
STAP à rang réduit, récursif en distance et utilisant un développement de Taylor

Sylvie Marcos, Sophie Beau

Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS) CNRS UMR8506
Université Paris Sud, SUPELEC, 3, rue Joliot Curie, Plateau de Moulon
F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex
{beau, marcos}@lss.supelec.fr

RÉSUMÉ. Dans cet article, on teste et on compare, sur des signaux fournis par la Direction Générale de l'Armement Maîtrise de l'Information (DGA/MI), des algorithmes de traitement adaptatif spatio-temporel (STAP) récemment développés par les auteurs pour éliminer l'effet du fouillis lorsque l'on veut détecter une cible lentement mobile au sol par un radar aéroporté. Ces algorithmes sont : i) à rang réduit afin de permettre une convergence, en nombre de données secondaires nécessaires à l'estimation de la matrice de covariance, réduite par rapport à la méthode standard du SMI ; ii) fondés sur un développement en séries de Taylor du premier ordre du sous-espace fouillis pour tenir compte d'une éventuelle non stationnarité de ces données secondaires ; iii) récursifs en distance pour limiter la complexité calculatoire. Il apparaît que ces algorithmes ont de très bonnes performances et une complexité calculatoire linéaire par rapport au nombre de paramètres.

ABSTRACT. In this paper, we test and compare, in the case of the signals given by the Direction Générale de l'Armement Maîtrise de l'Information (DGA/MI), some algorithms recently proposed by the authors to compensate clutter in order to detect, from an airborne radar, targets slowly moving on the ground. The proposed algorithms make use of i) rank reduction in order to reduce the number of secondary snapshots necessary to estimate the data covariance matrix compared to the classic SMI method; ii) a Taylor series expansion of the clutter subspace in order to compensate for a possible range non stationarity of the data ; iii) a range recursivity in order to reduce the computational complexity. It appears that the proposed algorithms yield a good performance with a computational complexity which is linear with respect to the number of parameters.

MOTS-CLÉS : STAP, rang réduit, sous-espace fouillis, radar aéroporté, récursivité en distance, fouillis non stationnaire, développement de Taylor.

KEYWORDS: STAP, rank reduction, clutter subspace, airborne radar, range recursive, nonstationary clutter, Taylor series expansion.

DOI:10.3166/TS.28.171-201 © 2011 Lavoisier, Paris

Extended abstract

A main issue in airborne radar signal processing is to detect and track targets slowly moving on the ground. They may be masked by Doppler spread ground clutter generated by the radar platform motion. Space-time adaptive processing (STAP) consists in mitigating the ground clutter by filtering the radar echoes received on a multiple antenna array for different coherent time pulses (Ward, 1994), (Klemm, 2002), (Guerci, 2003), (Melvin, 2004). A key issue is that the construction of the optimal STAP filter at each range requires the estimation of the clutter plus noise covariance matrix. This is usually done by the straight averaging of K secondary snapshots at neighboring ranges.

$$\widehat{\mathbf{R}}_k = \frac{1}{K} \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H \quad [1]$$

yielding the sample matrix inversion (SMI) algorithm for the STAP filter $\mathbf{w}_k^{SMI} = \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{a}_t$ where \mathbf{a}_t is the target steering vector. It is shown in (Reed *et al.*, 1974) that an average performance loss of 3 dB compared to the optimum can be obtained with $K = 2MN$, where M and N are the number of pulses and the number of antenna elements, respectively, when the snapshots are independent and identically distributed (iid) over ranges. However in most applications, the snapshots statistics are range dependent. Indeed, in the radar antenna architectures and/or configurations which are different from the conventional uniform linear antenna array (ULA) and side-looking configuration the clutter is range dependent (Lapierre *et al.*, 2003, 2005). Also, because of obstacles or of inhomogeneity of the reflections on the ground, the characteristics of the clutter will be heterogeneous.

An alternative method to SMI proposed in the literature to decrease the time of convergence K is based on the notion of rank reduction. For example, the Eigencanceller (EC) method (Haimovich, 1996) consists in calculating the following STAP filter

$$\mathbf{w}_k^{EC} = (\mathbf{I} - \mathbf{U}_{c,k} \mathbf{U}_{c,k}^H) \mathbf{a}_t \quad [2]$$

where $\mathbf{U}_{c,k}$ contains the r eigenvectors associated with the clutter subspace. r is the rank of the clutter covariance matrix given by (Ward, 1994) $r = N + \beta(M - 1)$ in the case of a side-looking ALU array in the absence of jammers. $\beta = \frac{2v_a T_r}{\lambda}$ where v_a is the speed of the platform, T_r the duration of the impulse, λ the wavelength. The convergence of the EC STAP is found to be in $K = 2r$ which is much less than that of the SMI.

However, the computational complexity of the EC STAP is still as large as for the SMI STAP. That is why we proposed in (Belkacemi *and al.*, 2006) a low rank and range recursive STAP algorithm which is based on the *Fast Approximated Power Iteration* (FAPI) algorithm (Badeau *and al.*, 2005). Indeed, when the data covariance matrix is recursively updated over the ranges as:

$$\widehat{\mathbf{R}}_k = \beta \widehat{\mathbf{R}}_{k-1} + \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \quad [3]$$

where $0 < \beta < 1$ is a forgetting factor we proposed in (Belkacemi *et al.*, 2006) to transpose the FAPI algorithm (Badeau *et al.*, 2005) to construct a range recursive STAP filter. FAPI relies on the power iteration method (Golub *et al.*, 1996) and on the following approximation:

$$\mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^H \approx \mathbf{W}(k-1)\mathbf{W}(k-1)^H \quad [4]$$

which means that the projector on the clutter subspace at iteration k is not far from that at iteration $k-1$. The corresponding STAP filter is then given by

$$\mathbf{w}_k^{FAPI} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^H)\mathbf{a}_t \quad [5]$$

where $\mathbf{W}(k)$ is obtained by the range recursive FAPI algorithm of Table 1 of the French version.

On the other hand, following the idea of (Rabideau, 2000), we recently proposed to use the Taylor series expansion of the clutter plus noise subspace in conjunction with the EC (Beau and al., 2011) and with FAPI (Marcos and al., 2011) in order to compensate for a possible nonstationnarity or heterogeneity of the clutter. Indeed, we show in (Beau *and al.*, 2011) that the $2r$ vectors of the form $\hat{\mathbf{u}}_{i,k} = \mathbf{u}_{o,i} + \alpha_k \Delta \mathbf{u}_{o,i}$ where $\mathbf{u}_{o,i}$ and $\Delta \mathbf{u}_{o,i}$ enter the partition of the i -th eigenvector

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{o,i} \\ \Delta \mathbf{u}_{o,i} \end{bmatrix} \quad [6]$$

of the extended covariance data matrix $\mathbf{R}_E = \mathcal{E} \{ \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^H \}$ where

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \alpha_k \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \quad [7]$$

span the r -dimensional clutter subspace of \mathbf{R}_k when the scalar numbers α_k are chosen so that $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k = 0$ and $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k^2 = 1$. The Subspace Expansion based Eigencanceller (EC-SE) then consists in computing the STAP filter according to [2] but with $\hat{\mathbf{U}}_{c,k} = [\hat{\mathbf{u}}_{1,k} \cdots \hat{\mathbf{u}}_{2r,k}]$ instead of $\mathbf{U}_{c,k}$, it is to say :

$$\mathbf{w}_k^{EC-SE} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{U}}_{c,k} \hat{\mathbf{U}}_{c,k}^H)\mathbf{a}_t \quad [8]$$

It appeared in (Beau and al., 2011) that the proposed EC-SE algorithm converges faster than the algorithm known under the name of DBU (Zatman, 2001) which can be seen as an extension of the algorithm SMI (Reed and al., 1974). Indeed, the DBU algorithm requires at least $4NM$ secondary data to converge while the EC-SE algorithm which is a low rank method only needs $4r$ secondary data. These two algorithms have been compared in (Beau *et al.*, 2011) in the cases of a non uniform antenna array and of some bistatic configurations yielding range dependent clutter.

More recently, we proposed (Marcos *et al.*, 2011) a STAP algorithm which combines both the Taylor series expansion of the clutter subspace and the range recursive computation of the clutter subspace with the FAPI algorithm. The details of

this algorithm are given in Table 2. The corresponding STAP filter at range k is then given by:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_k^{FAPISE} &= (\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{W}_k^{FAPISE} \mathbf{W}_k^{FAPISEH}) \mathbf{a}_t \\ \mathbf{W}_k^{FAPISE} &= \mathbf{W}_{0,k} + \alpha_k \Delta \mathbf{W}_{0,k} \\ \mathbf{W}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{0,k} \\ \Delta \mathbf{W}_{0,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [9]$$

where $\mathbf{W}_{0,k}$ and $\Delta \mathbf{W}_{0,k}$ respectively consist of the MN first rows and the MN last rows of $\mathbf{W}(k)$ which is obtained by the FAPI algorithm of Table 2.

As the FAPI with subspace expansion (FAPI-SE) is a low rank algorithm, its convergence is in $4r$ as for the EC-SE. Due to its range recursive computation of the clutter subspace, FAPI-SE has a smaller computational complexity (in $O(2MN)$) than the EC-SE (in $O((2MN)^3)$).

The performance of the algorithms EC, EC-SE, FAPI and FAPI-SE have been compared on the semi-real data of the DGA/MI and are presented in the French long version. It appears that the low rank and subspace approach based EC and FAPI STAP yield a reduction of the number of secondary data compared to the STAP SMI. Besides, the extended versions EC-SE and FAPI-SE show improved results compared to EC and FAPI when the data are less homogeneous. Finally, let us recall that the FAPI and FAPI-SE algorithms have a computational complexity which is linear with respect to the number of parameters, it is to say in $O(MN)$ and $O(2MN)$, respectively.

1. Introduction et présentation du problème

Une problématique importante en traitement du signal radar aéroporté est la détection et la poursuite de cibles se déplaçant lentement au sol relativement à la vitesse du porteur. Les échos des cibles peuvent, en effet, être masqués par l'étalement Doppler du fouillis de sol généré par le déplacement du porteur. Le traitement adaptatif spatio-temporel ou *Space Time Adaptive Processing* (STAP) en anglais consiste à compenser le fouillis de sol en filtrant les échos radar reçus sur une antenne multicapteurs pour différentes impulsions temporelles cohérentes (Ward, 1994), (Klemm, 2002), (Guerci, 2003), (Melvin, 2004). La difficulté principale réside dans le fait que la construction du filtre STAP optimal à chaque case distance nécessite l'estimation de la matrice de covariance du fouillis plus bruit. Classiquement, on réalise une estimation de cette matrice à partir de mesures secondaires réalisées sur des cases distance voisines de la case sous test. Cependant, dans de nombreuses applications, les statistiques de ces observations dépendent de la case distance. Par exemple, dès que l'architecture de l'antenne et/ou que la configuration sont différentes de celles d'une antenne linéaire uniforme (ALU) regardant par le travers, les caractéristiques statistiques du fouillis dépendent de la case distance (Lapierre *et al.*, 2003, 2005). De même, du fait d'obstacles ou d'inhomogénéité des réflexions sur le sol, les caractéristiques du fouillis seront hétérogènes.

