
Effets de bord et délaminage par fatigue dans les composites stratifiés et leurs assemblages collés

Elise Gay, Philippe Gibert, Pierre-Jean Bonamy

MEDYSYS (MEcanique et DYnamique des SYStèmes)
8 bis Boulevard Dubreuil, 91400 Orsay, France
elise.gay@outlook.com

RÉSUMÉ. L'analyse par éléments finis des structures multicouches avec des éléments de type plaque ou coque ne permet pas de quantifier les singularités de distribution des contraintes, particulièrement à proximité des bords libres ou chargés. Ces potentielles surcontraintes s'avèrent parfois dimensionnantes pour la structure, mais ne sont prises en compte que par les modèles tridimensionnels. En raison d'une durée de calcul bien plus élevée, leur mise en œuvre n'est pas systématique. CLEOPS (Composites Local Effects Of Plates and Shells, effets de bord dans les plaques et coques composites) est développé en réponse à cette problématique industrielle pour les composites stratifiés et les assemblages collés. Ce logiciel assure le post-traitement des calculs par éléments finis avec des éléments plaques ou coques, afin de quantifier les contraintes tridimensionnelles au sein de structures multicouches soumises à un chargement mécanique plan ou en flexion, ou à une sollicitation thermique ou hygroscopique. Les effets de bord sont calculés à l'échelle mésoscopique par une méthode asymptotique semi-analytique, à l'aide d'éléments finis monodimensionnels. Des critères quadratiques d'endommagement sont intégrés au logiciel afin d'évaluer la tenue de la structure et d'anticiper une éventuelle rupture sous l'effet d'un chargement en fatigue. Le calcul de la distribution des contraintes et le délaminage par fatigue à proximité des bords libres sont développés dans cet article. Les résultats renseignés par CLEOPS sont comparés à ceux d'un modèle par éléments finis tridimensionnels afin d'en apprécier la précision.

ABSTRACT. Finite Element Analysis (FEA) of multilayer structures using plates and shells is not able to quantify the singular stresses distribution, especially the local overstresses near the boundaries. This critical design parameter is taken into account by 3D FEA models, which are not used for systematic computations due to a very long calculation time. The software CLEOPS (Composites Local Effects Of Plates and Shells) is developed by MEDYSYS (MEchanics and DYnamics of SYStems) to address this problem for composite laminates and their bonded assemblies involved in aerospace or defense industry. It is used as a post-processor of Finite Element computations on plates and shells to calculate the 3D stresses within multilayer structures subjected to mechanical plane or bending loadings. The edge effects are computed at the mesoscale based on a semi-analytical asymptotic method with one-dimensional finite elements in the through-thickness direction. The software includes quadratic failure criteria in order to evaluate the delamination initiation and anticipate

whether the laminates can withstand a fatigue load. The calculation of the stresses distribution near the edges of multilayer structures and the fatigue delamination are key issues developed in this article. Results provided by CLEOPS are compared to 3D FEA results.

MOTS-CLÉS : composite, assemblage collé, effets de bord, CLEOPS, délaminage, modèle EF.

KEYWORDS: composite, bonded assembly, edge effects, CLEOPS, delamination, FEA model.

DOI:10.3166/RCMA.26.9-24 © 2016 Lavoisier

Extended abstract

Local three-dimensional stress fields with potential over stresses are generated near the geometric discontinuities of composite laminates due to the differences of plies orientation. The CLEOPS software is developed to calculate these stresses, using a specific boundary layer method associated with a semi-discrete resolution. Details of the computation can be found in [Engrand. 1981; Lécuyer 1991], its main phases are:

- Calculation of the in-plane stresses (Classical laminate theory).
- Calculation of the 3D correction stresses: discretization in the through-thickness direction using unidirectional finite elements, spectral resolution.
- Addition of the plane stress and correction stress field.

The method can be applied to free or loaded edges of multilayer structures such as composite laminates or bonded assemblies. The loadings are mechanical plane or bending stresses and thermal loadings.

Figure 1a shows the CLEOPS model of a composite laminate with a $[0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ]_S$ stack configuration. The edge at $Y = 0$ is free. The studied length is 6 mm so that it is at least three times the plate thickness to completely observe the edge effects. Material properties are given in Table 1. The laminate is subjected to a 1 MPa tensile loading. The out-of-plane σ_z stress is calculated near the free edge. Its distribution is plotted in Figure 1b in the whole studied section as a function of the plate length and thickness (half the thickness of the plate is represented).

The out-of-plane tensile stress is maximal at the symmetry plane ($Z = 0$ mm); it reaches 26% of the global loading. It decreases exponentially away from the edge and is negligible at $Y = 6$ mm. This local over stress may pull off the 90° ply starting from the plate edge. Stress criteria for the prediction of fatigue delamination are also included in CLEOPS.

1. Introduction

Des champs locaux de contraintes tridimensionnelles, présentant d'éventuelles surcontraintes, sont générés à proximité des discontinuités géométriques des composites stratifiés, de par les différentes orientations de plis. Ces effets de bord ont fait l'objet d'un nombre important d'études théoriques depuis de nombreuses

années (Pécastaings, 1985 ; Dumontet, 1985 ; Lessard *et al.*, 1996 ; Mittelstedt et Becker, 2007 ; Nguyen et Caron, 2009 ; Esquej *et al.*, 2013 ; Zhang et Binienda 2014), ayant généralement recours à des modèles par éléments finis avec un maillage tridimensionnel extrêmement fin près des bords. De telles approches sont coûteuses en temps de calcul et limitent de ce fait les études systématiques ou paramétriques. Le logiciel CLEOPS (*Composites Local Effects Of Plates and Shells*, Effets de bord dans les plaques et coques composites) est développé pour pallier à ce problème. Il met en œuvre une méthode spécifique de couche limite associée à une résolution semi-discrète développée par Engrand (1981) et Lécuyer (1991), sur la base des travaux de Friedrichs et Dressler (1961) et de Tang (1975). La méthode CLEOPS, peu coûteuse en temps de calcul, a d'ores et déjà été utilisée en tant que post-processeur d'études par éléments finis 2D dans des études conduites par Perret *et al.* (1991), Marion (2000), Carrere *et al.* (2009) ou encore Weiss (2010).

