); m, m-1)$ est de forme quadratique sur $\mathbf{z}(m-1)$, nous proposons d'utiliser l'EKF (*Extended Kalman Filter*). Le principe est de réaliser une linéarisation de la fonction $\boldsymbol{\varphi}$ par développement de Taylor à l'ordre 1 autour de la dernière valeur estimée du vecteur d'état, en l'occurrence $\hat{\mathbf{z}}(m-1/m-1)$.

Ainsi, la matrice de covariance de l'erreur est mise à jour comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(m/m-1) &= \boldsymbol{\Phi}(\hat{\mathbf{z}}(m-1/m-1); m, m-1)\mathbf{P}(m-1/m-1)\boldsymbol{\Phi}^T(\hat{\mathbf{z}}(m-1/m-1); m, m-1) \\ &\quad + \mathbf{Q}(m-1) \end{aligned} \quad [50]$$

$$\text{où } E[\boldsymbol{\Omega}(m)\boldsymbol{\Omega}^H(l)] = \boldsymbol{\Omega}(m)\delta(m-l) \quad [51]$$

$$\text{et } \boldsymbol{\Phi}(\hat{\mathbf{z}}(m-1/m-1); m, m-1) = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}(m); m, m-1)}{\partial \mathbf{z}(m)} \right|_{\mathbf{z}(m)=\hat{\mathbf{z}}(m-1/m-1)} \quad [52]$$

L'équation [52] peut s'écrire :

$$\Phi(\hat{z}(m-1/m-1); m, m-1) = \mathbf{B} + \sum_{n=1}^N \mathbf{H}_n \mathbf{z}(m)^T (\mathbf{C}_n + \mathbf{C}_n^T) \Big|_{z(m)=\hat{z}(m-1/m-1)} \quad [53]$$

Ainsi, l'EKF consiste à approximer la distribution du vecteur d'état par une distribution gaussienne et à propager ce vecteur aléatoire gaussien à travers le système linéarisé. Néanmoins, la précision de l'estimation de $\hat{z}(m/m)$ et $\hat{\mathbf{P}}(m/m)$ dépend de la sévérité des non-linéarités. Cela peut mener parfois à la divergence du filtre. Puisque l'approximation due au développement de Taylor de la fonction non linéaire est précise sur le voisinage du point de référence, elle ne traduit pas le comportement global de la fonction. Pour améliorer l'algorithme, les termes d'ordre supérieur du développement de Taylor peuvent être pris en compte. Cependant, pour un EKF d'ordre 2, il est nécessaire de calculer la matrice jacobienne de la fonction pour l'ordre 1 et la matrice hessienne pour l'ordre 2. Selon Arasaratnam *et al.* (Arasaratnam *et al.*, 2007), ce calcul est parfois instable et toujours complexe calculatoirement. De plus, rien ne certifie qu'un EKF d'ordre 2 ne divergera pas dans les cas où un EKF d'ordre 1 diverge.

Une autre alternative est le filtre de Kalman étendu itératif. Le principe de base est de linéariser les équations autour de l'estimation mise à jour et non autour de l'estimation prédite.

Parmi d'autres approches possibles, la méthode SPKF (sigma point kalman filter) a été proposée par Wan et Van Der Merwe (Wan et Van Der Merwe, 2001). Cette méthode approxime la distribution du vecteur d'état par une loi gaussienne définie, dans ce cas, par un jeu de points choisis de manière déterministe, appelés les points sigma. Plus particulièrement, un premier point sigma correspond à la moyenne de la distribution du vecteur d'état ; ensuite, deux points sigma sont définis pour chaque valeur propre de la matrice de covariances du vecteur gaussien et répartie à égale distance de la moyenne. Ces points sigma sont propagés à travers le système non linéaire pour obtenir les points sigma *a posteriori*. Une combinaison pondérée permet d'estimer la moyenne et la matrice de covariances du vecteur gaussien *a posteriori*, c'est-à-dire après la transformation non linéaire. Il est à noter que les filtrages par points sigma ont été interprétés par Lefebvre *et al.* (Lefebvre *et al.*, 2002) comme une approche visant à mener une linéarisation statistique pondérée de la transformation non linéaire.