À une case distance donnée du radar le signal reçu s'écrit comme la somme des composantes dues à la cible \mathbf{x}_t (si elle est effectivement présente à cette case distance), au bruit thermique \mathbf{x}_n et au fouillis \mathbf{x}_c (nous supposons ici qu'il n'y a pas de brouilleurs). Le filtre STAP optimal à la case distance k est donné par $\mathbf{w}_k = \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{x}_t$ où $\mathbf{R}_k = \mathcal{E} \{ \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \}$ est la matrice de covariance du fouillis plus bruit et $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{c,k} + \mathbf{x}_{n,k}$. Ces deux composantes sont supposées mutuellement décorréliées de sorte que $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_{c,k} + \sigma^2 \mathbf{I}$ où $\mathbf{R}_{c,k}$ est la matrice de covariance à la case distance k et σ^2 est la variance du bruit (le bruit est supposé spatialement et temporellement blanc). Le calcul de ce filtre nécessite donc l'estimation de la matrice de covariance du fouillis plus bruit. Ceci est généralement réalisé à partir de K observations mesurées au voisinage de la case distance d'intérêt suivant

$$\widehat{\mathbf{R}}_k = \frac{1}{K} \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H \quad [10]$$

conduisant à l'algorithme classique *Sample Matrix Inversion* (SMI) (Reed *et al.*, 1974) pour le filtre STAP

$$\mathbf{w}_k^{SMI} = \widehat{\mathbf{R}}_k^{-1} \mathbf{a}_t \quad [11]$$

où \mathbf{a}_t est le vecteur de pointage spatio-temporel de la cible. Il est montré dans (Reed *et al.*, 1974) qu'une perte de performance moyenne de 3 dB par rapport à l'optimum est obtenue pour un nombre $K = 2MN$ d'observations pour l'estimation de la matrice de covariance du fouillis plus bruit, où M et N sont respectivement le nombre d'impulsions radar et le nombre d'éléments d'antenne ou capteurs, et dans le cas où les observations sont indépendantes et identiquement distribuées (iid) sur les cases distance. Cela ne s'avère vrai que lorsque l'antenne est ALU et regarde par le travers (le vecteur vitesse de la plateforme est aligné avec l'axe de l'antenne) dans le cas monostatique (le récepteur et l'émetteur sont localisés sur le même porteur). En effet, ce cas induit une certaine redondance des données qui entraîne certaines particularités de la matrice de covariance du fouillis et la stationnarité en distance des observations.

Une alternative proposée dans la littérature pour diminuer le temps de convergence en termes de nombre d'observations nécessaire pour estimer la matrice de covariance du fouillis plus bruit repose sur la notion de réduction de rang. Par exemple, la méthode de l'*Eigencanceller* (EC) (Haimovich, 1996) consiste à calculer le filtre STAP suivant

$$\mathbf{w}_k^{EC} = (\mathbf{I} - \mathbf{U}_{c,k} \mathbf{U}_{c,k}^H) \mathbf{a}_t \quad [12]$$

En effet, la matrice de covariance du fouillis étant de rang déficient, la matrice de covariance du fouillis plus bruit peut être décomposée en éléments propres suivant

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{U}_k \Delta_k \mathbf{U}_k^H = \mathbf{U}_{c,k} \Delta_{c,k} \mathbf{U}_{c,k}^H + \mathbf{U}_{n,k} \Delta_{n,k} \mathbf{U}_{n,k}^H \quad [13]$$

où $\Delta_{c,k}$ et $\Delta_{n,k}$ sont respectivement les matrices diagonales $\mathbf{Diag} \{ \lambda_1 \cdots \lambda_r \}$ et $\mathbf{Diag} \{ \lambda_{r+1} \cdots \lambda_{NM} \}$ contenant les valeurs propres de la matrice de covariance du

fouillis plus bruit \mathbf{R}_k telles que $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_r > \lambda_{r+1} = \dots = \lambda_{NM} = \sigma^2$ et $\mathbf{U}_{c,k}$ et $\mathbf{U}_{n,k}$ ont pour colonnes respectives les vecteurs propres associés à ces deux groupes de valeurs propres.

En pratique, cette décomposition en éléments propres est obtenue à partir de la matrice de covariance estimée [10] conduisant à une convergence en $K = 2r$ où r est le rang de la matrice de covariance du fouillis. D'après (Ward, 1994), ce rang a été évalué à

$$r = N + \beta(M - 1) \quad [14]$$

dans le cas d'une antenne ALU regardant par le travers et en l'absence de brouilleurs et où $\beta = \frac{2v_a T_r}{\lambda}$, v_a est la vitesse de la plateforme, T_r la durée de l'impulsion, λ la longueur d'onde.

Par contre si la convergence peut être réduite, la complexité calculatoire demeure aussi importante que pour la méthode SMI. C'est pourquoi nous avons proposé dans (Belkacemi *et al.*, 2006) un algorithme STAP à rang réduit et récursif en distance reposant sur l'algorithme *Fast Approximated Power Iteration* (FAPI) (Badeau *et al.*, 2005) afin de diminuer la complexité calculatoire tout en conservant la vitesse de convergence de l'EC. Le filtre STAP correspondant s'écrit alors

$$\mathbf{w}_k^{FAPI} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{a}_t \quad [15]$$

où \mathbf{W}_k est obtenu par l'algorithme FAPI qui sera rappelé par la suite.

D'autre part, en nous inspirant de l'idée de (Rabideau, 2000), nous avons récemment proposé l'utilisation du développement en série de Taylor du sous-espace fouillis plus bruit associée à l'EC (Beau *et al.*, 2011) et à FAPI (Marcos *et al.*, 2011) afin de compenser une éventuelle non-stationnarité ou hétérogénéité du fouillis. Ces versions ont montré de très bonnes performances par rapport aux méthodes classiques comme la méthode *Derivation Based Updating* (DBU) de (Zatman, 2001).

Dans la section suivante, nous rappelons rapidement les approches proposées à savoir le *Subspace Expansion based EigenCanceller* ou encore l'*Eigencanceller* avec sous-espace étendu (EC-SE) et l'algorithme FAPI avec sous-espace étendu (FAPI-SE). Dans la section 3, nous présenterons les résultats des méthodes proposées obtenus sur les différents scénarios de la DGA/MI. Enfin, une conclusion sera tirée de ces résultats.

2. Rappel des méthodes

2.1. Développement de Taylor et eigencanceller (EC-SE)

Dans un précédent travail (Beau *et al.*, 2011), nous avons proposé de combiner la méthode à rang réduit de l'EC avec un développement de Taylor au premier ordre du sous-espace interférence (ici fouillis plus bruit).

Nous montrons dans (Beau *et al.*, 2011) que les vecteurs de la forme :

$$\hat{\mathbf{u}}_{i,k} = \mathbf{u}_{o,i} + \alpha_k \Delta \mathbf{u}_{o,i} \quad [16]$$

où $\mathbf{u}_{o,i}$ et $\Delta\mathbf{u}_{o,i}$ entrent dans la partition du i -ème vecteur propre

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{o,i} \\ \Delta\mathbf{u}_{o,i} \end{bmatrix} \quad [17]$$

de la matrice de covariance étendue

$$\mathbf{R}_E = \mathcal{E} \{ \tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^H \} \quad [18]$$

de

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \alpha_k \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \quad [19]$$

engendrent le sous-espace fouillis de \mathbf{R}_k si les nombres scalaires α_k sont choisis tels que $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k = 0$ et $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha_k^2 = 1$.

Il apparaît qu'avec ce choix des α_k , la matrice de covariance étendue du fouillis plus bruit estimée par

$$\widehat{\mathbf{R}}_E = \frac{1}{K} \sum_{l=1, l \neq k}^K \tilde{\mathbf{x}}_l \tilde{\mathbf{x}}_l^H \quad [20]$$

vérifie

$$\mathbf{R}_E = \mathcal{E} \{ \widehat{\mathbf{R}}_E \} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_k \end{bmatrix}$$

et a les mêmes valeurs propres supérieures à σ^2 que \mathbf{R}_k mais avec une multiplicité de 2. Le sous-espace fouillis « étendu » est donc de dimension $2r$. Il s'ensuit qu'on peut former $2r$ vecteurs de la forme des $\widehat{\mathbf{u}}_{i,k}$ et engendrant le sous-espace fouillis mais que seuls r d'entre eux sont linéairement indépendants. Nous avons donc proposé l'algorithme *Subspace Expansion based Eigencanceller* (EC-SE) qui consiste à calculer le filtre STAP suivant [12] mais en utilisant $\widehat{\mathbf{U}}_{c,k} = [\widehat{\mathbf{u}}_{1,k} \cdots \widehat{\mathbf{u}}_{2r,k}]$ à la place de $\mathbf{U}_{c,k}$, à savoir :

$$\mathbf{w}_k^{EC-SE} = (\mathbf{I} - \widehat{\mathbf{U}}_{c,k} \widehat{\mathbf{U}}_{c,k}^H) \mathbf{a}_t \quad [21]$$

Il est apparu que l'algorithme EC-SE proposé dans (Beau *et al.*, 2011) converge plus vite que l'algorithme connu sous le nom de DBU (Zatman, 2001) qui peut être vu comme une extension de l'algorithme SMI (Reed *et al.*, 1974) puisque le filtre est alors construit à partir de

$$\tilde{\mathbf{w}}_k^{DBU} = \widehat{\mathbf{R}}_E^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad [22]$$

où $\mathbf{0}$ est un vecteur nul de dimension MN . En effet, l'algorithme DBU nécessite au moins $4NM$ données secondaires pour converger alors que l'algorithme EC-SE qui est une méthode à rang réduit n'a besoin que de deux fois la dimension du sous-espace fouillis étendu, soit $4r$ données secondaires. Ces deux algorithmes ont été comparés dans le cas d'une antenne non linéaire uniforme et dans des cas bistatistiques où le fouillis est dépendant en distance (Beau *et al.*, 2011).

2.2. Algorithme FAPI (Fast Approximated Power Iteration)

Les méthodes à rang réduit du type de l'EC permettent de diminuer le nombre de données secondaires pour atteindre les mêmes performances que la méthodes SMI mais impliquent une complexité calculatoire en $O(M^3N^3)$ due à la recherche des éléments propres de la matrice de covariance du fouillis plus bruit surtout lorsque l'environnement est non stationnaire et qu'il faut poursuivre ces non stationnarités. Une alternative consiste à calculer itérativement avec un minimum de coût une matrice \mathbf{W} de dimension (NM, r) dont les colonnes engendreront de la manière la plus proche possible le sous-espace fouillis, c'est-à-dire celui-là même qui est engendré par $\mathbf{U}_{c,k}$.

Il existe dans la littérature des algorithmes qui calculent de manière itérative le sous-espace dominant ou, plus exactement, une matrice dont les colonnes engendrent le sous-espace associé aux r valeurs propres les plus grandes. Lorsque la matrice en question est une matrice de covariance estimée suivant la récurrence :

$$\mathbf{R}_{xx}(k) = \beta \mathbf{R}_{xx}(k-1) + \mathbf{x}(k)\mathbf{x}(k)^H \quad [23]$$

où $\mathbf{x}(k)$ est la k -ième donnée mesurée ou reçue d'un vecteur d'observation \mathbf{x} et où $0 < \beta < 1$ est le facteur d'oubli, un grand nombre d'algorithmes existent pour calculer de manière récursive cette fois, c'est à dire au fur et à mesure qu'une nouvelle observation est reçue, le sous-espace dominant de la matrice $\mathbf{R}_{xx}(k)$. Ces algorithmes dont les récurrences se font sur le temps et qui ont été proposés majoritairement en analyse spectrale et en traitement d'antenne sont décrits dans les travaux de synthèse (Comon *et al.* 1990), (Sanchez *et al.*, 1998), (Doukopoulos *et al.*, 2008) qui sont apparus successivement.

