
Aide à la programmation pluriannuelle, et à échelle d'un réseau routier, des travaux d'entretien

Définition d'une nouvelle approche par satisfaction de contraintes

Pierre Hankach¹, Tristan Lorino²

1. LUNAM Université, IFSTTAR, MAST, LAMES

F-44340 Bouguenais, France

pierre.hankach@ifsttar.fr

2. LUNAM Université, IFSTTAR, AME, EASE

F-44340 Bouguenais, France

tristan.lorino@ifsttar.fr

RÉSUMÉ. Le maintien des réseaux routiers en bon état est un enjeu essentiel pour l'économie et le confort de la population. Cependant, avec les restrictions budgétaires de ces dernières années, les ressources financières disponibles pour les gestionnaires des réseaux routiers sont de plus en plus limitées. Par conséquent, optimiser l'efficacité de l'entretien, à travers le bon choix des interventions à réaliser, devient primordial. Un système d'aide à la gestion est un logiciel informatique qui permet d'assister le processus de programmation des travaux d'entretien sur un réseau routier. Les systèmes de gestion existants varient considérablement en termes de sophistication. Dans cet article, nous présentons une nouvelle approche pour mettre en œuvre un tel système basée sur la programmation par contraintes. Cette approche apporte plusieurs avantages, notamment : une modélisation par contraintes intuitive et adaptée à la nature du problème de programmation des travaux d'entretien ; une séparation de la formulation du problème et de l'implémentation des algorithmes de résolution ; des algorithmes de résolution optimisés directement applicables après la formulation du problème ; une grande variété de types de contraintes ; la malléabilité du système par ajout ou retrait de contraintes.

ABSTRACT. Maintaining the road networks in a good condition is essential to the economy and the comfort of the population. However, road operators are increasingly working with ever more limited budgets and financial constraints. Therefore, optimizing the efficiency of maintenance, through the right choice of interventions, becomes very important. Pavement management systems are computer software that assists this management process. Existing pavement

management systems vary greatly in terms of their sophistication. In this paper, a new approach for implementing a pavement management system is defined based on the constraint programming (CP) paradigm. This approach offers many advantages including many efficient resolution algorithms, the ease of modelling, clarity of implementation as modelling and resolution are separated, a wide variety of constraint types, malleability in adding or retrieving constraints.

MOTS-CLÉS : réseaux routiers, systèmes d'aide à la gestion de l'entretien, programme d'entretien pluriannuel, optimisation, programmation par contraintes, problèmes de satisfaction de contraintes.

KEYWORDS: road networks, pavement management systems, multi-year network-level maintenance program, optimization, constraint programming, constraint satisfaction problems.

DOI:10.3166/RIA.30.271-297 © 2016 Lavoisier

1. Introduction

Le maintien des réseaux routiers en bon état est un enjeu essentiel pour l'économie et le confort de la population. Aujourd'hui et certainement pour plusieurs décennies encore, une grande partie du fret et des déplacements des particuliers s'effectuent par la route. Cependant, avec les restrictions budgétaires de ces dernières années, les ressources financières disponibles pour les gestionnaires des réseaux routiers sont de plus en plus limitées. Ainsi, le coût de toutes les interventions d'entretien nécessaires dépasse invariablement le budget disponible. Par conséquent, optimiser l'efficacité de l'entretien, à travers le bon choix des interventions à réaliser, devient primordial. L'objectif est d'aboutir au meilleur état possible du réseau routier avec les ressources financières allouées, afin que ce dernier continue de remplir ses fonctions de manière satisfaisante.

Un système d'aide à la gestion est un logiciel informatique qui permet d'assister le processus de programmation des travaux d'entretien sur un réseau routier. Les systèmes de gestion existants varient considérablement en termes de sophistication. Un système « simple » prend en compte quelques paramètres pour le calcul d'un programme d'entretien alors qu'un système plus complexe intègre un grand nombre de facteurs d'influence. Un système de gestion « simple » est par exemple un système qui calcule les travaux d'entretien en se basant sur un seul critère comme la date de la dernière intervention sur les sections du réseau. Cependant, une telle approche est loin d'être efficace.