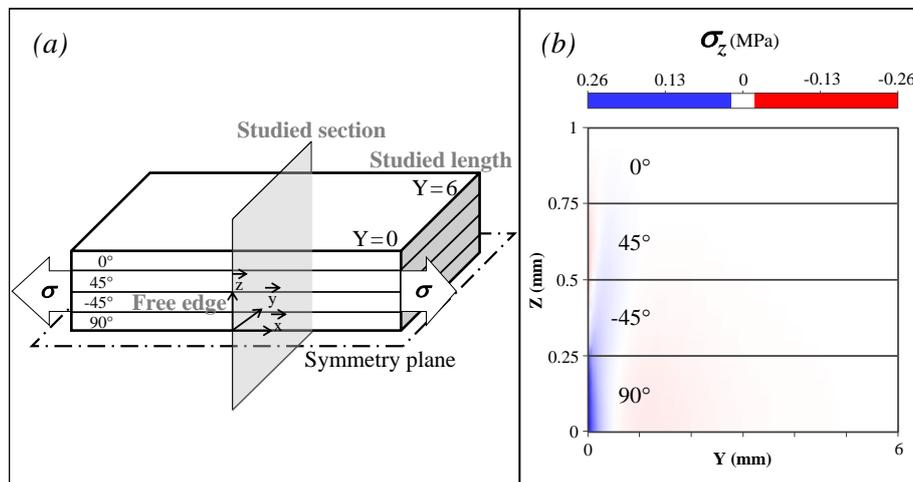


Figure 1. (a) CLEOPS model for the composite laminate ; (b) Corrected σ_z stress distribution in the studied section. Tension in blue, compression in red (For interpretation of the references to colour, the reader is referred to the web version of this article)

Cet article expose la méthode CLEOPS et les résultats qu'elle est à même de fournir, les dernières évolutions apportées au logiciel sont également discutées. Les principes du calcul des contraintes 3D en périphérie d'une plaque multicouche sont résumés dans une première section. Le point 3 détaille ensuite l'application de cette méthode à un composite stratifié soumis à un chargement mécanique plan. Les contraintes ainsi obtenues font l'objet d'une comparaison avec les résultats d'un modèle par éléments finis 3D, elles sont ensuite utilisées pour le calcul de critères d'endommagement (respectivement dans les sections 3.2 et 3.3). L'analyse est étendue à la configuration du collage dans la quatrième section. Les points forts de CLEOPS ainsi que les perspectives d'amélioration concluent cet article.

2. Principes du calcul CLEOPS

Les modèles avec des éléments finis bidimensionnels renseignent en premier lieu les chargements plans appliqués sur les plaques multicouches. CLEOPS établit ensuite le problème correcteur pour le calcul de la distribution des contraintes en bordure de plaque. Un exposé intégral de la base théorique de CLEOPS est présenté de façon rigoureuse dans la thèse de Lécuyer (1991), seule la démarche globale de résolution est décrite dans ce paragraphe, selon les phases de calculs suivantes :

- Calcul des contraintes planes dans chaque couche (théorie des plaques).
- Discrétisation par des éléments finis monodimensionnels dans l'épaisseur de la plaque.
- Résolution spectrale.
- Calcul des constantes pour la représentation de la solution sur la base des vecteurs propres.
- Recomposition de la solution (contraintes planes + correction).

La théorie des plaques de Kirchhoff-Love renseigne dans un premier temps les contraintes planes. Le problème correcteur est ensuite directement posé avec une formulation en contraintes (Engrand, 1981 ; Engrand, 1985 ; Lécuyer, 1991). Ce calcul correcteur est basé sur une analyse de type couche limite (Horvay, 1953) qui présente l'avantage de remplacer le domaine tridimensionnel d'étude par un domaine bidimensionnel appelé domaine de couche limite. Les champs de contraintes sont ensuite évalués en utilisant conjointement une technique de discrétisation par éléments finis et une résolution spectrale. Les deux solutions sont enfin additionnées.

Les schémas des modèles CLEOPS sont présentés en figures 2a et 2b, respectivement pour la configuration de composite stratifié et d'assemblage collé. Pour illustrer la démarche de calcul, on considère l'exemple de la plaque stratifiée à symétrie miroir présentée en figure 1a, d'épaisseur $2h$, de largeur l et de longueur L . La direction X est tangente au bord libre, Y est l'axe dans le plan de la plaque et Z la direction hors-plan. La plaque est chargée le long des bords $x = 0$ et $x = L$ parallèlement au plan moyen.

En posant $N(x, y) = \int_{-h}^{+h} \sigma(x, y, z) dz$, le problème tridimensionnel amène au problème en variables généralisées suivant :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(N) &= 0 \\ N &= \int_{-h}^{+h} A(z) dz \varepsilon(u) \end{aligned}$$

$$N \vec{y} = \vec{0} \text{ sur les bords } y = 0 \text{ et } y = l$$

$$N \vec{x} = \pm \int_{-h}^{+h} p \vec{x} dz \text{ sur les bords } x = 0 \text{ et } x = L$$

où A est la matrice des raideurs, constante sur chacune des couches et σ le tenseur des contraintes planes. Connaissant N , les contraintes planes σ sont données dans chaque couche par :

$$\sigma(x, y, z) = A(z) \left[\int_{-h}^{+h} A(z) dz \right]^{-1} N(x, y)$$

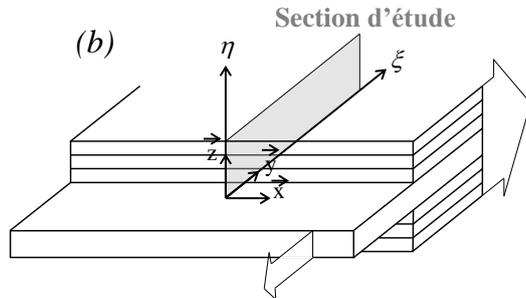
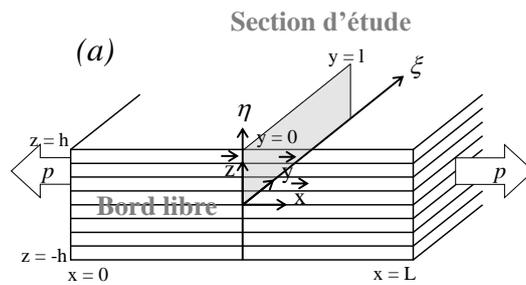
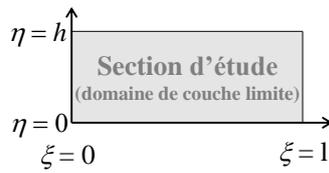