Deux méthodes SPKF ont été tout particulièrement exploitées dans la littérature : l'UKF (*Unscented Kalman Filter*) et le CDKF (*Central Difference Kalman Filter*). Seule l'estimation de $\mathbf{P}(m/m-1)$ diffèrent dans les deux méthodes.

D'une part, l'UKF repose sur la transformation sans parfum proposée par Julier dans (Julier *et al.*, 1995). Selon l'interprétation de Lefebvre (Lefebvre *et al.*, 2002), sous des hypothèses gaussiennes, cette méthode est équivalente à une linéarisation statistique pondérée au 3^{ème} ordre du développement de Taylor de la fonction non linéaire. Sous des hypothèses non gaussiennes, cette égalité est vraie jusqu'au deuxième ordre. La démonstration est donnée dans l'annexe A de (Wan et Van Der Merwe, 2001).

Considérons $L = (N + 1)Np$ la taille du vecteur d'état $z(m)$. Dans ce cas, $2L + 1$ points sigma sont stockés dans la matrice $\chi(m - 1/m - 1)$ comme suit :

$$\chi(m - 1/m - 1) = \begin{bmatrix} \hat{z}(m - 1/m - 1)^T \\ \left(\hat{z}(m - 1/m - 1) + \sqrt{(L + \lambda)\mathbf{P}_1(m - 1/m - 1)} \right)^T \\ \vdots \\ \left(\hat{z}(m - 1/m - 1) + \sqrt{(L + \lambda)\mathbf{P}_L(m - 1/m - 1)} \right)^T \\ \left(\hat{z}(m - 1/m - 1) - \sqrt{(L + \lambda)\mathbf{P}_1(m - 1/m - 1)} \right)^T \\ \vdots \\ \left(\hat{z}(m - 1/m - 1) - \sqrt{(L + \lambda)\mathbf{P}_L(m - 1/m - 1)} \right)^T \end{bmatrix} \quad [54]$$

où $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$. α détermine l'éloignement des points sigma vis-à-vis de $\hat{z}(m - 1/m - 1)$. κ est en outre un second paramètre d'échelle.

$\{\sqrt{\mathbf{P}_i(m - 1/m - 1)}\}_{i=1, \dots, L}$ est égal à la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice triangulaire inférieure du facteur de Cholesky de la matrice de covariance des erreurs $\mathbf{P}(m - 1/m - 1)$.

Ensuite, $\{\chi_i(m - 1/m - 1)\}_{i=[0, 2L]}$, la $i+1^{\text{ème}}$ colonne de $\chi(m - 1/m - 1)$, est propagée à travers le système non linéaire caractérisé par l'équation [45] pour obtenir les points sigma *a posteriori* $\{\chi_i(m/m - 1)\}_{i=[0, 2L]}$:

$$\chi_i(m/m - 1) = \varphi(\chi_i(m - 1/m - 1); m, m - 1) \quad [55]$$

La moyenne et la matrice de covariance *a priori* sont obtenues comme suit :

$$\hat{z}(m/m - 1) = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c1)} \chi_i(m/m - 1) \quad [56]$$

et

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}(m/m - 1) \\ &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c2)} [\chi_i(m/m - 1) - \hat{z}(m/m - 1)][\chi_i(m/m - 1) - \hat{z}(m/m - 1)]^T \\ &+ \mathbf{Q}(m) \end{aligned} \quad [57]$$

où $\mathbf{Q}(m)$ est définie dans l'équation [51].

Les poids sont calculés comme suit $\forall i \in [1, 2L]$:

$$\begin{aligned} W_0^{(c1)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda}, \quad W_0^{(c2)} = \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \text{ et} \\ W_i^{(c1)} &= W_i^{(c2)} = \frac{\lambda}{2(L + \lambda)}. \end{aligned}$$

Ces poids sont choisis afin d'obtenir une égalité entre $\hat{z}(m/m-1)$ et $\mathbf{P}(m/m-1)$ et le développement de Taylor à l'ordre 3 des valeurs théoriques $z(m/m-1)$ autour de $z(m-1/m-1)$ et respectivement $\mathbf{P}(m/m-1)$ autour de $\mathbf{P}(m-1/m-1)$. $\beta = 2$ est une valeur optimale dans le cas d'une distribution gaussienne. Une explication détaillée est donnée dans l'annexe A de (Wan et Van Der Merwe, 2001).