Les systèmes d'aide à la gestion sophistiqués prennent généralement en compte un grand nombre d'indicateurs d'état de la chaussée, en plus des contraintes budgétaires, afin d'établir un programme de travaux d'entretien. Parmi les données d'entrée de ces systèmes figurent : les données décrivant l'état actuel de toutes les sections de chaussée du réseau, les objectifs et préférences du gestionnaire par rapport à l'état du réseau pour les prochaines années ainsi que le budget alloué annuellement sur la période d'analyse considérée. La sortie du système est un programme d'entretien

détaillé, avec les travaux à réaliser chaque année sur toutes les sections du réseau pendant la période d'analyse.

Plusieurs approches pour mettre en œuvre un système d'aide à la gestion ont été développées, chacune ayant ses avantages et inconvénients. L'approche par priorisation est celle qui est le plus largement adoptée. Dans cette approche, pour réduire à la fois la complexité de modélisation et de calcul, le traitement est divisé en deux phases successives : 1) dans la première phase, un ensemble de règles (appelé stratégie d'entretien) définies par un expert sont utilisées pour calculer, pour chaque section, les travaux d'entretien qu'il est nécessaire d'appliquer pour ramener son état actuel ou prévu (dans les années à venir) à celui souhaité par le gestionnaire. Par exemple, si le taux de fissuration de fatigue souhaité est inférieur à 5 %, des travaux adaptés sont identifiés si l'état actuel présente un taux supérieur à ce seuil. Si l'état actuel présente un taux inférieur, l'évolution de cette fissuration est prévue grâce à des modèles d'évolution de la fissuration afin d'identifier l'année à laquelle les travaux deviennent nécessaires ; 2) dans la seconde phase, un classement par ordre de priorité de tous les travaux d'entretien identifiés dans la première phase est réalisé. Ainsi, en suivant ce classement réalisé pour chaque année de la période d'analyse en commençant par la première, les travaux sont réalisés par ordre de priorité et ceci jusqu'à épuisement du budget. Les travaux non réalisés sont repoussés aux années suivantes. La figure 1 illustre le traitement séquentiel dans les systèmes de calcul de programme d'entretien par priorisation. Un exemple d'un tel système est illustré dans Lepert (1996) et dans Freitas *et al.* (1998).

Les systèmes d'aide à la gestion par priorisation ont deux inconvénients majeurs : premièrement, la stratégie définie par l'expert guide le choix des travaux d'entretien, par conséquent toutes les options possibles ne sont pas évaluées et le programme d'entretien obtenu ne représente pas une solution optimale ; deuxièmement, la définition d'une stratégie est un travail fastidieux et nécessite l'intervention d'un expert.

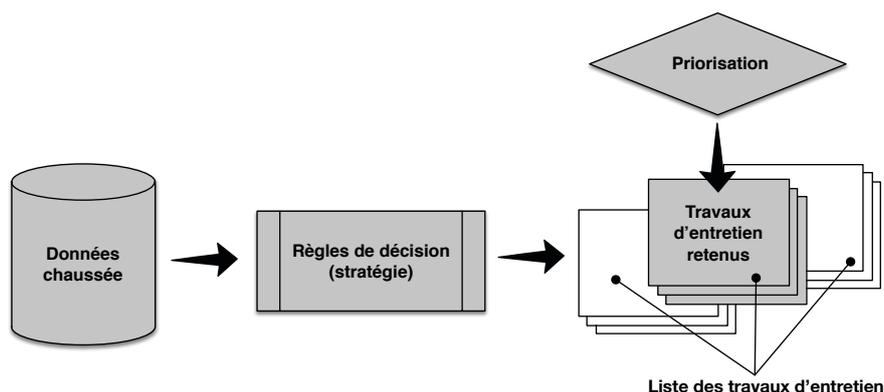


Figure 1. Traitement séquentiel dans les systèmes d'aide à la gestion par priorisation