Figure 2. Schéma du modèle CLEOPS dans la configuration :
(a) Composite stratifié; (b) Assemblage collé

Près des bords, un champ correcteur des contraintes σ , noté F , est introduit dans les bandes de couche limite, qui sont des domaines bidimensionnels (η, ξ) (voir

figure 1). Pour un bord libre, le problème résolu par CLEOPS consiste à trouver F tel que :

$$\begin{aligned} \text{Div} (F + \sigma) &= 0 \\ F + \sigma &= A \varepsilon(u) \\ (F + \sigma) \vec{y} &= \vec{0} \text{ sur le bord libre} \end{aligned}$$

Pour la couche limite du bord chargé, la dernière équation est remplacée par $(F + \sigma) \vec{x} = p \vec{x}$.

La résolution numérique est décomposée en deux parties :

- La section d'étude est discrétisée en éléments finis unidirectionnels le long de l'épaisseur (en $\eta = z/h$). Les équations d'équilibre du tenseur correcteur F sont écrites à l'aide de fonctions de contraintes en (η, ξ) .
- La deuxième partie est une résolution spectrale du système différentiel résultant, en fonction de la variable de pénétration vers l'intérieur de la plaque.

F est alors connu en tout point de la couche limite de coordonnées (η, ξ) pour chacune des contraintes. La contrainte globale est finalement donnée dans la section d'étude par la somme des contraintes planes et de la correction. L'amplitude de la correction décroît de façon exponentielle en s'éloignant du pourtour de la plaque, la solution globale correspond ensuite au résultat de la théorie des stratifiés au sein des couches.

Applications

La méthode CLEOPS est applicable aux bords libres ou chargés de structures multicouches telles que les stratifiés composites ou les assemblages collés. La méthode peut être étendue à l'étude des concentrations de contraintes dans des plaques trouées avec ou sans insert, et dans des structures multicouches avec interruption de pli. Elle permet aussi de quantifier les écarts de contraintes induits par un mauvais alignement des plis.

L'épaisseur de la plaque doit rester faible au regard des autres dimensions ; son bord est considéré comme rectiligne (rayon de courbure au moins 5 fois supérieur à l'épaisseur totale de la plaque). Les couches constitutives de l'assemblage sont solidaires, chaque interface est représentée par une couche individuelle, extrêmement fine et dotée de propriétés spécifiques. Le chargement imposé est de type mécanique (contrainte plane sur une ou plusieurs couches, flexion) ou thermique. Les contraintes résiduelles générées lors du traitement thermique en autoclave peuvent ainsi être évaluées pour les composites thermodurcissables.

3. Effets de bord dans un stratifié soumis à une contrainte plane

La figure 3 schématise un stratifié composite présentant une séquence d'empilement de $[0^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 90^\circ]_s$, la moitié de cette plaque à symétrie miroir est modélisée. Le bord à $Y = 0$ est libre. La longueur d'étude est de 6 mm, soit 3 fois l'épaisseur de la plaque, de sorte que les effets de bord soient intégralement observables. Les plis, composés de fibres de carbone T300/914 et d'une matrice d'époxy, sont considérés homogènes à l'échelle mésoscopique. Leurs propriétés orthotropes sont indiquées en tableau 1. 16 éléments et 60 points de calculs sont définis, respectivement dans la direction hors plan (axe Z) et sur la longueur d'études (axe Y), pour une résolution spatiale de 0.0625 et 0.1 mm. Un chargement en traction est appliqué suivant la direction X, dont l'amplitude est de 1 MPa afin de pouvoir facilement évaluer la répartition des différentes composantes de contraintes.

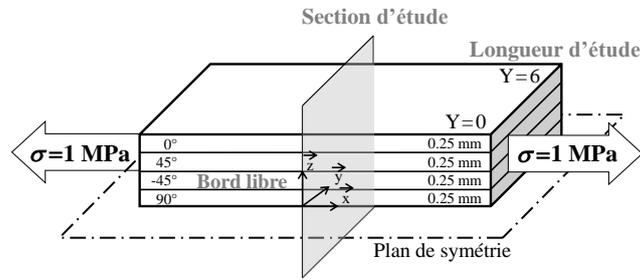


Figure 3. Schéma du composite stratifié soumis à un chargement plan

Tableau 1. Propriétés du pli de composite (L pour longitudinal, T pour transverse)

Propriétés élastiques			Limite à la rupture en fatigue
$E_L = 148000$ MPa	$G_{LT} = 3000$ MPa	$\nu_{LT} = 0.47$	$\sigma_L = 2000$ MPa
$E_T = 5300$ MPa	$G_{LZ} = 3000$ MPa	$\nu_{LZ} = 0.47$	$\sigma_T = 100$ MPa
$E_Z = 5300$ MPa	$G_{TZ} = 2800$ MPa	$\nu_{TZ} = 0.40$	$\sigma_{LT} = 60$ MPa

3.1. Distribution des contraintes

Les contraintes planes σ_x , σ_y , σ_{xy} et hors plan σ_z , σ_{xz} , σ_{yz} sont calculées dans la section d'étude. La figure 4 donne leur distribution en fonction de la longueur d'étude et de l'épaisseur (une moitié de la plaque est représentée). Les contraintes dans le pli issues de la théorie des stratifiés (σ_{TS}) sont indiquées pour les contraintes planes.