Nous avons proposé dans de précédents travaux (Belkacemi *et al.*, 2006) de transposer ces algorithmes en vue d'en faire des algorithmes récursifs non plus sur le temps mais sur les cases distances afin d'obtenir des performances similaires à celles de l'EC tout en diminuant de manière drastique la complexité calculatoire. Ces algorithmes ont également montré leur capacité à poursuivre d'éventuelles non stationnarités en distance qui peuvent être constatées notamment lorsque l'antenne n'est plus ALU et/ou dans une configuration bistatique.

L'algorithme FAPI (Badeau *et al.*, 2005) qui a davantage retenu notre attention repose sur la méthode des puissances itérées (Golub *et al.*, 1996). A chaque itération, une matrice de covariance compressée de taille (MN, r) est calculée, c'est l'étape de compression :

$$\mathbf{R}_{xy}(k) \triangleq \mathbf{R}_{xx}(k)\mathbf{W}(k-1) \quad [24]$$

Cette matrice est ensuite orthonormalisée par factorisation QR (Golub *et al.*, 1996), c'est l'étape d'orthonormalisation :

$$\mathbf{W}(k)\mathbf{C}(k) = \mathbf{R}_{xy}(k) \quad [25]$$

où $\mathbf{C}(k)$ vérifie $\mathbf{C}^H(k)\mathbf{C}(k) = \mathbf{\Phi}(k)$ avec $\mathbf{\Phi}(k) = \mathbf{R}_{xy}^H(k)\mathbf{R}_{xy}(k)$. L'algorithme FAPI est basé sur cette approche et sur l'approximation suivante :

$$\mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^H \approx \mathbf{W}(k-1)\mathbf{W}(k-1)^H \quad [26]$$

Cette approximation signifie que le projecteur sur le sous-espace fouillis à l'itération k n'est pas très éloigné de celui à l'itération $k-1$. Elle est moins contraignante que l'approximation dite par projection (*Projection Approximation* dans *Projection Approximation Subspace Tracking* de (Yang, 1995)) qui suppose que $\mathbf{W}(k) \approx \mathbf{W}(k-1)$. En effet, sous [26], et en supposant que les colonnes de $\mathbf{W}(k)$ sont orthonormées, il existe un opérateur Θ tel que :

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1)\Theta(k) \quad [27]$$

En introduisant $\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}^H(k-1)\mathbf{x}(k)$, le vecteur des données compressées, la matrice de covariance de \mathbf{y} , s'écrit :

$$\mathbf{R}_{yy}(k) = \mathbf{W}^H(k-1)\mathbf{R}_{xx}(k)\mathbf{W}(k-1) \quad [28]$$

Il vient alors avec l'approximation [26]

$$\mathbf{R}_{xy}(k) = \mathbf{W}(k-1)\mathbf{R}_{yy}(k) \quad [29]$$

De même, il vient :

$$\mathbf{C}^H(k) = \mathbf{R}_{yy}(k)\Theta(k) \quad [30]$$

Tableau 1. Algorithme FAPI

Initialisation : $\mathbf{W}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{MN \times r}$, $\mathbf{Z}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{r \times r}$, **Donnée d'entrée** \mathbf{x}_k

FOR $k = 1$ to K (nombre de données)

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}(k-1)^H \mathbf{x}_k$$

$$\mathbf{h}(k) = \mathbf{Z}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$$

$$\mathbf{g}(k) = \frac{\mathbf{h}(k)}{\beta + \mathbf{y}^H(k) \cdot \mathbf{h}(k)}$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}_k - \mathbf{W}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$$

$$\varepsilon^2(k) = \|\mathbf{x}_k\|^2 - \|\mathbf{y}(k)\|^2$$

$$\tau(k) = \frac{\varepsilon^2(k)}{1 + \varepsilon^2(k)\|\mathbf{g}(k)\|^2 + \sqrt{1 + \varepsilon^2(k)\|\mathbf{g}(k)\|^2}}$$

$$\eta(k) = 1 - \tau(k)\|\mathbf{g}(k)\|^2$$

$$\mathbf{y}'(k) = \eta(k)\mathbf{y}(k) + \tau(k)\mathbf{g}(k)$$

$$\mathbf{h}'(k) = \mathbf{Z}(k-1)^H \mathbf{y}'(k)$$

$$\mathbf{d}(k) = \frac{\tau(k)}{\eta(k)}(\mathbf{Z}(k-1)\mathbf{g}(k) - (\mathbf{h}'(k)\mathbf{g}(k))\mathbf{g}(k))$$

$$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta}(\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k)\mathbf{h}'(k)^H + \mathbf{d}(k)\mathbf{g}(k)^H)$$

$$\mathbf{e}'(k) = \eta(k)\mathbf{x}_k - \mathbf{W}(k-1)\mathbf{y}'(k)$$

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mathbf{e}'(k) \cdot \mathbf{g}(k)^H$$

ENDFOR

La mise à jour récursive de $\mathbf{R}_{xx}(k)$ [23] conduit alors à la mise à jour récursive :

$$\mathbf{R}_{xy}(k) = \beta \mathbf{R}_{xy}(k-1) \Theta(k-1) + \mathbf{x}(k) \mathbf{y}(k)^H \quad [31]$$

L'algorithme dérivé de ces quelques équations repères a été initialement obtenu dans (Badeau *et al.*, 2005) et est rappelé dans le tableau 1 pour notre cas du STAP récursif en distance où $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_k$.

2.3. Développement de Taylor et FAPI

Nous avons récemment proposé dans (Marcos *et al.*, 2011) un algorithme STAP qui combine à la fois un développement de Taylor et un calcul récursif en distance du sous-espace fouillis avec l'algorithme FAPI. Les détails de cet algorithme sont donnés dans le tableau 2 où cette fois l'entrée $\mathbf{x}(k)$ est le vecteur, de dimension $2MN$, $\tilde{\mathbf{x}}_k$ défini en [19] à la case distance k . Le filtre STAP correspondant calculé pour chaque nouvelle observation est obtenu suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_k^{FAPISE} &= (\mathbf{I}_{MN} - \mathbf{W}_k^{FAPISE} \mathbf{W}_k^{FAPISEH}) \mathbf{a}_t \\ \mathbf{W}_k^{FAPISE} &= \mathbf{W}_{0,k} + \alpha_k \Delta \mathbf{W}_{0,k} \\ \mathbf{W}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{0,k} \\ \Delta \mathbf{W}_{0,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [32]$$

où $\mathbf{W}_{0,k}$ et $\Delta \mathbf{W}_{0,k}$ contiennent respectivement les MN premières lignes et les MN dernières lignes de $\mathbf{W}(k)$ obtenu par l'algorithme FAPI du tableau 2 et où les α_k ont été choisis comme dans la sous-section 2.1 pour EC-SE.

Puisque l'algorithme FAPI-SE repose sur une décomposition de l'espace des observations en sous-espace fouillis et sous-espace bruit, on s'attend à ce que le filtre STAP converge (au sens d'une perte de SINR par rapport au cas optimal sans interférences) en un nombre de données secondaires égal à deux fois le rang de la matrice de covariance étendue comme pour EC-SE, soit $4r$. Par contre, l'algorithme FAPI-SE (comme l'algorithme FAPI) ne nécessite ni d'inversion matricielle ni de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance du fouillis plus bruit de dimension $2MN$. On peut rapidement constater que la complexité calculatoire est en $O(2MN)$, c'est-à-dire qu'elle est linéaire par rapport au nombre de paramètres du filtre STAP.

Les performances des algorithmes EC, EC-SE, FAPI et FAPI-SE sur les données de la DGA/MI sont présentées dans la section suivante.

Tableau 2. Algorithme FAPI-SE

Initialisation : $\mathbf{W}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{2MN \times 2r}$, $\mathbf{Z}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{2r \times 2r}$, **Donnée d'entrée** $\tilde{\mathbf{x}}_k$

FOR $k = 1$ to K (nombre de données)

$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}(k-1)^H \tilde{\mathbf{x}}_k$

$\mathbf{h}(k) = \mathbf{Z}(k-1) \mathbf{y}(k)$

$\mathbf{g}(k) = \frac{\mathbf{h}(k)}{\beta + \mathbf{y}^H(k) \mathbf{h}(k)}$

$\mathbf{e}(k) = \tilde{\mathbf{x}}_k - \mathbf{W}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$

$\varepsilon^2(k) = \|\tilde{\mathbf{x}}_k\|^2 - \|\mathbf{y}(k)\|^2$

$\tau(k) = \frac{\varepsilon^2(k)}{1 + \varepsilon^2(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2 + \sqrt{1 + \varepsilon^2(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2}}$

$\eta(k) = 1 - \tau(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2$

$\mathbf{y}'(k) = \eta(k) \mathbf{y}(k) + \tau(k) \mathbf{g}(k)$

$\mathbf{h}'(k) = \mathbf{Z}(k-1)^H \mathbf{y}'(k)$

$\mathbf{d}(k) = \frac{\tau(k)}{\eta(k)} (\mathbf{Z}(k-1) \mathbf{g}(k) - (\mathbf{h}'(k) \mathbf{g}(k)) \mathbf{g}(k))$

$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} (\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k) \mathbf{h}'(k)^H + \mathbf{d}(k) \mathbf{g}(k)^H)$

$\mathbf{e}'(k) = \eta(k) \tilde{\mathbf{x}}_k - \mathbf{W}(k-1) \mathbf{y}'(k)$

$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mathbf{e}'(k) \cdot \mathbf{g}(k)^H$

ENDFOR

3. Tests sur les données fournies par la DGA/MI

Il s'agit dans cette section de tester les algorithmes présentés précédemment sur les signaux fournis par la DGA/MI et qui sont présentés dans l'article *Introduction au STAP. Partie III : Les données du club STAP* de ce numéro spécial. Un critère d'évaluation des algorithmes STAP sur ces données réelles est tout d'abord proposé, puis les résultats des tests sont présentés.

3.1. Moyens d'évaluation des algorithmes STAP sur données réelles

Ne disposant pas de la matrice de covariance spatio-temporelle théorique des interférences et du bruit, l'utilisation d'outils tels que la perte en SINR ou l'*Improvement Factor* se révèle impossible. Nous avons donc choisi d'évaluer les algorithmes sur un critère de détection.