D'autre part, le CDKF regroupe deux approches à savoir celle développée par Norgaard (Norgaard *et al.*, 2000) appelée « divided difference filter » et celle proposée par Ito (Ito et Xiong, 2000) dénommée « central difference filter ». Il est fondé sur la formule d'interpolation de Stirling autour de la dernière estimation du vecteur d'état. Considérons une fonction f que l'on approxime par un développement de Taylor et par une interpolation de Stirling autour de x_0 . Selon Norgaard *et al.* (Norgaard *et al.*, 2000), le développement de Taylor permet une « meilleure » approximation de f dans un intervalle proche de x_0 et l'interpolation de Stirling approxime « mieux » la fonction f lorsqu'on s'éloigne de x_0 . Cela donne lieu à une nouvelle expression pour l'estimation de la moyenne et de la matrice de covariance *a posteriori*. Ainsi, les points sigma sont définis comme suit :

$$\boldsymbol{\chi}(m-1/m-1) = \begin{bmatrix} \hat{z}(m-1/m-1)^T \\ \left(\hat{z}(m-1/m-1) + h\sqrt{\mathbf{P}_1(m-1/m-1)} \right)^T \\ \vdots \\ \left(\hat{z}(m-1/m-1) + h\sqrt{\mathbf{P}_L(m-1/m-1)} \right)^T \\ \left(\hat{z}(m-1/m-1) - h\sqrt{\mathbf{P}_1(m-1/m-1)} \right)^T \\ \vdots \\ \left(\hat{z}(m-1/m-1) - h\sqrt{\mathbf{P}_L(m-1/m-1)} \right)^T \end{bmatrix} \quad [58]$$

où h correspond à la longueur de l'intervalle centré sur la dernière estimation du vecteur d'état.

Selon Norgaard (Norgaard *et al.*, 2000), h est choisi pour que ce dernier soit le coefficient d'aplatissement ou kurtosis de la variable aléatoire $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{z}$ où $\mathbf{P} = \mathbf{S}\mathbf{S}^H$. Pour un vecteur aléatoire gaussien, $h = \sqrt{3}$.

Ensuite, de la même manière que pour l'UKF, les points sigma *a posteriori* sont obtenus comme suit :

$$\boldsymbol{\chi}_i(m/m-1) = \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}_i(m-1/m-1); m, m-1) \quad [59]$$

La moyenne et la matrice de covariance *a priori* sont estimées ainsi :

$$\hat{\mathbf{z}}(m/m-1) = \sum_{i=0}^{2L} V_i^{(c0)} \boldsymbol{\chi}_i(m/m-1) \quad [60]$$

et

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{P}(m/m-1) \\
 &= \sum_{i=0}^{2L} V_i^{(c1)} [\chi_i(m/m-1) - \chi_{i+L}(m/m-1)] [\chi_i(m/m-1) - \chi_{i+L}(m/m-1)]^T \\
 &+ V_i^{(c2)} [\chi_i(m/m-1) + \chi_{i+L}(m/m-1) - 2\chi_0(m/m-1)] [\chi_i(m/m-1) \\
 &+ \chi_{i+L}(m/m-1) - 2\chi_0(m/m-1)]^T + \mathbf{Q}(m) \tag{61}
 \end{aligned}$$

où les poids sont donnés par (Norgaard *et al.*, 2000) :

$$V_0^{(c0)} = \frac{h^2 - L}{h^2}, V_i^{(c0)} = \frac{1}{2h^2}, V_i^{(c1)} = \frac{1}{4h^2}$$

$$\text{et } V_i^{(c2)} = \frac{h^2 - 1}{2h^2} \forall i \in [1, 2L].$$

4. Simulations

Dans cette section, nous traitons des données semi-synthétiques fournies par la DGA. Onze réalisations de données STAP sont obtenues à partir d'une image SAR THR (très haute résolution) opérationnelle et issus de l'essai 1 décrit dans (Bidon *et al.*, 2011). Le scénario utilisé présente les caractéristiques suivantes :