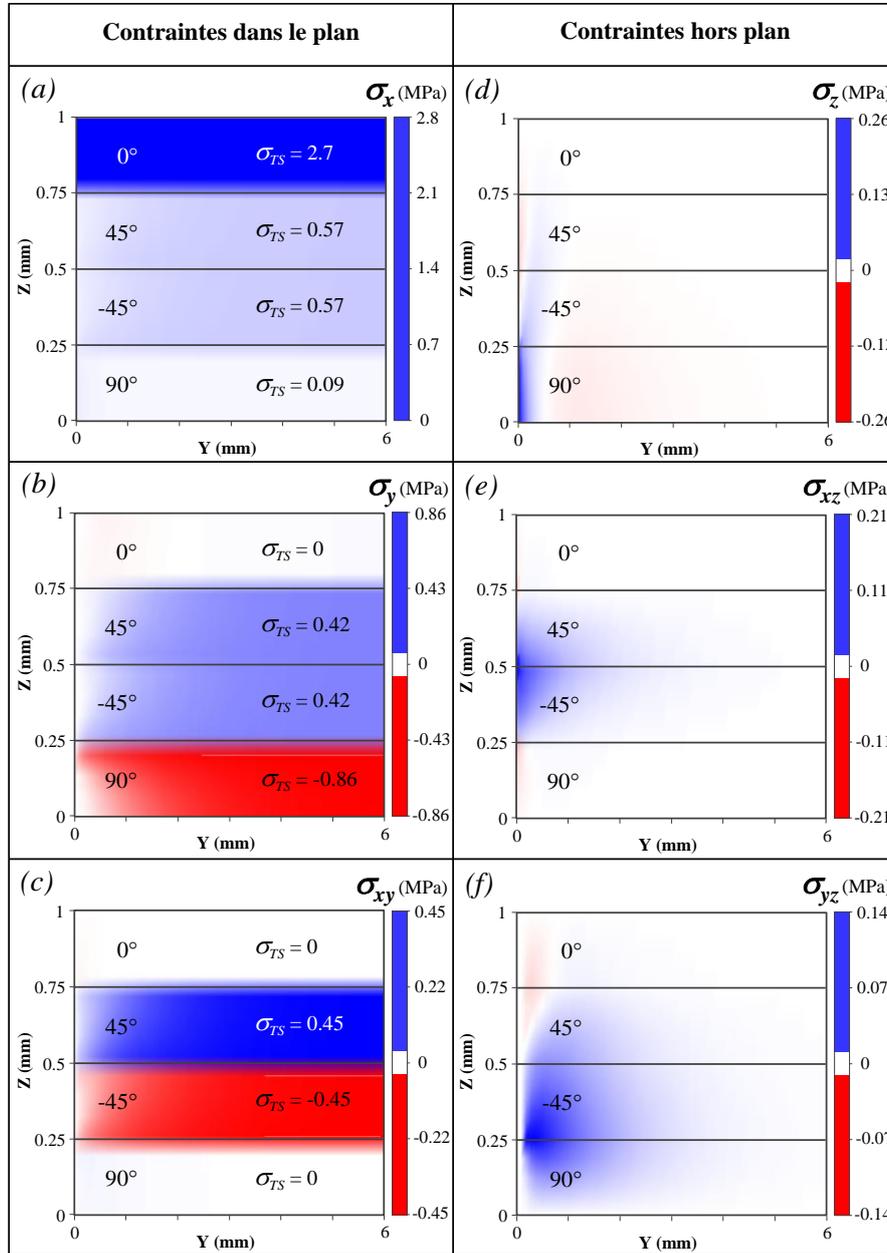


Figure 4. Distribution des contraintes corrigées dans la section d'étude, contraintes dans le plan : (a) σ_x ; (b) σ_y ; (c) σ_{xy} ; contraintes hors plan : (d) σ_z ; (e) σ_{xz} ; (f) σ_{yz} .
La traction est représentée en bleu, la compression en rouge
(en couleur sur la version électronique)

Les figures 4a à 4c montrent les contraintes planes : σ_x et σ_y sont respectivement parallèles et orthogonales à la direction de chargement (figures 4a et 4b), σ_{xy} est la contrainte de cisaillement dans le plan (figure 4c). Les conditions aux limites sont satisfaites dès lors que σ_y et σ_{xy} sont nulles sur le bord libre de chaque pli. Le pli extérieur (dont les fibres orientées à 0° sont alignées avec la direction de chargement) supporte de façon évidente une très forte contrainte ($\sigma_x = 2.77$ MPa, soit 2.77 fois l'amplitude du chargement). La correction apportée par CLEOPS est négligeable dans ce pli compte tenu de l'amplitude de la contrainte renseignée par la théorie des stratifiés. La surcontrainte dans le pli central (d'orientation 90° , orthogonal au chargement) doit par contre être prise en considération: la contrainte σ_x , qui sollicite le pli dans la direction transverse où seule la matrice reprend les efforts, est deux fois plus élevée à proximité du bord libre qu'au sein du pli (respectivement 0.22 and 0.09 MPa). Ce pli est par ailleurs soumis à une importante compression selon l'axe y ($\sigma_y = -0.86$ MPa). Le cisaillement dans le plan est élevé dans les deux plis d'orientation $\pm 45^\circ$ ($\sigma_y = \pm 0.45$ MPa). Les contraintes σ_y et σ_{xy} ne montrent aucun effet de bord puisque la correction minimise leur amplitude à proximité du contour de la plaque. Loin du bord (à partir de $Y = 6$ mm), l'amplitude des contraintes planes se stabilise à la valeur donnée par la théorie des stratifiés.