Le principe de détection est basé sur deux hypothèses concernant le signal reçu à la case distance testée :

– soit aucune cible n'y est présente, c'est l'hypothèse H_0 . Dans ce cas, le signal reçu contient la composante de fouillis et celle de bruit

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n$$

– soit une cible est présente, c'est l'hypothèse H_1 . Dans ce cas, le signal reçu contient les composantes de fouillis, de bruit et de la cible

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n + \mathbf{x}_t$$

Nous proposons, ici, l'utilisation du test *Low Rank Normalized Match Filter* (LRNMF) (Rangaswamy *et al.*, 2004), (Kraut *et al.*, 2001). Ce test est basé sur le test du *Normalized Match Filter* (NMF) qui est donné par

$$\Lambda_{NMF}(\mathbf{x}_k) = \frac{|\mathbf{a}_t^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{x}_k|^2}{[\mathbf{a}_t^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{a}_t][\mathbf{x}_k^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{x}_k]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda_{NMF} \quad [33]$$

où λ_{NMF} est le seuil de détection fixé par le taux de fausse alarme toléré. La matrice de covariance spatio-temporelle du fouillis et du bruit R_k n'est pas connue et doit être estimée, par exemple, suivant [10]. Les algorithmes que nous proposons, étant basés sur la méthode des sous-espaces, utilisent le fait que la matrice de covariance spatio-temporelle du fouillis est de rang déficient et que l'on a donc la décomposition [13]. Le filtre STAP obtenu est donc de la forme générale (cf. [12], [32], [21])

$$\mathbf{w}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{a}_t \quad [34]$$

où \mathbf{W}_k est l'estimée d'une matrice dont les colonnes engendrent le sous-espace fouillis. Ainsi l'inverse de la matrice de covariance du fouillis plus bruit est estimée par

$$\mathbf{R}_k^{-1} \approx \mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H \quad [35]$$

pour un fort rapport de puissance fouillis sur bruit. En utilisant [35] dans le test [33], nous obtenons le test LRNMF. Il s'exprime par

$$\Lambda_{LR}(\mathbf{x}_k) = \frac{|\mathbf{a}_t^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{x}_k|^2}{[\mathbf{a}_t^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{a}_t][\mathbf{x}_k^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{x}_k]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda_{LR} \quad [36]$$

et est indépendant de l'amplitude de la cible ainsi que de la variance du bruit.

La probabilité de fausse alarme est donnée (Rangaswamy *et al.* 2004) par

$$P_{fa} = P(\Lambda_{LR} > \lambda_{LR} | H_0) = (1 - \lambda_{LR})^{NM-r-1} \quad [37]$$

La probabilité de détection est donnée (Rangaswamy *et al.* 2004) par

$$P_d = P(\Lambda_{LR} > \lambda_{LR} | H_1) = 1 - E \quad [38]$$

où

$$E = (1 - \lambda_{LR})^{NM-r-1} \sum_{k=1}^{NM-r-1} \frac{\Gamma(NM-r)}{\Gamma(k+1)\Gamma(NM-r-k)} F \quad [39]$$

où

$$F = \left(\frac{\lambda_{LR}}{1 - \lambda_{LR}} \right)^k [1 - \text{gammainc}(A^2(1 - \lambda_{LR}), k + 1)] \quad [40]$$

et $\Gamma(\cdot)$ est la fonction Gamma d'Euler, $\text{gammainc}(\theta, M) = \frac{1}{M} \int_0^\theta z^{M-1} e^{-z} dz$ et $A = |a| \frac{\sqrt{e^H e}}{\sigma}$ où a est l'amplitude de la cible et $e = (\mathbf{I} - \mathbf{W}\mathbf{W}^H) \mathbf{a}_t$.

Par la suite, pour nos simulations, nous fixons une $P_{fa} = 10^{-4}$. Ainsi

$$\lambda_{LR} = 1 - P_{fa} \frac{1}{NM-r-1} \quad [41]$$

$$= 1 - 10 \frac{-4}{NM-r-1} \quad [42]$$

C'est donc le test [36] que nous étudions dans les différentes simulations.

3.1.1. Résultats de simulations sur données de la DGA/MI

Nous présentons dans cette section les résultats obtenus sur les données semi-synthétiques de la DGA/MI pour les algorithmes proposés ici, à savoir, EC-SE, FAPI et FAPI-SE comparés aux algorithmes SMI et EC. Le test LRMNF [36] est exprimé pour la case distance d'intérêt k à l'aide d'un vecteur spatio-temporel directionnel d'analyse $\mathbf{a}(\bar{f}_d, \bar{f}_s)$ où \bar{f}_d et \bar{f}_s sont les fréquences Doppler et spatiale normalisées, soit :

$$\Lambda_{LR,k}(\bar{f}_d, \bar{f}_s) = \frac{|\mathbf{a}(\bar{f}_d, \bar{f}_s)^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{x}_k|^2}{[\mathbf{a}(\bar{f}_d, \bar{f}_s)^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{a}(\bar{f}_d, \bar{f}_s)] [\mathbf{x}_k^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H) \mathbf{x}_k]} \quad [43]$$

Comme la fréquence Doppler normalisée de la cible est donnée par $\bar{f}_d = 2v_a T_r / \lambda$, plutôt que de faire varier la fréquence Doppler normalisée dans l'intervalle $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, nous ferons varier v_a entre $-\frac{\lambda}{4T_r}$ et $\frac{\lambda}{4T_r}$. Ainsi [43] sera exprimé en fonction de la vitesse et de la fréquence spatiale ou bien pour une fréquence spatiale donnée en fonction de la vitesse seule, pour la case distance d'intérêt.

Notons que le nombre d'impulsions est $M = 64$, le nombre de voies $N = 4$ et qu'il faudrait donc théoriquement $2MN = 512$ mesures en distance pour que la méthode SMI converge avec une perte de SINR par rapport à l'optimal de -3 dB. Comme nous ne disposons que de 412 données exploitables, la méthode SMI ne pourra donc jamais atteindre cette performance, sachant qu'en plus il faudra soustraire des mesures pour créer des intervalles de garde autour des cases de test. Par contre, d'après la règle de Brennan, le rang théorique de la matrice de covariance et de la matrice de covariance étendue sont respectivement de $r = N + \beta(M - 1) = 46$ et $2r = 92$. Les méthodes de type sous-espace comme EC et FAPI, d'une part, et EC-SE et FAPI-SE, d'autre part, devraient converger respectivement avec 92 et 184 mesures distance.

Avant de présenter les résultats, on remarquera (cf. l'article *Introduction au STAP. Partie III : Les données du club STAP* de ce numéro spécial) que pour les essais 1, 2, 5 et 6 le clutter généré est gaussien tandis que pour les essais 3, 4, 11 et 12 le clutter est obtenu à partir d'une image SAR THR RAMSES. On conclura, d'après les résultats obtenus par la suite, que ce dernier clutter est sans doute un peu non stationnaire. D'autre part la différence entre les essais de numéro impair et ceux de numéro pair réside dans le rapport des puissances signal à fouillis (SCR respectivement de 10 ou -5 dB).

3.1.1.1. Essai 1

L'illustration sur les figures 1 et 2 est faite pour la case distance 256. La figure 1 a) représente le spectre du signal reçu avant traitement STAP en fonction de la vitesse v_a et de la fréquence spatiale non normalisée f_s pour la case distance d'intérêt. Les Figures 1 b)-d) et 2 a), b) correspondent au cas après traitement STAP. Λ_{LR} y est tracé également en fonction de la vitesse et de la fréquence spatiale non normalisée pour les cas suivants : traitement STAP SMI, EC, EC-SE, FAPI, FAPI-SE. On s'aperçoit qu'avant traitement STAP, la cible est suffisamment forte pour se distinguer du fouillis, *a priori* on pourrait se passer de traitement STAP. Par contre, si l'on veut, malgré tout, évaluer nos traitements STAP sur ces signaux, on se rend compte qu'il va falloir ménager un intervalle de garde conséquent autour de chaque cible du fait de leur puissance élevée. Pour cet essai 1, on a éliminé 15 données secondaires de part et d'autre des cases où il y a des cibles, à savoir, les cases 216, 256 et 296 pour estimer les matrices de covariance pour SMI, EC et EC-SE et pour faire tourner les algorithmes FAPI et FAPI-SE. Au total il ne nous restait donc que $K = 323$ mesures utilisables ce qui est bien trop peu pour SMI mais tout à fait convenable pour les autres algorithmes.

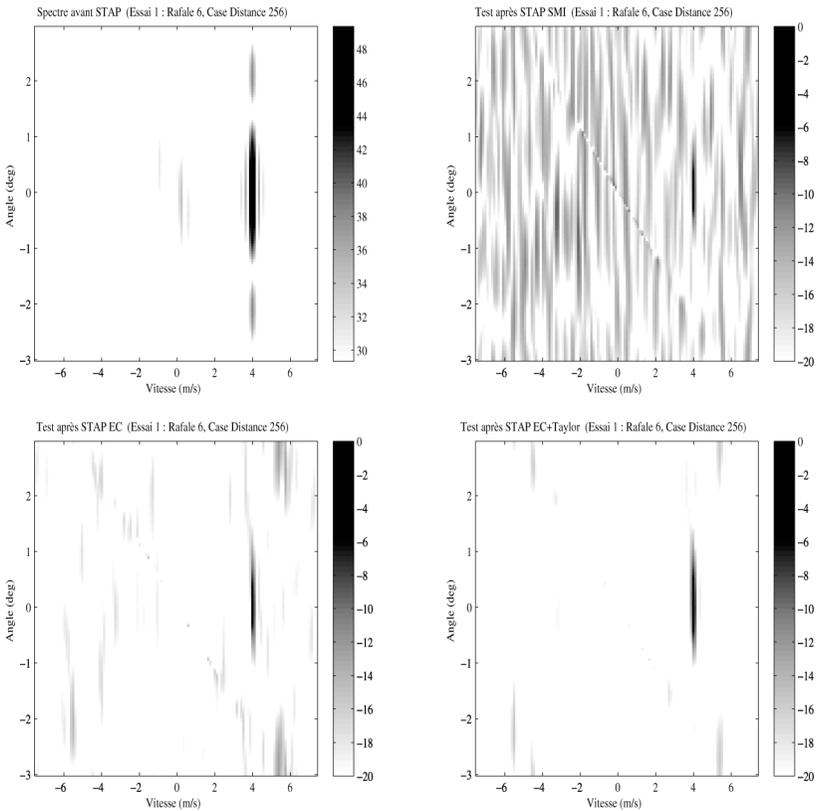


Figure 1. Essai 1. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI, c) STAP EC et d) STAP EC-SE

On voit donc sur la figure 1 b) que le résultat du test obtenu par le STAP SMI¹ est dégradé par rapport au cas où on appliquerait directement un test sur les spectre du signal avant traitement. Par contre, les autres figures 1 et 2 montrent que les méthodes EC, EC-SE, FAPI et FAPI-SE permettent d'obtenir de très bonnes performances. La figure 2 c) représente une coupe à $f_s = 0$ des figures précédentes avec le seuil de détection calculé pour un taux de fausse alarme de 10^{-4} . On y voit que malgré la puissance importante de la cible par rapport au fouillis, les algorithmes proposés ont pu améliorer le test de détection par rapport au cas sans traitement notamment au niveau de la vitesse nulle et autour de la cible. On remarque également sur la figure 2 c) qu'aucune détection n'est possible par la méthode SMI.