- configuration latérale,
- antenne linéaire uniforme donnant à 4 voies de réception,
- 64 impulsions et 410 cases distance,
- fréquence centrale $f_0 = 10 \text{ GHz}$ et largeur de bande $B = 5 \text{ MHz}$,
- vitesse avion de 100 m/s ,
- fréquence de récurrence $F_R = 1 \text{ kHz}$,

Le scénario présente trois cibles possédant les caractéristiques suivantes :

- Cible 1 : case distance 216, vitesse radiale relative 4 m/s ,
- Cible 2 : case distance 256, vitesse radiale relative 4 m/s ,
- Cible 3 : case distance 296, vitesse radiale relative -4 m/s .

Ces trois cibles sont dans l'axe du radar et possèdent la même SER égale à 19 dBm^2 .

Le fouillis est issu d'échos de sol ; il suit une distribution gaussienne et possède un coefficient de rétrodiffusion moyen $\sigma_0 = -20 \text{ dBm}^2/\text{m}^2$. Le bruit thermique quant à lui a une puissance inférieure de 20 dB à celle du fouillis de sol. Le signal dû à certaines cibles peut s'étaler sur plusieurs cases distance. Pour cette raison, des cases distance dites « cases de garde » ne sont pas utilisées dans le domaine

d'entraînement. Pour chaque case distance contenant une cible, nous optons pour 4 cases de garde, à savoir 2 cases distances de chaque côté de la case distance concernée.

La case sous-test est $k_0 = 256$; il s'agit de la case distance contenant la cible 2. Les cases distance des cibles 1 et 3 et les cases de garde correspondantes ne sont pas comprises dans le domaine d'entraînement. Dans cette section, le domaine d'entraînement est constitué de 4 cases distance. De plus l'ordre p du modèle AR est fixé égal à 2.

Tout d'abord, le détecteur AMF est appliqué pour la case sous-test $k_0 = 205$ avec une matrice de covariance égale à l'identité. Cette méthode dont les résultats sont illustrés par la figure 1 permet de mettre en évidence les différentes composantes du « datacube » à savoir la cible et le fouillis de sol.

Ensuite, le détecteur PAMF est appliqué avec trois méthodes différentes d'estimation des matrices AR : la méthode de corrélation (Roman *et al.*, 2000 ; Lombardo et Colone, 2003), l'EKF et l'UKF. Comme le montre la figure 2, le PAMF utilisé avec l'UKF filtre le fouillis de sol et préserve le signal de la cible. Le critère de comparaison nommé P_{SINR} , décrit sur la figure 2, représente un écart entre la puissance maximale de la cible et la moyenne de la puissance de la partie du signal sans cible. Le tableau 1 présente la valeur de ce critère obtenue pour les onze réalisations du scénario. Pour sept réalisations, P_{SINR} est plus élevée à la sortie du détecteur PAMF lorsque les matrices AR sont estimées avec l'UKF.

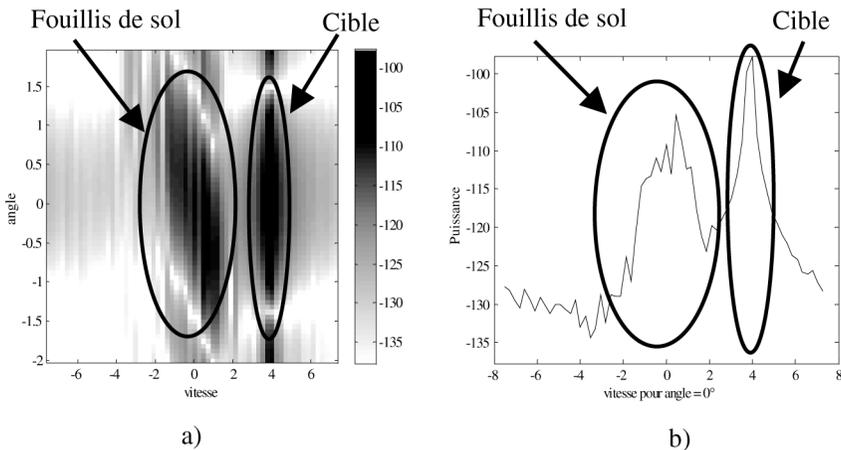


Figure 1. Détecteur AMF avec une matrice identité
 a) dans le domaine spatio-Doppler et b) pour un angle égal à 0°