Le calcul des contraintes planes n'est pas suffisant au dimensionnement d'une plaque pour un chargement donné. Les contraintes hors plan sont calculées par CLEOPS et données en figures 4d à 4f. La traction hors plan (σ_z , figure 4d) est maximale dans le plan de symétrie (à $Z = 0$ mm). Elle sollicite le pli dans la direction transverse où seule la matrice reprend les efforts, et atteint 26 % du chargement. La contrainte de cisaillement σ_{xz} (figure 4e) est élevée à l'interpli entre les couches à $\pm 45^\circ$ (0.21 MPa). Le cisaillement σ_{yz} (figure 4f) est inexistant sur le bord libre et reste faible dans la plaque : sa valeur maximale (0.14 MPa) est atteinte à quelques dixièmes de mm du bord libre, à l'interface entre les couches à -45° et 90° .

Les surcontraintes locales à proximité du bord libre de la plaque peuvent induire un arrachement du pli à 90° (sous l'effet de σ_z) ou encore être à l'origine du délaminage interlaminaire entre les plis à $\pm 45^\circ$ (avec le cisaillement σ_{xz}). Ces contraintes hors plan décroissent de façon exponentielle loin du bord et sont négligeables à $Y = 6$ mm (trois fois l'épaisseur totale de la plaque).

3.2. Comparaison avec un modèle EF 3D

Les contraintes calculées par CLEOPS sont comparées aux résultats d'un modèle tridimensionnel par éléments finis. Un modèle Abaqus est mis en données avec les mêmes géométries, taille d'éléments, propriétés des matériaux et chargements que dans le modèle CLEOPS. Le maillage hexahédrique ne présente aucun raffinement (taille des éléments: 0.1, 0.1 et 0.0625 mm, respectivement le long des directions X, Y et Z). Les résultats renseignés par CLEOPS (lignes pleines) et par le modèle EF (lignes discontinues) sont détaillés en figure 5 : les contraintes planes (figure 5a) et hors plan (figure 5b) sont comparées. À titre d'exemple, la figure 5c montre la distribution des écarts d'amplitude de contraintes dans la direction hors plan

$(|\sigma_{Z\ CLEOPS}| - |\sigma_{Z\ FEA}|)$, mesurée sur les nœuds à position identique. Les différences positives et négatives (dégradés respectivement de noir et rouge, en couleur sur la version électronique) indiquent que le calcul CLEOPS sur- et sous-estime les contraintes, sans distinction entre la traction et la compression.

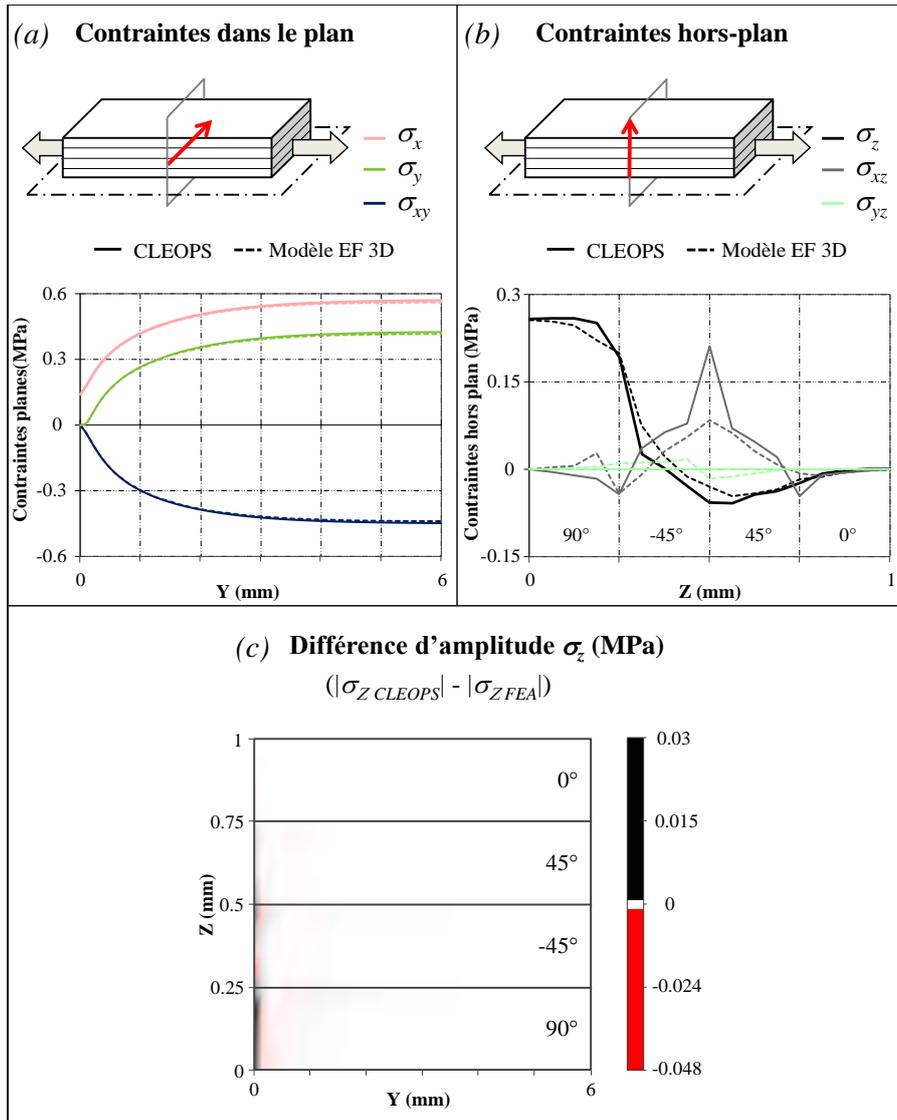


Figure 5. Comparaison des résultats des modèles CLEOPS et éléments finis tridimensionnel : (a) Contraintes dans le plan ($Z = 0.375\text{ mm}$, dans le pli d'orientation -45°) ; (b) Contraintes hors plan ($Y = 0\text{ mm}$, bord libre) ; (c) Différence d'amplitude, contrainte σ_z dans la section d'étude $(|\sigma_{CLEOPS}| - |\sigma_{EF}|)$

Les résultats renseignés par CLEOPS et par le modèle EF 3D concordent. Les différences d'amplitude relevées en figures 5b et 5c sont imputables à l'approximation du calcul par éléments finis : les contraintes sont moyennées à l'échelle de l'élément et extrapolées sur les nœuds du bord libre. C'est pour cette raison que la contrainte σ_{yz} n'est pas nulle pour le modèle par éléments finis. Comme les profils ont une évolution similaire et ne présentent que de faibles écarts d'amplitude, la précision du calcul CLEOPS est considérée comme correcte.