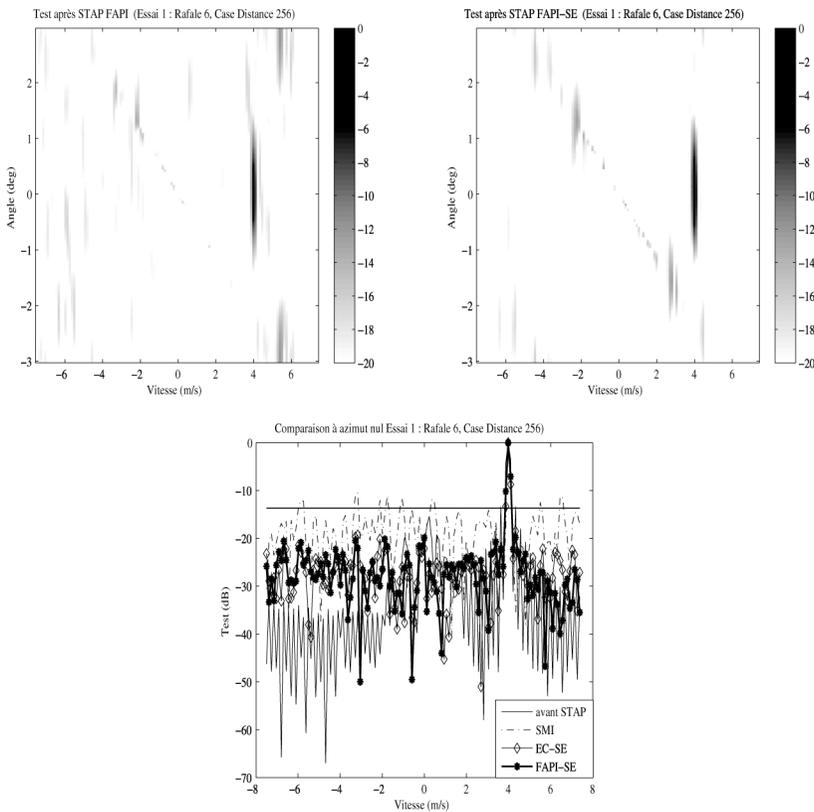


Figure 2. Essai 1. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE. c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

1. La dimension de la matrice de covariance étant de $(256, 256)$, la méthode SMI est réalisable puisque $K = 323$ lui est supérieur.

3.1.1.2. Essai 2

Les conditions de simulations sont les mêmes que précédemment sauf que le SCR est maintenant de -5 dB. La figure 3 a) montre, contrairement à l'essai 1, qu'en appliquant un test directement sur les signaux avant traitement STAP on risque des fausses alarmes notamment autour de la vitesse nulle. On constate, sur la figure 3 b), que le STAP SMI permet d'éliminer le fouillis même si les performances ne sont pas très bonnes du fait d'un nombre $K = 323$ de données secondaires trop faible, au lieu des 512 nécessaires théoriquement, pour atteindre une perte de 3 dB par rapport à un traitement optimal. Par contre, la figure 4 montre que les traitements STAP EC-SE et FAPI-SE proposés permettent d'obtenir d'excellents résultats. Ceux-ci sont confirmés par la coupe à $f_s = 0$ où on peut voir le test par rapport au seuil de détection. La figure 4 c) montre notamment que la méthode SMI fait apparaître de nombreux risques de fausse alarme.

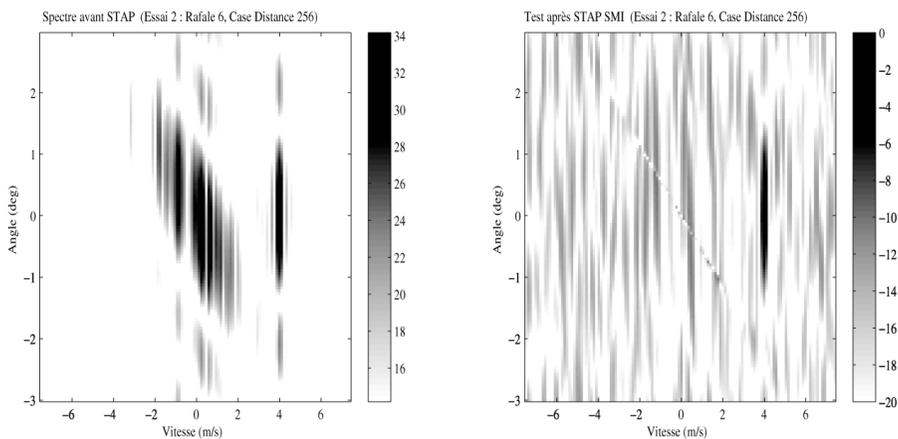


Figure 3. Essai 2. De gauche à droite. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI

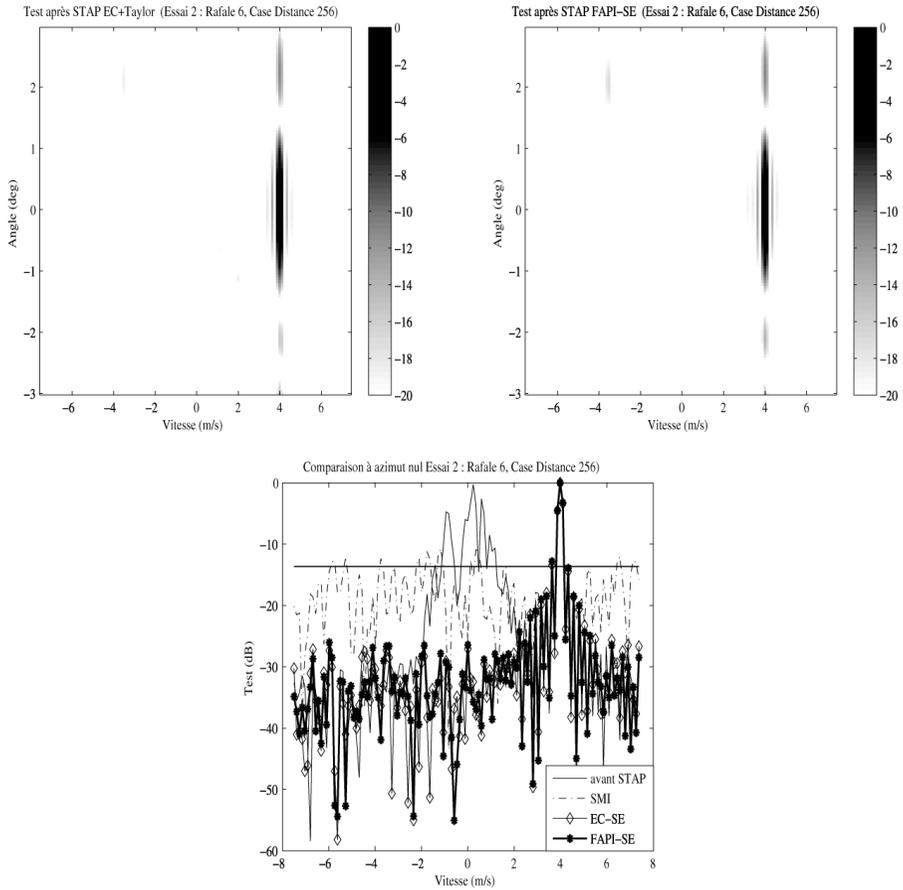


Figure 4. Essai 2. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP EC-SE, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.3. Essai 3

Pour l'essai 3, les conditions de simulations sont identiques à celles de l'essai 1 sauf que le fouillis est obtenu à l'aide d'une image SAR. Pour changer un peu, on s'intéresse à la case 216 qui doit faire apparaître une cible à -4ms^{-1} . Comme pour l'essai 1, la cible est forte par rapport au niveau de fouillis et on pourrait presque se passer de traitement (cf. figure 5 a)). Comme pour l'essai 1, on peut voir sur les figures 5 c)-d) et 6 a)-b) que les algorithmes STAP proposés permettent d'obtenir de très bons résultats par rapport à SMI (cf. figure 5 b)). Notamment sur les coupes de la figure 6 c), on voit que ces algorithmes permettent d'éviter des fausses alarmes autour notamment de la vitesse nulle. Sur cet exemple, il faut aussi noter sur les figures 5 et 6 l'amélioration apportée par le passage des méthodes EC et FAPI aux méthodes EC-SE et FAPI-SE respectivement. Ceci traduit une possible non-stationnarité du clutter dans le cas de l'image SAR et dénote l'intérêt d'augmenter virtuellement les observations à l'aide du développement de Taylor introduit.

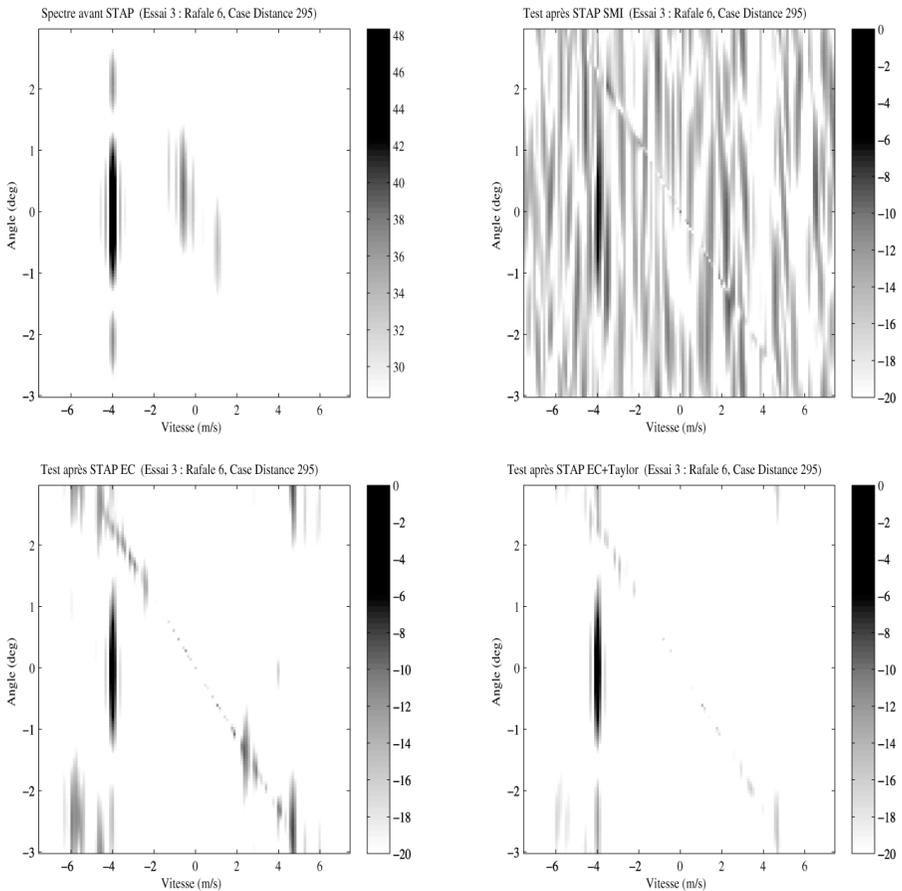


Figure 5. Essai 3. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI, c) STAP EC et d) STAP EC-SE