L'aide à la gestion par optimisation constitue une alternative pour surmonter les limites des systèmes d'aide à la gestion par priorisation. Dans cette approche, l'espace de recherche n'est plus limité par des règles définies par un expert et le processus de traitement n'est plus séquentiel. Un espace de recherche contenant toutes les solutions possibles est considéré, l'objectif étant de trouver la solution optimale, c'est-à-dire celle qui aboutit au meilleur état possible du réseau routier étant donné un budget fixe. Néanmoins, explorer toutes les solutions possibles engendre une grande complexité calculatoire. En effet, dans le processus de gestion de l'entretien, un réseau routier est découpé en sections de longueur fixe et limitée (par exemple 200 m). Cette opération induit un grand nombre de sections à considérer. Sur chaque section, et à chaque année, une ou plusieurs actions d'entretien sont possibles, selon l'état de la chaussée. La simulation systématique de toutes les combinaisons possibles sur toutes les sections et durant une période de plusieurs années nécessite un temps de calcul très important. Des algorithmes efficaces de recherche de la meilleure solution sont alors nécessaires. Dans la littérature, plusieurs systèmes d'aide à la gestion par optimisation ont été développés. Algorithmiquement, ces systèmes font appel à la programmation linéaire ou aux algorithmes génétiques. Ils seront présentés ultérieurement (section 3.3) et comparés à notre approche.

Dans cet article, nous présentons une nouvelle approche d'aide à la gestion par optimisation pour résoudre le problème de programmation des travaux d'entretien basée sur la programmation par contraintes. La programmation par contraintes, développée dans le domaine de l'intelligence artificielle, et souvent utilisée pour résoudre les problèmes d'optimisation d'une grande complexité computationnelle ; ses performances ont été démontrées sur des problèmes à forte combinatoire. À notre connaissance, cette approche n'a encore jamais été appliquée dans le domaine de la gestion de l'entretien routier. En plus d'apporter des algorithmes de résolution performants, elle offre plusieurs avantages, notamment une modélisation par contraintes intuitive et adaptée à la nature du problème de programmation des travaux d'entretien, une séparation de la formulation du problème et de l'implémentation des algorithmes de résolution, une grande variété de types de contraintes, la malléabilité du système par ajout/retrait de contraintes, etc.

2. Programmation de l'entretien : données et approche

2.1. Le réseau

Le réseau routier comprend une ou plusieurs routes, caractérisées par leur tracé et leurs caractéristiques géométriques (nombre de voies, largeur des voies, etc.). Afin de pouvoir localiser les événements – tels que les dégradations –, un système de repérage linéaire est associé au réseau. Ainsi, à chaque route sont associés un identifiant unique et un ensemble de points de localisation (PLO).

Pour des raisons pratiques de traitement, le réseau est segmenté en tronçons de longueur fixe (de 200 m généralement). Chaque tronçon est repéré en précisant les « PLO + Abscisse » des points de début et de fin.

2.2. Les indicateurs

Un indicateur est une grandeur numérique résultant directement d'une mesure ou d'un relevé, et traduisant l'évolution d'un phénomène physique, chimique, mécanique ou environnemental affectant ou concernant la chaussée. Les indicateurs traduisent, par exemple, les niveaux de fissuration, de déformation, d'adhérence, le trafic ou les caractéristiques du climat.

Les valeurs des indicateurs sont généralement lues dans une base de données routières ou un système d'information géographique. À chaque section de chaussée, une valeur est attribuée à chaque indicateur. Cette valeur reflète le pourcentage de la section touchée par le phénomène représenté par l'indicateur correspondant (tel que défini par le catalogue français des dégradations de surface des chaussées (LCPC, 1998)). Par conséquent, cette valeur varie de 0 à 100 %. Par exemple, étant donné une section de chaussée de 200 m, la valeur de l'indicateur des fissures longitudinales est de 40 (%) si 80 m de la section sont couverts par ces fissures. Les valeurs des indicateurs varient de façon monotone sur toute la période de vie d'une chaussée, en l'absence de travaux.