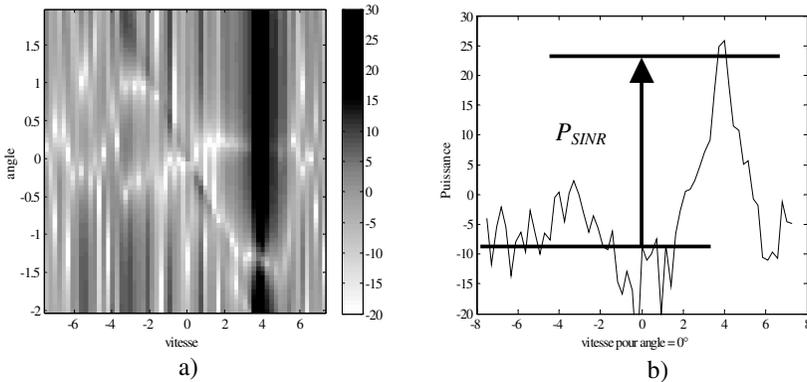


Figure 2. Détecteur PAMF avec estimation des matrices par UKF avec $K = 4$ a) dans le domaine spatio-Doppler et b) pour un angle égal à 0°

Tableau 1. $P_{\text{écart}}$ (en dB) avec application du PAMF pour les trois méthodes avec $K = 4$ sur les onze réalisations disponibles du scénario 1

Réalisation	$P_{\text{écart}}$ (en dB) avec application du PAMF pour un angle de 0°		
	Méthode de corrélation	EKF	UKF
1	26.4	25.3	25.2
2	26.9	27.0	27.0
3	27.9	28.6	28.7
4	29.0	30.5	30.5
5	29.9	30.9	31.0
6	31.0	30.6	30.7
7	30.7	30.9	30.8
8	30.6	31.7	31.8
9	29.7	29.0	29.1
10	26.6	27.1	27.1
11	25.1	26.2	26.3

5. Conclusions et perspectives

Le STAP nécessite une connaissance des interférences, et notamment leur matrice de covariance. Cependant, celle-ci n'est pas disponible en pratique. Pour pallier ce problème, des détecteurs adaptatifs ont été mis en œuvre et reposent sur l'emploi de données d'entraînement. Parmi ceux permettant la réduction du domaine d'entraînement, nous nous sommes focalisés sur les approches STAP fondées sur la modélisation VAR des interférences. Plus particulièrement, nous avons proposé de

nouveaux algorithmes d'estimation des matrices AR visant à répondre à des objectifs opérationnels : coût calculatoire réduit, robustesse à l'hétérogénéité des données.

Ainsi, nous avons proposé une nouvelle modélisation des interférences différenciant le bruit thermique et le fouillis : le speckle du fouillis est considéré comme un processus VAR gaussien et le fouillis est perturbé par le bruit blanc thermique. De nouvelles techniques d'estimation récursives des matrices AR ont alors été étudiées. Elles sont fondées sur des approches du type Kalman (EKF, UKF et CDKF). Bien que toutes sensibles à la valeur des matrices de covariance du bruit de modèle et de mesure ou la valeur de matrices de pondération, elles présentent un bon compromis entre précision de l'estimation des matrices AR et coût calculatoire. Dans le cadre de la détection radar, elles permettent un traitement avec un domaine d'entraînement réduit à savoir $K = 4$ cases distance. Parmi toutes ces méthodes, on distingue l'UKF et le CDKF pour les trois raisons suivantes :

1/ Dans le cas gaussien, appliqué au PAMF, l'UKF et le CDKF donnent lieu à de meilleurs résultats que la méthode de corrélation, de covariance et que l'EKF suivant le critère $P_{\text{écart}}$. Ils présentent donc une meilleure détection des cibles sur les données semi-synthétiques fournies par la DGA. Des études allant dans le même sens mais utilisant d'autres données soit synthétiques soit réelles ont été réalisées dans (Petitjean, 2010).