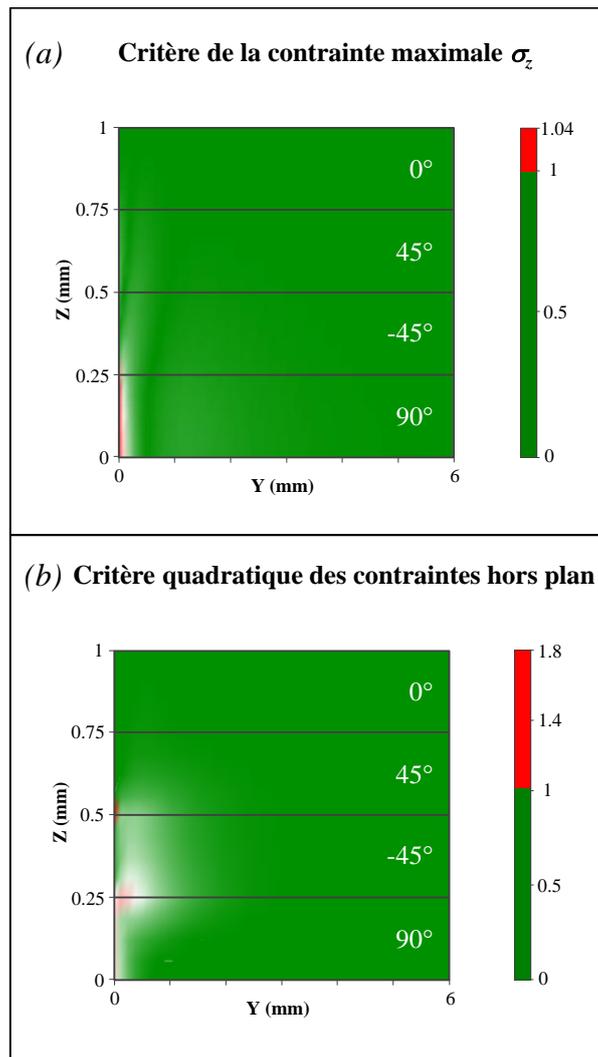


Figure 6. Distribution du critère de rupture dans la section d'étude :
 (a) Critère de la contrainte maximale (σ_z) ; (b) Critère quadratique hors plan
 (en couleur sur la version électronique)

3.3. Effets de bord et délaminage

L'amplitude du chargement est augmentée jusqu'à atteindre 400 MPa pour observer le délaminage du stratifié. Des critères de rupture sont appliqués aux résultats renseignés par CLEOPS (Brewer et Lagace, 1988 ; Leguillon *et al.*, 2001 ; Lagunegrand *et al.*, 2006). A titre d'exemple, la figure 6a illustre la distribution du

critère de la contrainte maximale, donné par $\frac{\sigma_z}{\sigma_T}$ puisque σ_z est la contrainte la plus

critique (σ_T est la limite à la rupture en fatigue dans la direction hors plan). La figure 6b montre la distribution d'un critère quadratique hors plan, donné par l'équation

$\frac{\sigma_z}{\sigma_T} + \frac{\sigma_{XZ}^2 + \sigma_{YZ}^2}{\sigma_{LT}^2}$. Le délaminage est initié lorsque l'amplitude du critère est égale ou

supérieure à 1 (zone en nuance de rouge sur la version électronique de cet article).

Dans les deux cas, l'amplitude du critère reste faible au sein du pli, pratiquement nulle à $Y = 6$ mm lorsque les effets de bord deviennent négligeables. Les maximas sont observés localement à proximité du contour de la plaque, la limite de rupture est même dépassée: l'amplitude atteint 1.04 et 1.8, respectivement pour les critères de la contrainte maximale et quadratique hors plan. Cette étude met en évidence la présence de deux zones critiques à proximité du bord libre: le pli central (d'orientation 90°) et l'interface entre les plis à $\pm 45^\circ$ sont respectivement soumis à une forte traction hors plan (qui représente 26% du chargement initial) et à du cisaillement (0.21 MPa dans le plan XZ). Le risque de délaminage local dû aux effets de bord combinés est particulièrement élevé, alors que la théorie des stratifiés renseigne des contraintes bien inférieures aux seuils de délaminage.

4. Effets de bord dans un assemblage collé

La méthode est étendue aux assemblages collés. La figure 7 schématise un assemblage à double recouvrement: deux lames de composite carbone époxy (d'orientation $[45^\circ, -45^\circ]$) sont collées sur les faces d'une plaque de Dural par l'intermédiaire d'une fine couche d'adhésif, la moitié de cette plaque à symétrie miroir est modélisée. Le plan XZ est considéré comme un plan de coupe (coupe fictive) sur lequel est reporté le chargement appliqué sur la plaque métallique. La configuration géométrique et la section d'étude sont donc similaires au cas décrit en section 3, à l'exception de la direction de chargement, ici le long de l'axe Y. L'éprouvette est sollicitée en traction sur la couche médiane, de sorte que l'état des contraintes planes soit uniaxial dans la lame métallique. L'amplitude du chargement est de 1 MPa afin de pouvoir facilement évaluer la répartition des différentes composantes de contraintes. La longueur d'étude est de 30 mm, soit approximativement trois fois l'épaisseur de l'assemblage, les effets de bord seront donc intégralement observables. Les propriétés des matériaux utilisés dans le modèle sont indiquées en tableau 2. 16 éléments (10 dans la plaque de Dural, 2 dans chacune des autres couches) et 100 points de calculs sont définis, respectivement dans la direction Z (hors plan) et Y (longueur d'études).