2.3. Travaux d'entretien

Les travaux d'entretien appliqués dépendent de l'état de la chaussée : une section sévèrement endommagée peut nécessiter une reconstruction alors que pour une section qui ne présente que quelques défauts, une intervention légère comme du colmatage peut suffire. L'applicabilité des travaux est ainsi définie en fonction des valeurs des indicateurs d'état.

Pour chaque traitement d'entretien est ainsi défini un domaine d'application ou d'exclusion. La figure 2 illustre l'applicabilité des travaux en fonction des valeurs d'un indicateur.

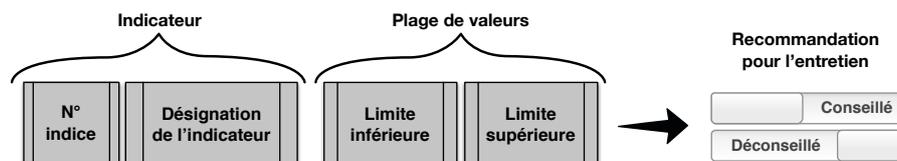


Figure 2. Applicabilité d'un traitement d'entretien en fonction des valeurs d'un indicateur

Il est à noter que lorsqu'un indicateur n'est pas mentionné dans les règles d'application d'un traitement, cela signifie que celui-ci est facultatif (ni conseillé, ni déconseillé) vis-à-vis de cet indicateur. Le tableau 1 illustre l'applicabilité du traitement d'entretien « enduit superficiel » en fonction de différents indicateurs.

Tableau 1. Illustration d'une table d'application d'un traitement d'entretien : cas d'un enduit superficiel

Indice	Indicateur	Limites (%) de la plage		Recommandation
		inférieure	supérieure	
1	Adhérence	0	70	Conseillé
2	Orniérage	15	100	Déconseillé
3	Affaïssement	15	100	Déconseillé
4	Fiss.* transversale	10	100	Déconseillé
5	Fiss.* de fatigue	0	100	Déconseillé
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

*Fiss. : fissuration.

Une pratique répandue dans la programmation des travaux d'entretien, est de définir des séquences d'entretien. Cette pratique permet de préciser les combinaisons de travaux d'entretien compatibles sur une période d'analyse donnée. Elle permet aussi de réduire la complexité de calcul en réduisant le nombre d'alternatives à prendre en compte. Une séquence d'entretien est définie par un tableau précisant l'enchaînement des traitements et l'intervalle entre deux traitements successifs, qui est fixe (tableau 2).

Tableau 2. Description de séquences d'entretien (ES = enduit superficiel, BBTM = béton bitumineux très mince)

N° séquence	Traitement 1	Intervalle 1/2	Traitement 2	Intervalle 2/3	Traitement 3
1	ES	8 ans	BBTM	7 ans	ES
2	ES	5 ans	BBTM	7 ans	BBTM
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

L'applicabilité d'une séquence de traitement est simplement celle du premier traitement de la séquence (définie ci-dessus).

2.4. Évolution de l'état de la chaussée pendant la période d'analyse

Afin de réaliser une programmation pluriannuelle de l'entretien, l'évolution des indicateurs pendant la période d'analyse doit être calculée. Plusieurs lois d'évolution des dégradations de surface, quantifiées par la longueur de chaussée affectée par ces dégradations en proportion de la longueur des sections élémentaire, ont été développées (Rèche, 2004 ; Khraibani *et al.*, 2012 ; Senga Kiessé *et al.*, 2014). Dans cet article, la loi statistique développée dans Lepert *et al.* (2003) est adoptée : basée sur une modélisation fidèle à la mécanique des matériaux de chaussée, elle a été programmée dans le logiciel GiRR (Ifsttar, 2006), système d'aide à la gestion de l'entretien par priorisation (cf. §1), que de nombreux gestionnaires publics ou privés utilisent pour bâtir

leur politique d'entretien routier. Cette loi, qui se base sur des données d'évolution observées, a une forme exponentielle, et s'exprime de la façon suivante :

$$V_j(t) = V_d + (V_f - V_d) \times k_j(t) \quad (1)$$

avec :

$$k_j(t) = \begin{cases} 1 - \frac{R_j}{q_0 \times t^{p_0}} & \text{si } t \geq t_0 = \left(\frac{R_j}{q_0}\right)^{\frac{1}{p_0}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

où :