2/ Dans le cas non Gaussien, les approches par points sigma confèrent quasiment la propriété texture-CFAR au NPAMF.

3/ D'un point de vue implémentation, Wan *et al.* (Wan et Van Der Merwe, 2001) proposent une version « square-root » de l'UKF évitant le calcul du facteur de Cholesky pour chaque itération.

Au vu des différents résultats présentés dans cet article, plusieurs perspectives d'étude peuvent être envisagées. Tout d'abord, une méthode d'estimation des matrices AR peut être fondée sur le filtrage H_{∞} étendu (Petitjean *et al.*, 2009) ou sur le filtrage H_{∞} sans parfum (Li, 2010). En effet, l'approche H_{∞} est *a priori* séduisante car les hypothèses nécessaires à sa mise en œuvre sont moins restrictives que celles d'un filtre de Kalman. Ainsi, aucune hypothèse statistique n'est à formuler sur les bruits de modèle et le bruit de mesure de la représentation d'état du système si ce n'est qu'ils doivent être à énergie finie. Cependant, l'utilisateur doit opter pour un paramètre appelé niveau d'atténuation qui va déterminer non seulement l'existence de la solution, mais aussi des performances du filtrage H_{∞} . Ensuite, dans la famille des approches bayésiennes, l'EKF et le SPKF sont des méthodes locales dans lesquelles la distribution de l'état est gaussienne. D'autres approches locales existent et permettent de s'affranchir des hypothèses gaussiennes ; notamment, les séries de Gram-Charlier ou de Edgeworth peuvent être utilisées pour approximer des distributions unimodales non gaussiennes. Cependant, de nombreux termes des séries doivent être pris en compte pour obtenir une approximation raisonnable ; le filtrage bayésien qui en résulte est très sensible à cette troncature. Pour cette raison, deux alternatives pourraient être envisagées :

1/ La méthode de quadrature (QKF) de Gauss a été proposée dans (Ito et Xiong, 2000) et appliquée dans un contexte de poursuite. Elle vise à traiter l'estimation dans le cas de systèmes non linéaires comprenant des perturbations additives non

gaussiennes. Il serait intéressant de comparer les performances de cette approche avec celles de l'EKF et des SPKF pour l'estimation des matrices AR en détection radar.

2/ Le deuxième axe de recherche consiste à approximer la distribution non Gaussienne par une somme de distributions gaussiennes. Ainsi, Alspach et Sorenson ont développé un filtre appelé Gaussian-sum filter (GSF) dans un contexte d'estimation avec des systèmes non linéaires (Alspach et Sorenson, 1972). L'algorithme se présente comme un banc de filtres EKF s'exécutant en parallèle où le vecteur d'état estimé est obtenu par une somme pondérée des différentes sorties des filtres. La pondération est calculée grâce aux résidus de chaque EKF. Récemment, Arasaratnam *et al.* (Arasaratnam *et al.*, 2007) ont proposé de combiner le GSF avec des filtres QKF en vue d'améliorer les performances d'estimation du vecteur d'état. Le nombre de filtres à utiliser reste la principale difficulté dans la mise en œuvre de l'approche GSF. Dans le contexte radar de surveillance maritime, le filtre GSF pourrait prendre en compte la non-gaussianité du fouillis de mer.

3/ Le troisième axe de recherche pourrait concerner la mise en œuvre de ces techniques. Le filtre de Kalman sigma rho pourrait être étudié. Il ne propage plus la matrice de covariance, mais les écarts types et les coefficients de corrélation de l'erreur d'estimation des composantes du vecteur d'état. D'après (Grewal, 2010), ce filtre offre une meilleure précision numérique et convient pour des applications embarquées.

Enfin, des approches dites globales visent à traiter de l'estimation dans le cas de systèmes non linéaires. Malgré leur coût calculatoire plus important, ces approches présentent de meilleures performances de précision d'estimation que les approches locales. Ainsi, les méthodes de Monte Carlo séquentielles utilisent un jeu de particules choisies aléatoirement et associées à des poids pour approximer la densité de probabilité (Doucet, 2001).

Remerciements

Nous remercions la DGA/MI pour la fourniture des données STAP utilisées dans cet article.