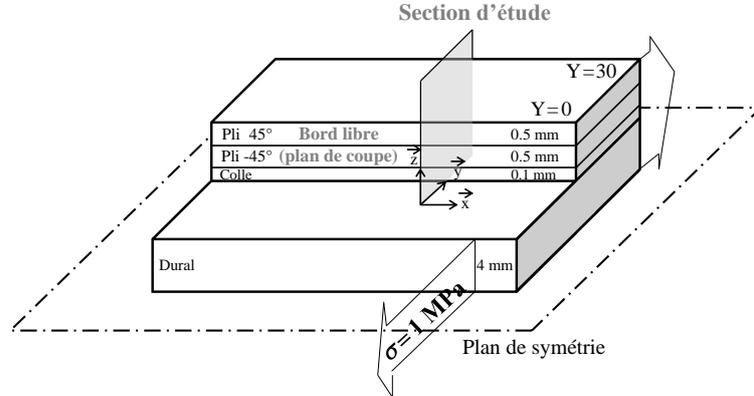


Figure 7. Schéma de l'assemblage collé soumis à un chargement plan

Tableau 2. Propriétés des matériaux de l'assemblage

Propriétés élastiques			
Composite	$E_L = 145\,000\text{ MPa}$ $E_T = 10\,500\text{ MPa}$ $E_Z = 10\,500\text{ MPa}$	$G_{LT} = 4\,600\text{ MPa}$ $G_{LZ} = 4\,600\text{ MPa}$ $G_{TZ} = 4\,300\text{ MPa}$	$\nu_{LT} = 0.29$ $\nu_{LZ} = 0.29$ $\nu_{TZ} = 0.25$
Adhésif	$E = 4\,000\text{ MPa}$	$G = 1\,490\text{ MPa}$	$\nu = 0.35$
Dural	$E = 75\,000\text{ MPa}$	$G = 28\,850\text{ MPa}$	$\nu = 0.3$

La distribution des contraintes est donnée en figure 8, en fonction de la longueur et de l'épaisseur de l'assemblage (une moitié de la plaque est représentée).

σ_x et σ_y sont les contraintes respectivement orthogonales et parallèles à la direction de chargement (figures 8a et 8b), σ_{xy} est la contrainte de cisaillement dans le plan (figure 8c). Les conditions aux limites sont satisfaites puisque σ_{xy} est nulle sur le bord libre de chaque couche. La couche médiane de Dural est de façon évidente soumise à une contrainte σ_y égale à l'amplitude du chargement (1 MPa). Les plis de composites sont soumis à des contraintes planes de traction ($\sigma_x = 0.33\text{ MPa}$ et $\sigma_y = 0.44\text{ MPa}$) et à un cisaillement élevé ($\sigma_{xy} = \pm 0.35\text{ MPa}$). Le film de colle n'est soumis qu'à une très faible contrainte plane de cisaillement ($\sigma_{xy} = 0.01\text{ MPa}$). Aucun effet de bord préjudiciable à la tenue de la structure n'est relevé pour les contraintes planes.

Les contraintes hors plan sont données en figures 8d à 8f. À l'inverse du cas décrit en section 3, la contrainte σ_z (figure 8d) ne soulève aucune question sur la tenue de la structure, puisque qu'il s'agit de compression. Son amplitude n'atteint que 20 % du chargement initial à l'interface entre les couches de Dural et d'adhésif.