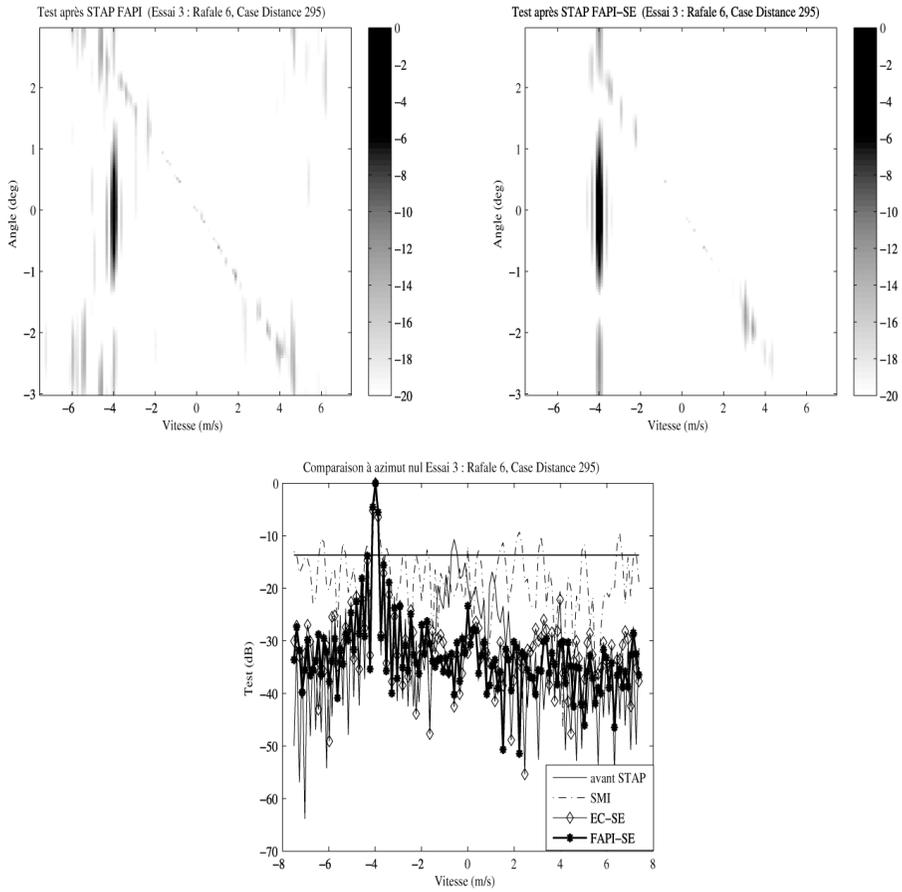


Figure 6. Essai 3. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.4. Essai 4

Les résultats concernant cet essai sont visibles sur les figures 7 et 8. Les commentaires sont les mêmes que pour ceux de l'essai 3, sachant que les conditions de simulations sont celles de l'essai 2 à ceci près que le fouillis est généré à partir d'une image SAR.

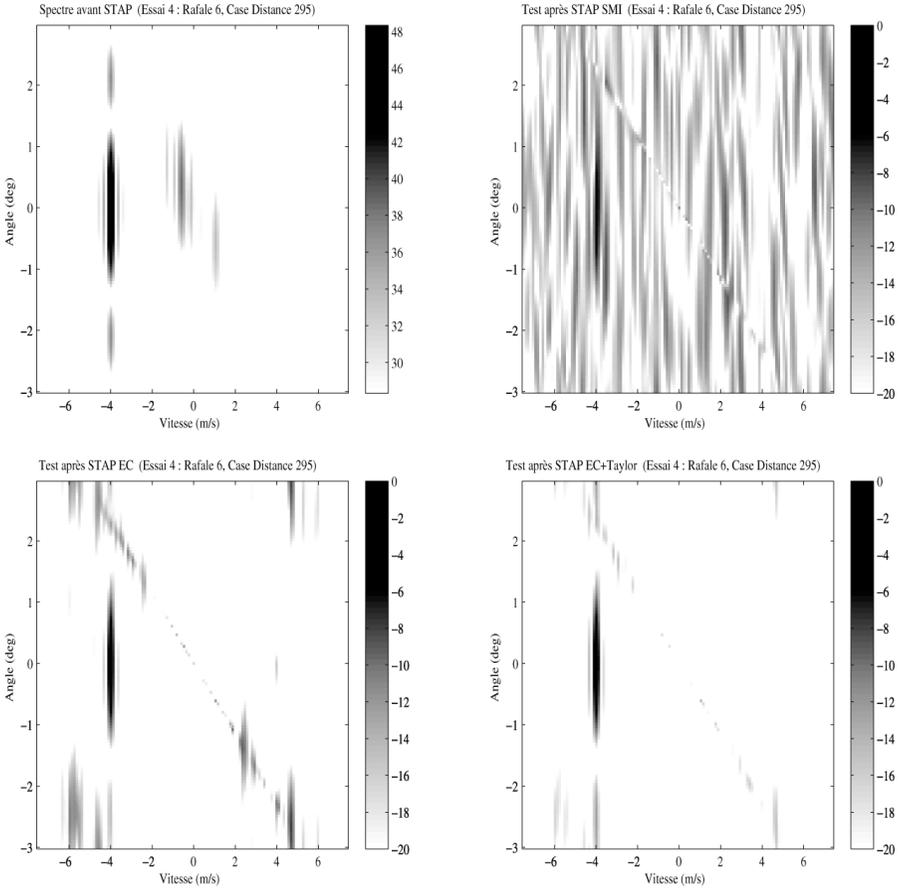


Figure 7. Essai 4. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI, c) STAP EC et d) STAP EC-SE

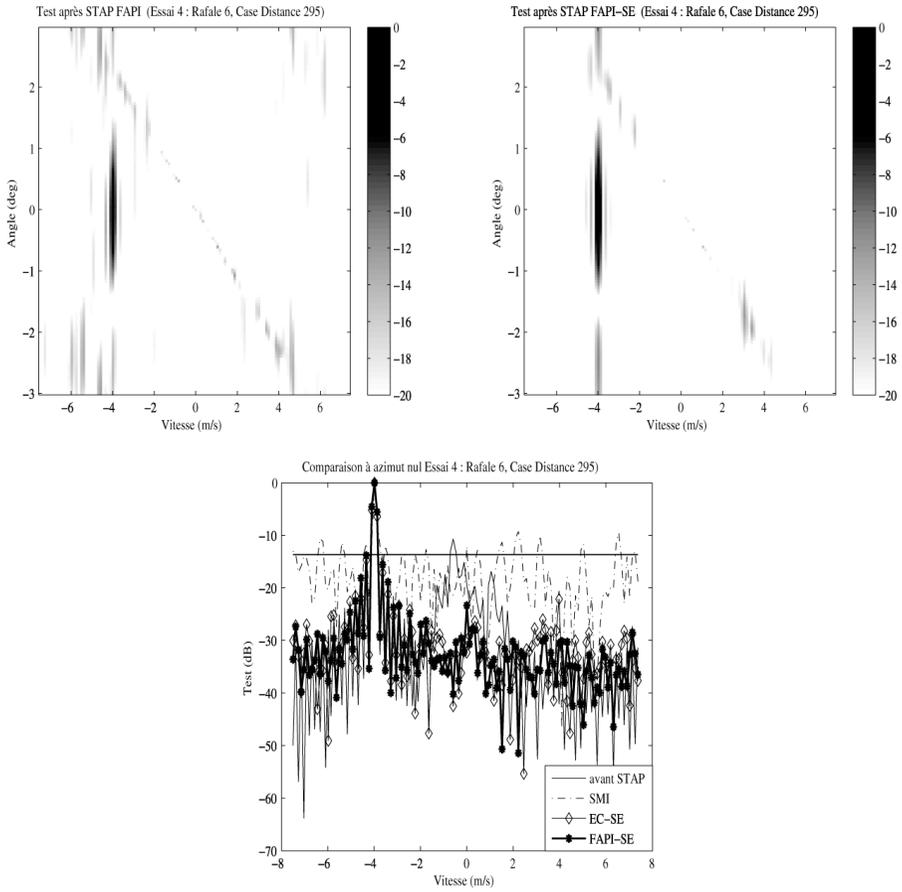


Figure 8. Essai 4. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.5. Essai 5

L'essai 5 contient 10 cibles à la même case distance 256 mais ayant des vitesses réparties entre -4 ms^{-1} et 4 ms^{-1} . Comme pour les essais 1 et 2, les cibles sont largement plus puissantes que le fouillis et on peut penser d'après le spectre des signaux sur la figure 9 a) qu'un traitement STAP n'est pas nécessaire. Par contre, si l'on veut faire un traitement STAP, il va falloir créer un intervalle de garde d'autant plus important que les dix cibles sont à la même case distance. Pour cet essai, 100 mesures correspondant aux données secondaires ont été éliminées de part et d'autre de la case d'intérêt. Dans ce cas, il ne reste plus que 212 données secondaires ce qui n'est pas suffisant pour faire fonctionner la méthode SMI (l'inversion ne peut plus se faire, la matrice étant de rang déficient). C'est ce qui apparait sur la figure 9 b). Par contre, on peut voir sur les figures 9 c)-d) et 10 a)-b) que les méthodes proposées permettent de faire ressortir les cibles avec même une amélioration autour de la vitesse nulle par rapport au cas sans traitement (cf. figure 10 c)).

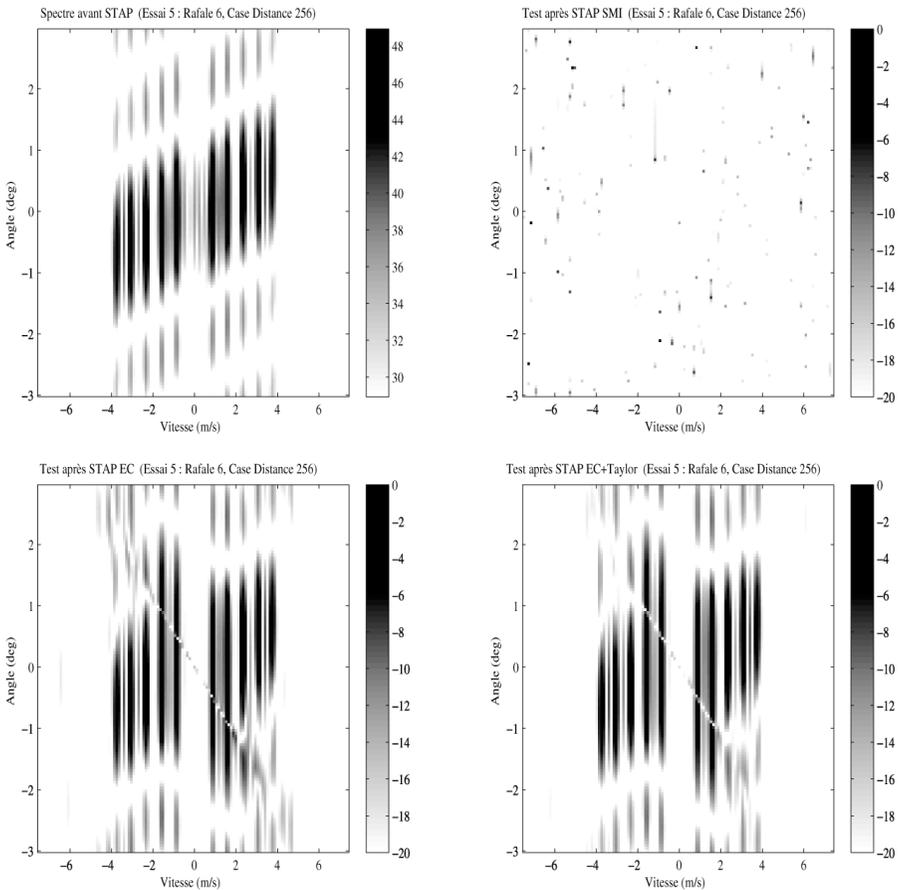


Figure 9. Essai 5. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI, c) STAP EC et d) STAP EC-SE