Bibliographie

- Abramovich Y. I., Johnson B. A., Spencer N. K., (2008). Two-Dimensional Multivariate Parametric Models for Radar Applications – Part I: Maximum-Entropy Extensions for Toeplitz-Block-Matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, n. 11, pp. 5509-5526.
- Alspach D. L. and Sorenson H. W., (1972). Nonlinear Bayesian Estimation Using Gaussian Sum Approximations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 17, n. 4, pp. 439-448.
- Arasaratnam I., Haykin S., Elliott R., (2007). Discrete-Time Nonlinear Filtering Algorithms Using Gauss-Hermite Quadrature. *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, n. 5, pp. 953-977.
- Belkacemi H. et Marcos S., (2006). Fast Iterative Subspace Algorithms for Airborne STAP Radar. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Special Issue on Multisensor Processing for Signal Extraction and Applications, pp. 1-8.

- Bidon S., Montécot M., Savy L., (2011). Introduction au STAP. Partie III : les données du club STAP. *Revue Traitement du Signal*, 2011.
- Burg J. P., (1967). Maximum Entropy Spectral Analysis. Proceedings of the 37th Meeting Soc. of Exploration Geophysicists.
- Cadwell J., Hale T., (2004). Parametric Adaptive Matched Filter Applied to Forward Looking Radar. *Proceedings of the International Conference on Radar Systems*, Toulouse, France.
- Doucet A., De Freitas J., Gordon N., (2001). *Sequential Monte Carlo in Practice*, Cambridge, U. K., Cambridge University Press.
- Favier G., (2004). Signaux aléatoires : modélisation, estimation, detection, *Chapitre 7 : Estimation paramétrique de modèles entrée-sortie*. Ed. M. Guglielmi, Hermes, Lavoisier.
- Guerci J. R. et Baranoski E. J., (2006). Knowledge-Aided Adaptive Radar at DARPA – an Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, n. 1.
- Grewal M. S., Kain J., (2010). Kalman Filter Implementation With Improved Numerical Properties. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 9, pp. 2058-2068.
- Haimovitch A., (1996). Eigencanceler: Adaptive Radar by Eigenanalysis Methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 32, n. 2, pp. 532-542, 1996.
- Hasan K., Hossain J., Haque A., (2003). Parameter Estimation of Multichannel Autoregressive Processes in Noise. *Signal Processing*, vol. 83, pp. 603-610.
- Haykin S., Kesler S., Currie B., (1979). An Experimental Classification of Radar Clutter. *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, pp. 332-333.
- Ito K., Xiong K., (2000). Gaussian Filters for Nonlinear Filtering Problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 5, pp. 910-927.
- Julier S. J., Uhlmann J. K., Durrant-Whyte H. F., (1995). A New Approach for Filtering Nonlinear Systems. *Proceedings of ACC*, Seattle, WA, pp. 1628-1632.
- Klemm R., (2004). *Applications of Space-Time Adaptive Processing*. IEE Radar, Sonar and Navigation and Avionics series 14, London, UK.
- Lefebvre T., Bruyninckx H., De Schutter J., (2002). Comment on ‘A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators’. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, n. 8, pp. 1406-1408.
- Li W. and Jia Y., (2010). H_∞ Filtering for a Class of Nonlinear Discrete-Time Systems based on Unscented Transform. *Signal Processing*, vol. 90, pp. 3301-3307.
- Lombardo P., Colone F., (2003). Non-Linear STAP Filters Based on Adaptive 2D-FIR Filters. *Proceedings of IEEE Radar Conference*, pp. 51-58, Huntsville, AL.
- Mahmoudi A., Karimi M., (2008). Estimation of the Parameters of Multichannel Autoregressive Signals from Noisy Observations. *Signal Processing*, vol. 88, n. 11, pp. 2777-2783.
- Mahmoudi A., Karimi M., (2010). Parameter Estimation of Autoregressive Signals from Observations Corrupted with Colored Noise. *Signal Processing*, vol. 90, n. 1, pp. 157-164.
- Marple S. L., (1987). *Digital Analysis with Applications*. Prentice Hall Signal Processing Series.
- Michels J. H., (1991). Multichannel Detection Using the Discrete-time Model-Based Innovations Approach. *Technical Report of Rome Laboratory*.