- j est l'indice de section de route ;
- $V_j(t)$ est la valeur de l'indicateur pour la section j à l'âge t ;
- V_d and V_f sont les valeurs de départ et de fin de l'évolution de l'indicateur, en général 0 et 100 ;
- p_0 et q_0 sont respectivement les paramètres de forme et d'amorçage de la loi, et ils sont estimées à partir de l'analyse globale des données ;
- R_j est la robustesse de la loi appliquée à une section. Elle varie de 0 à l'infini, la valeur 1 caractérisant l'évolution sur la section de comportement moyen ;
- $k_j(t)$ est un coefficient défini par la relation (2), représentatif de l'évolution de l'indicateur suivant une loi exponentielle.

Quand une intervention d'entretien a lieu sur une section du réseau, deux modifications de l'état de cette dernière doivent être prises en compte :

- les dégradations sont plus ou moins réparées, les indicateurs correspondants étant alors ramenés à une valeur prévisible (en général 0) ;
- la suite de l'évolution des dégradations est altérée car la structure de la chaussée a été modifiée. Dans cet article, cette évolution est supposée suivre la même loi que celle décrite ci-dessus, en ajoutant deux paramètres à la loi : le temps de latence, qui indique le temps pendant lequel la chaussée reste sans dégradation visible (à zéro) et la période d'effet qui indique le temps au bout duquel la nouvelle courbe d'évolution rejoint la courbe d'origine (Rèche, 2004).

La figure 3 illustre l'évolution d'un indicateur sur une section sans entretien et après entretien.

2.5. Politique du gestionnaire

En plus de définir un budget global et sa répartition sur la période d'analyse, le gestionnaire du réseau routier définit également :

- l'importance de chaque indicateur sur une échelle de 0 (pas important) à 100 (essentiel) ;
- les valeurs limites que chaque indicateur ne doit pas dépasser ;
- les traitements spécifiques que le gestionnaire souhaite imposer sur certaines sections de chaussée.

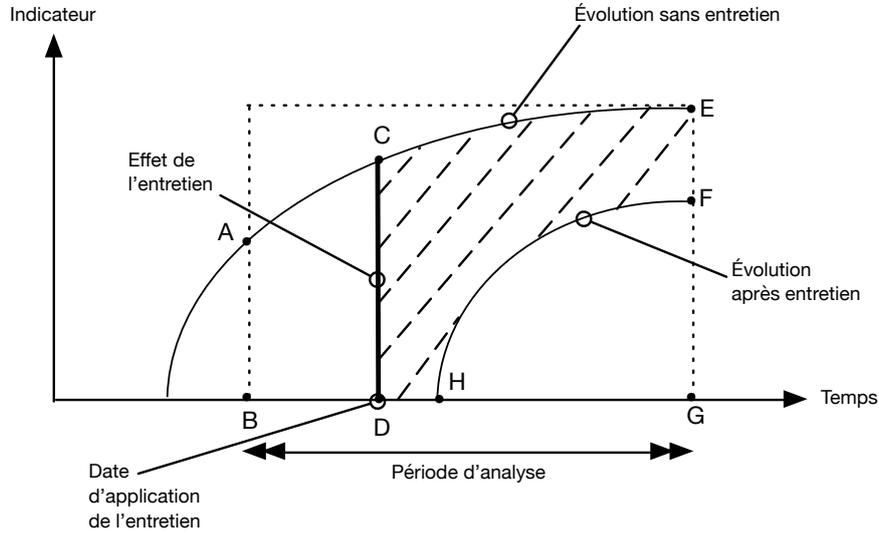


Figure 3. Évolution d'un indicateur sur une section sans entretien et après entretien