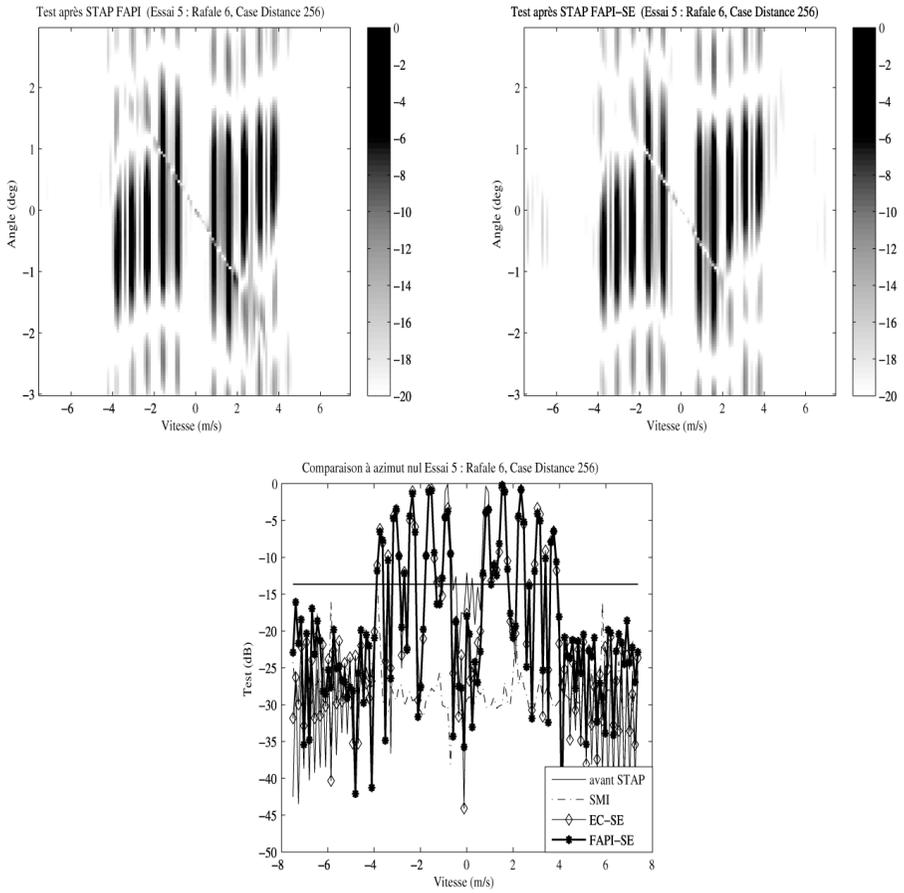


Figure 10. Essai 5. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.6. Essai 6

Comme précédemment il y a dix cibles mais cette fois le SCR par cible n'est que de -5 dB. La figure 11 a) montre qu'un traitement STAP est nécessaire. Pour les mêmes raisons que précédemment, la méthode SMI ne peut pas résoudre le problème. Les figures 11 b)-c) et 12, au contraire, montrent que les méthodes proposées parviennent à restituer les cibles.

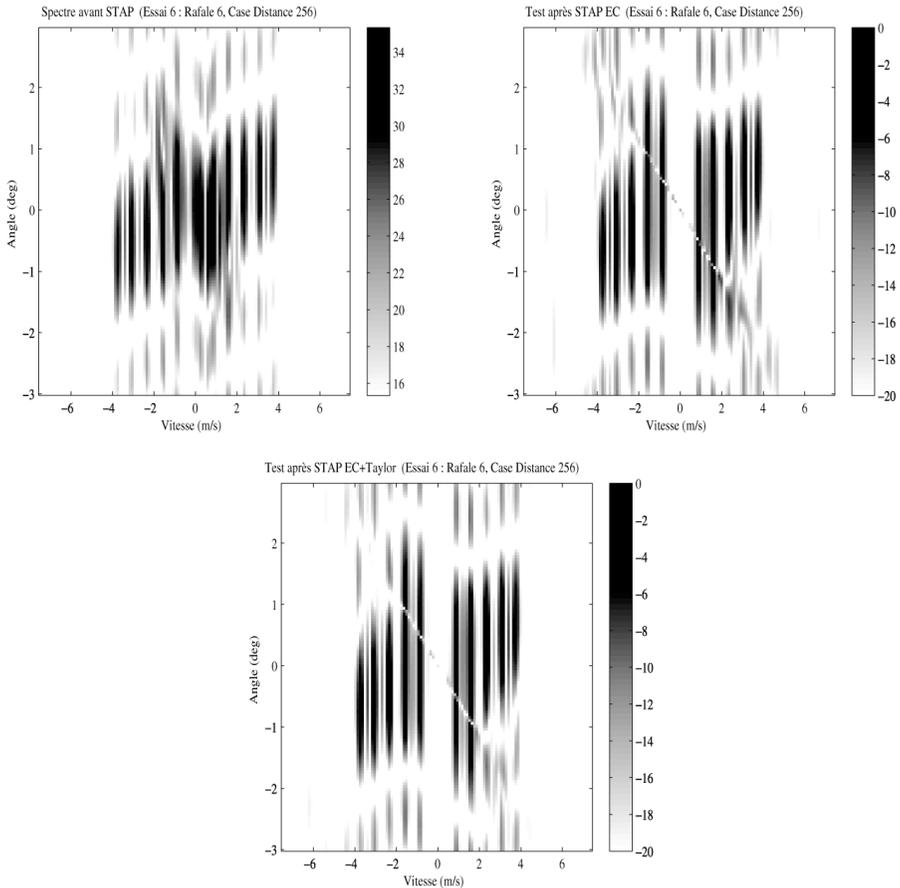


Figure 11. Essai 6. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, b) STAP EC et c) STAP EC-SE

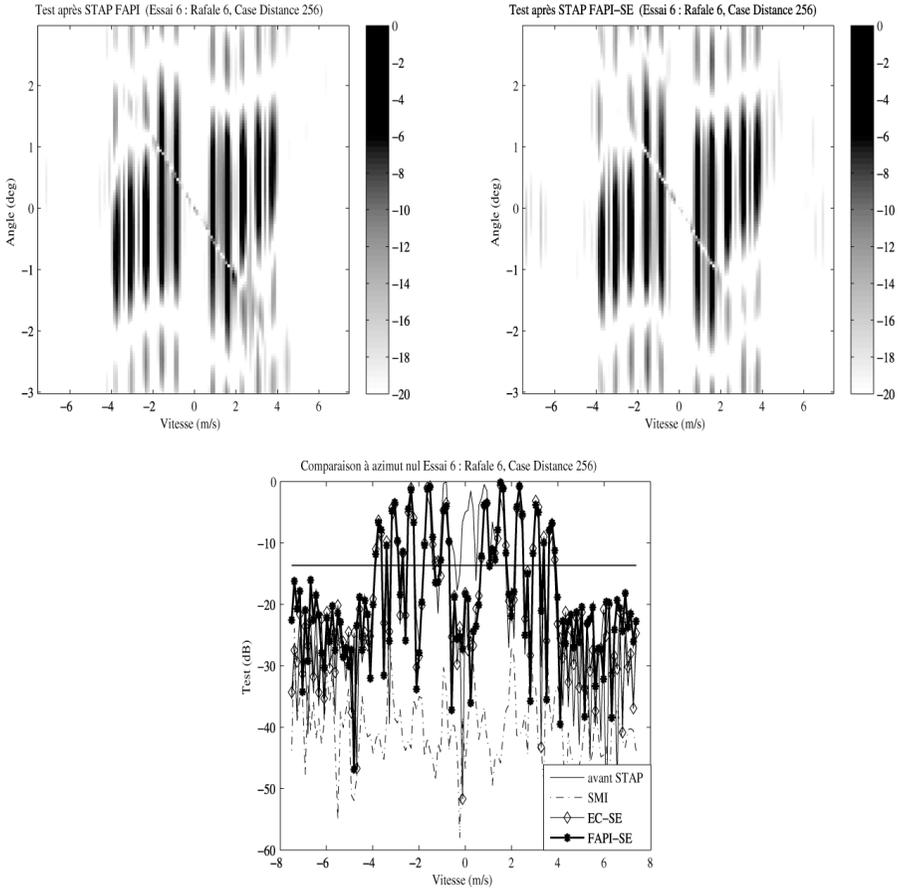


Figure 12. Essai 6. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.7. Essai 11

Les conditions de cet essai sont celles de l'essai 5, avec en particulier une puissance importante des cibles, à ceci près que le fouillis est généré à partir d'une image SAR. Les commentaires sont les mêmes que pour l'essai 5, notamment, on peut remarquer sur les figures 13 et 14 que les méthodes EC-SE et FAPI-SE diminuent sensiblement le risque de fausse alarme autour de la vitesse nulle par rapport au cas sans STAP.

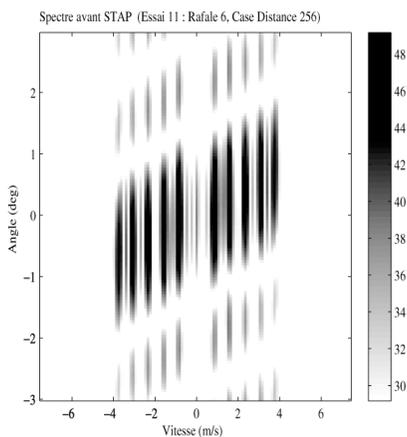


Figure 13. Essai 11. Spectre avant STAP

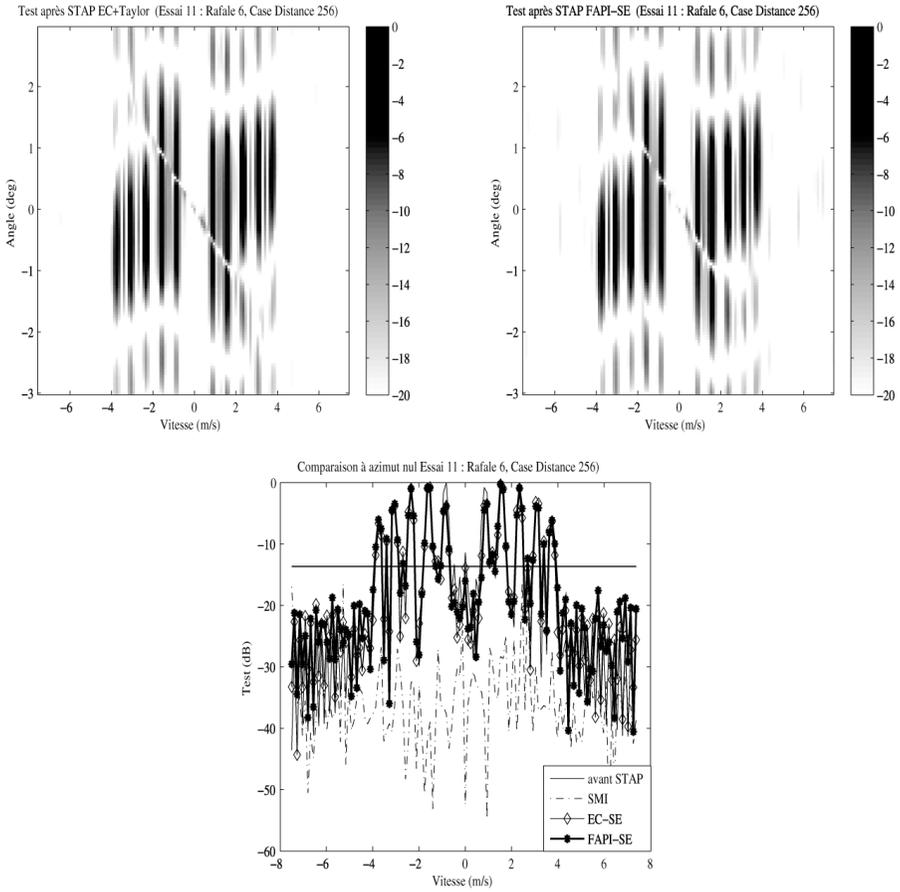


Figure 14. Essai 11. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP EC-SE, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

3.1.1.8. Essai 12

Les conditions de simulations diffèrent de l'essai 11 du fait de la puissance plus faible des cibles par rapport au fouillis. Elles s'apparentent à celles de l'essai 6 sauf que le fouillis est obtenu à partir d'une image SAR. La figure 15 a) fait apparaître qu'un traitement STAP est nécessaire pour restituer les cibles surtout au niveau de la vitesse nulle. La figure 15 b) montre que SMI ne fonctionne pas pour les mêmes raisons que lors des essais 5, 6 et 11. Les figures 15 c)-d) et 16 montrent que les méthodes proposées fonctionnent bien puisqu'elles restituent bien les cibles et évitent la fausse alarme autour de la vitesse nulle. On peut aussi constater l'amélioration apportée par les versions étendues EC-SE et FAPI-SE par rapport à leurs versions de base. On peut imaginer que ces données issues d'images SAR sont moins stationnaires ou homogènes en distance que celles issues de simulations avec un fouillis gaussien et que dans ce cas les méthodes EC-SE et FAPI-SE sont plus adaptées.