- Michels J. H., Rangaswamy M., Himed B., (2000). Performance of STAP Tests in Compound-Gaussian Clutter. *Proceedings of the IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, pp. 250-255, Cambridge, MA.
- Michels J. H., Himed B., Rangaswamy M., (2000). Evaluation of the Normalized Parametric Adaptive Matched Filter STAP Test in Airborne Radar Clutter. *Proceedings of IEEE International Radar Conference*, pp. 769-774, Alexandria, VA.
- Michels J. H., Himed B., Rangaswamy M., (2000). Performance of Parametric and Covariance Based STAP Tests in Gaussian and Compound-Gaussian Clutter. *Digital Signal Processing*, vol. 10, n. 4, pp. 309-324.
- Morf M., Dickinson B., Kailath T., Viera A., (1977). Efficient Solution of Covariance Equation for Linear Prediction. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-25, pp. 429-433.
- Najim M., (2006). Modélisation, Estimation et Filtrage Optimal en Traitement du Signal. Hermes Science Publications.
- Norgaard M., Poulsen N. K., Ravn O., (2000). New Developments in State Estimation for Nonlinear Systems. *Automatica*, vol. 36, pp. 1627-1638.
- Nuttall A. H., (1976). Multivariate Linear Predictive Spectral Analysis Employing Weighted Forward and Backward Averaging: a Generalization of Burg's Algorithm. *Technical Report*, Naval Underwater Systems Center.
- Ovarlez J.-P., Pascal F., Forster P., Ginolhac G., Mahot M., (2011b). Traitement STAP et modélisation SIRV : Robustesse et persymétrie. *Revue Traitement du Signal*, 2011.
- Parker P., Swindlehurst A., (2003). Space-Time Autoregressive Filtering for Matched Subspace STAP. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, n. 2, pp. 510-520.
- Petitjean J., (2010). Contributions au traitement spatio-temporel fondé sur un modèle autorégressif vectoriel des interférences pour améliorer la détection de petites cibles lentes dans un environnement de fouillis hétérogène Gaussien et non Gaussien. Directeur de Thèse : Eric Grivel. Thèse de doctorat soutenue à l'Université de Bordeaux 1.
- Petitjean J., Grivel E., Bobillet W., Roussilhe P., (2008). Multichannel AR Parameter Estimation from Noisy Observations as an Errors-In-Variables Issue. *Proceedings of EURASIP-EUSIPCO 2008*, Lausanne, Switzerland.
- Petitjean J., Grivel E., Roussilhe P., (2009). H_∞ Filtering for Autoregressive Modeling Based Space-Time Adaptive Processing. *Proceedings of EURASIP-EUSIPCO 2009*, Glasgow, Scotland.
- Rangaswamy M., Michels J. H., (1997). A Parametric Multichannel Detection Algorithm for Correlated non-Gaussian Random Processes. *Proceedings of IEEE National Radar Conference*, Syracuse, NY.
- Roman J., Rangaswamy M., Davis D. W., Qingwen Z., Himed B., J. Michels, (2000). Parametric Adaptive Matched Filter for Airborne Radar Applications. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, n. 2, pp. 677-697.
- Strand O. N., (1977). Multichannel Complex Maximum Entropy (Auto-Regressive) Spectral Analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, pp. 634-640.
- Therrien C. W., (1992). Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing. Prentice Hall.

- Wan E. A., Van Der Merwe R., (2001). The Unscented Kalman Filter. Chapter 7 in Kalman Filtering and Neural Networks. Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control, Wiley.
- Ward J., (1994). Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar. Technical Report 1015, Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA.
- Wensink H. E., (2000). On Parametric Detection of Small Targets in Sea Clutter. *Proceedings of the International Conference on Information Fusion*, vol. 1, Paris, France.
- Wiggins R., E. Robinson, (1965). Recursive Solution to the Multichannel Filtering Problem. *Journal of Geophysical Research*, vol. 70, n. 8, pp. 1885-1891.
- Zheng W. X., (2000). Autoregressive Parameter Estimation from Noisy Data. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 47, n. 1, pp. 71-75.