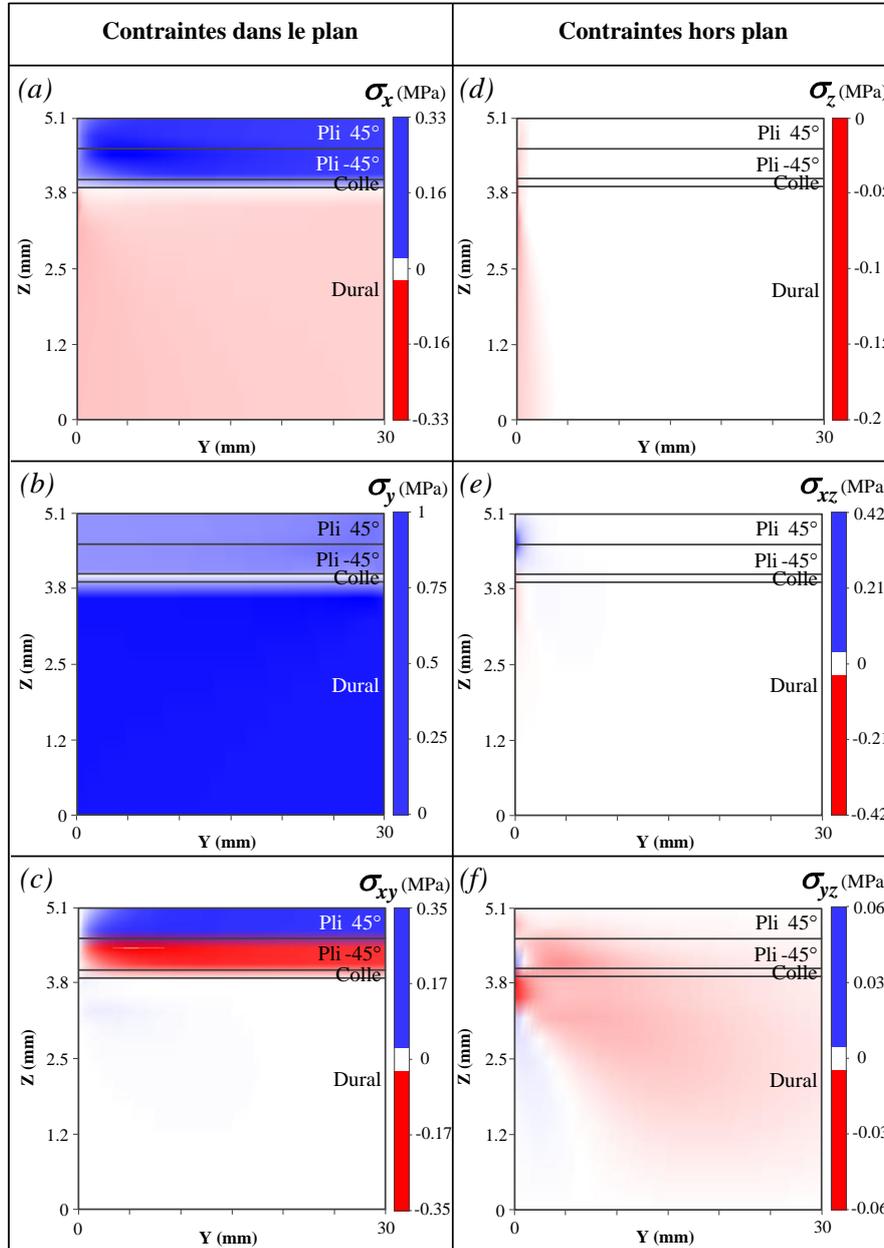


Figure 8. Distribution des contraintes corrigées dans la section d'étude, contraintes dans le plan : (a) σ_x ; (b) σ_y ; (c) σ_{xy} ; contraintes hors plan : (d) σ_z ; (e) σ_{xz} ; (f) σ_{yz} . La traction est représentée en bleu, la compression en rouge

La contrainte σ_{xz} (figure 8e) est maximale à l'interface entre les plis de $\pm 45^\circ$ (0.42 MPa), son amplitude est de 0.11 MPa à l'interface colle/Dural. Ces surcontraintes locales peuvent être à l'origine d'une rupture adhésive de l'assemblage, initiée à l'interface depuis le bord libre. La contrainte de cisaillement σ_{yz} (figure 8f) reste de faible amplitude: sa valeur maximale (± 0.06 MPa) est atteinte aux interfaces de part et d'autre de la couche d'adhésif.

5. Conclusion

La méthode CLEOPS, peu coûteuse en temps de calcul, offre une alternative aux calculs tridimensionnels par éléments finis. Elle donne la possibilité de quantifier les champs de contraintes à proximité des bords libres de stratifiés composites et d'assemblages collés. La distribution de critères de rupture quadratiques apporte une meilleure compréhension des phénomènes d'endommagement et permet d'anticiper l'initiation du délaminage près des bords. Avec la faible durée du calcul, il est possible de conduire des études paramétriques afin d'optimiser la géométrie de l'assemblage pour un chargement donné, particulièrement l'orientation et l'épaisseur de ses couches.

L'ajout de critères de rupture spécifiques, l'implantation directe de CLEOPS dans l'interface de logiciels commerciaux (au format plugin) seront implémentés dans la prochaine version du logiciel.

Bibliographie

- Brewer J.C., Lagace P.A. (1988). Quadratic stress criterion for initiation of delamination. *Journal of Composite Materials*, vol. 22, p. 1141-55.
- Carrere N., Vandellos T., Martin E. (2009). Multilevel analysis of delamination initiated near the edges of composite structures, *Proceedings of the 17th International Conference on Composite Materials (ICCM-17)*, Edinburgh.
- Dumontet H. (1985). Boundary layers stresses in elastic composites. *Studies in Applied Mechanics*, vol. 12, p. 215-32.
- Engrand D. (1981). A boundary layer approach to the calculation of transverse stresses along the free edges of a symmetric laminated plate of arbitrary width under in-plane loading. *Ed. I.H. Marshall, Appl. Sc. Publishers*, p. 247-61.
- Engrand D. (1985). Local effects calculations in composite plates by a boundary layer method. *Studies in Applied Mechanics*, vol. 12, p. 199-214.
- Esquej R., Castejon L., Lizaranzu M., Carrera M., Miravete A., Miralbes R. (2013). A new finite element approach applied to the free edge effect on composite materials. *Composite Structures*, vol. 98, p. 121-29.
- Friedrichs K.O., Dressler R.F. (1961). A boundary layer theory for elastic plates. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 14, p. 1-33.
- Horvay G. (1953). The end problem of rectangular strips. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 75, p. 87-94.

- Lagunegrand L., Lorriot T., Harry R., Wagnier H., Quenisset J.M. (2006). Initiation of free-edge delamination in composite laminates. *Composites Science and Technology*, vol. 66, p. 1315-27.
- Lécuyer F. (1991). *Etudes des effets de bord dans les structures minces multicouches*. Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.
- Leguillon D., Marion G., Harry R., Lécuyer F. (2001). The onset of delamination at stress-free edges in angle-ply laminates - Analysis of two criteria. *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 377-82.
- Lessard L.B., Schmidt A.S., Shokrieh M.M. (1996). Three-dimensional stress analysis of free-edge effects in a simple composite cross-ply laminate. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, p. 2243-59.
- Marion G. (2000). *Etude expérimentale et théorique de l'amorçage du délaminage au bord de matériaux composites stratifiés*. Thèse de l'Université Bordeaux 1.
- Mittelstedt C., Becker W. (2007). Free-edge effects in composite laminates. *Applied Mechanics Reviews*, vol. 60, p. 217-45.
- Nguyen V.T., Caron J.F. (2009). Finite element analysis of free-edge stresses in composite laminates under mechanical and thermal loading. *Composites Science and Technology*, vol. 69, p. 40-9.
- Pécastaings F. (1985). On a method to evaluate edge effects in elastic plates. *Studies in Applied Mechanics*, vol. 12, p. 101-126.
- Perret L., Lécuyer F., Allix O., Engrand D. (1991). Perforated composite plates - Effects of the curvature on three dimensional stress distributions around holes - Comparison between two different methods, *Proceedings of the 7th International Conference on Composite Materials (ICCM-7)*, Honolulu.
- Tang S. (1975). A boundary layer theory - Part I: Laminated composites in plane stress. *Journal of Composite Materials*, vol. 9, p. 33-41.
- Weiss A. (2010). *Comportement en fatigue des zones de reprises de plis*. Thèse de l'Université de Toulouse.
- Zhang C., Binienda W.K. (2014). A meso-scale finite element model for simulating free-edge effect in carbon/epoxy textile composite. *Mechanics of Materials*, vol. 76, p. 1-19.