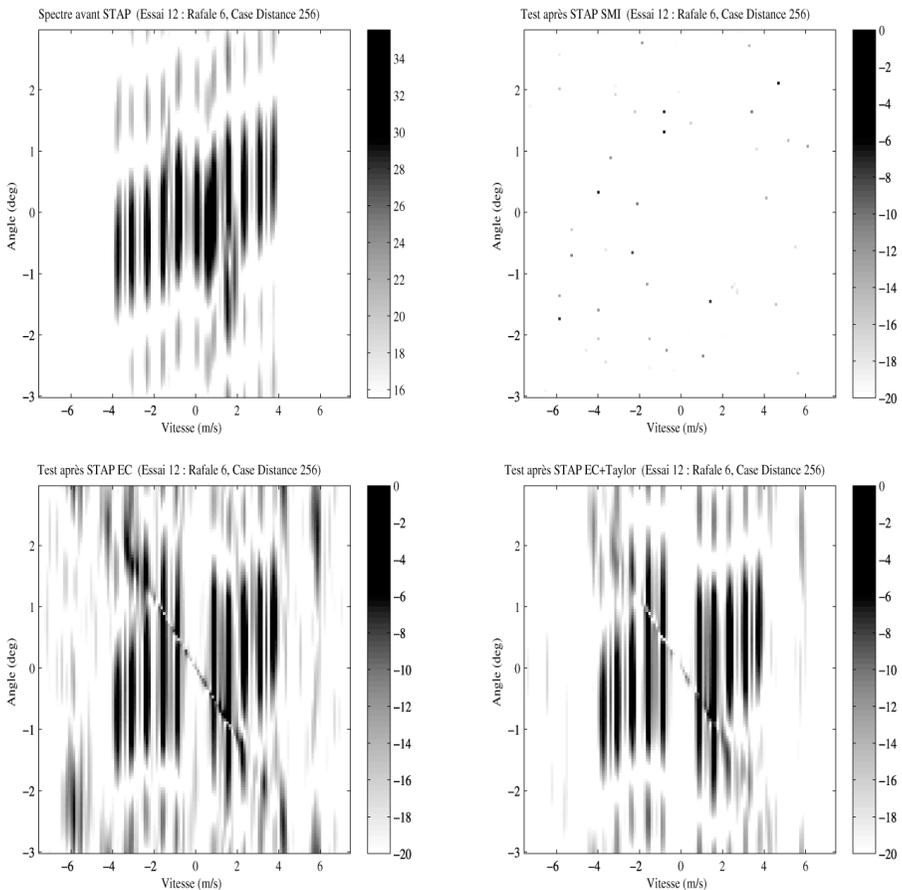


Figure 15. Essai 12. De gauche à droite et de haut en bas. a) Spectre avant STAP, Test de détection après b) STAP SMI, c) STAP EC et d) STAP EC-SE

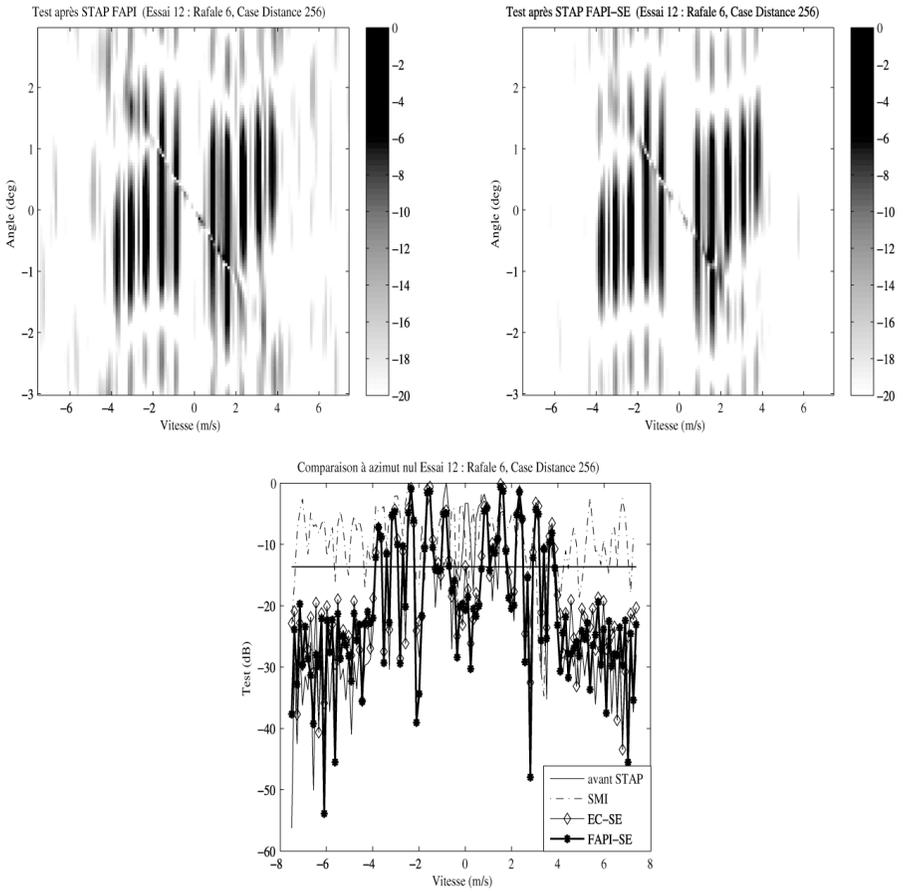


Figure 16. Essai 12. De gauche à droite et de haut en bas. Test de détection après a) STAP FAPI, b) STAP FAPI-SE, c) Coupe du test à $f_s = 0$ et seuil de détection

4. Conclusion

Cet article a permis de synthétiser plusieurs algorithmes STAP basés sur la décomposition en sous-espace fouillis et en sous-espace bruit qui avaient été proposés par les auteurs et de les tester sur des signaux mi-synthétiques mi-réels fournis par la DGA/MI. Les résultats sont très satisfaisants et montrent clairement que l'approche par sous-espace permet une réduction du nombre de données secondaires nécessaires par rapport au STAP SMI. Par ailleurs, les versions dites étendues EC-SE et SE-FAPI permettent d'améliorer les résultats par rapport à leurs versions de base respectives EC et FAPI lorsque les données sont non homogènes ou non stationnaires en distance. Enfin, il faut se rappeler que les algorithmes FAPI et FAPI-SE ont des complexités calculatoires respectives de $O(MN)$ et $O(2MN)$ au lieu de $O(M^3N^3)$ et $O(2^3M^3N^3)$ pour les méthodes EC et EC-SE.

Remerciements

Nous remercions la DGA/MI pour avoir fourni les données STAP utilisées dans cet article.

Bibliographie

- Badeau R., David B., et Richard G., (2005). "Fast approximated power iteration subspace tracking," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, n° 8, p.2931-2941, août.
- Beau S. et Marcos S., (2011). "Taylor series expansions for airborne radar space-time adaptive processing", *IET Journal, IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 5, n° 3, p. 266-278, doi:10.1049/iet-rsn.2010.0103, mars.
- Belkacemi H. et Marcos S., (2006). "Fast iterative subspace algorithms for airborne STAP radar", *EURASIP Journal on applied Signal Processing*, vol. 2006, pp. 1-8, article ID 37296, DOI 10.1155/ASP/2006/37296.
- Comon P. et Golub G.H., (1990). "Tracking a few extreme singular values and vectors in signal processing", *Proceedings of IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 78, n° 8, p. 1327-1343, août.
- Doukopoulos X.G. et Moustakides G., (2008). "Fast and stable subspace tracking", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 56, n° 4, p. 1452-1465, avril.
- Golub G.H. et Van Loan Ch.F., (1996). *Matrix computation*, The John Hopkins University Press, Baltimore et Londres, troisième édition.
- Guerci J.R., (2003). *Space-Time Adaptive Processing for Radar*, Artech House.
- Haimovich A.M., (1996). "The eigencanceler: adaptive radar by eigenanalysis methods", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, p. 532-542, avril.
- Haimovich A.M., (1997). "Eigenanalysis-based space-time adaptive radar: performance analysis," *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, n° 4, p. 1170-1179, octobre.
- Klemm R., (2002). *Principles of Space-Time Adaptive Processing*, *IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics*, vol. 12.

- Lapierre F.D., (2004). *Registration-based range-dependence compensation in airborne bistatic radar STAP*, PhD thesis, University de Liège, Belgique, novembre.
- Lapierre F.D. et Verly J.G., (2005). "Registration-based range-dependence compensation for bistatic STAP radars", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 1, p. 85-98, janvier.
- Lapierre F.D., Verly J.G. et Van Droogenbroeck M., (2003). "New solutions to the problem of range dependence in bistatic STAP radars", *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, Huntsville, AL, p. 452-459.
- Marcos S. et Beau S., (2011). "Range recursive and Taylor series based space-time adaptive processing for range dependent clutter rejection", Submitted to EUSIPCO.
- Melvin W.L., (2004). "A STAP overview," *IEEE AES Magazine-Special Tutorials Issue*, vol. 19, n° 1, p. 19-35.
- Rabideau D.J., (2000). "Taylor series adaptive processing", *Proceedings of the Tenth IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*.
- Reed I.S., Malle J.D. et Brennan L.E., (1974). "Rapid convergence rate in adaptive arrays", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 10, n° 6, p. 853-863.
- Sanchez-Araujo J., Marcos S., Benidir M. et Comon P., (1998). « Algorithmes adaptatifs pour la poursuite du sous-espace source » Chapitre 14 du livre collectif *Les méthodes à haute résolution. Traitement d'antenne et analyse spectrale*, sous la direction de Sylvie Marcos, Ed. HERMES, Paris.
- Ward J., (1994). "Space-Time Adaptive Processing for airborne radar", *Technical Report 1015*, Lincoln Laboratory MIT, décembre.
- Yang B., (1995). "Projection Approximation Subspace Tracking", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 43, n° 1, p. 95-107, janvier.
- Zatman M., (2001). "Performance Analysis of the Derivative Based Updating Method", *Proceedings of the IEEE Adaptive Sensor Array Processing (ASAP) workshop*, Lexington, MA.