2.6. Programmation des travaux d'entretien : efficacité et contraintes

L'objectif de la programmation est de maximiser l'efficacité des travaux d'entretien tout en respectant diverses contraintes techniques, de budget, de condition de la chaussée, etc. L'efficacité de l'entretien est mesurée par le gain observé sur les valeurs des indicateurs. Pour un indicateur donné, ce gain est représenté par la surface entre la courbe représentant l'évolution de l'indicateur sans travaux et celle si des travaux ont été réalisés (il s'agit de l'aire CDHFEC sur la figure 3).

L'effet technique d'un traitement vis-à-vis d'un indicateur k est établi en calculant le rapport :

$$e_k = \frac{\text{Aire intérieure CDHFEC}}{\text{Aire intérieure ABGEA}} \tag{3}$$

L'effet technique d'une séquence de traitement sur une section donnée, est une somme pondérée de l'effet technique sur l'ensemble des indicateurs. Le poids de chaque indicateur est renseigné par le gestionnaire (cf. §2.5). La formule suivante donne l'effet technique d'une séquence de traitement par section :

$$\frac{\sum_k \lambda_k e_k}{\sum_k \lambda_k} \tag{4}$$

où :

- e_k est l'effet technique de la séquence vis-à-vis du seul indicateur k ;
- λ_l est le coefficient d'importance donnée à cet indicateur par le gestionnaire.

L'effet technique d'un programme d'entretien sur un réseau entier est l'addition de l'effet technique des séquences de travaux d'entretien appliquées à toutes les sections du réseau. L'objectif est de maximiser cette entité étant donné diverses contraintes.

En réalité, l'application des travaux d'entretien doit obéir à des règles techniques bien précises. À ces règles s'ajoutent les restrictions budgétaires à respecter, ainsi que des valeurs limites à ne pas dépasser concernant l'état du réseau. Ces règles, restrictions et seuils sont exprimés comme des contraintes :

- les contraintes techniques valident l'applicabilité d'un traitement donné, qui peut être appliqué uniquement s'il est considéré pertinent par rapport à la valeur d'au moins un indicateur et non déconseillé par rapport aux valeurs des autres indicateurs ;
- les contraintes de coût assurent le respect et la bonne répartition du budget ;
- les contraintes de condition permettent de refléter les préférences du gestionnaire par rapport à l'importance des indicateurs et des seuils à respecter.

Dans la suite, et en partant de cette description, le problème de programmation des travaux d'entretien sera formulé comme un problème de satisfaction de contraintes (*Constraint Satisfaction Problem*, CSP).

3. Programmation par contraintes

3.1. Présentation

La programmation par contraintes (Tsang, 1993 ; Rossi *et al.*, 2006) est un paradigme puissant pour résoudre des problèmes à forte combinatoire. Elle s'appuie sur un éventail de techniques issues de l'intelligence artificielle, de la recherche opérationnelle, de la théorie des graphes, etc. L'idée de base de cette approche est que l'utilisateur modélise le problème sous forme de contraintes (et éventuellement une fonction objectif) et un solveur d'usage général est utilisé pour le résoudre. Les contraintes sont des relations entre un ensemble de variables de décision, et l'ensemble de ces contraintes forment un CSP. Un problème d'optimisation sous contraintes (COP) est un CSP augmenté d'une fonction objectif f .

Formellement, un CSP est défini par le triplet $(X ; D ; C)$ où :

- $X = \{X_1 ; X_2 ; \dots ; X_n\}$ est l'ensemble des variables du problème ;
- D est la fonction qui associe à chaque variable X_i son domaine $D(X_i)$, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs que peut prendre X_i ;
- $C = \{C_1 ; C_2 ; \dots ; C_k\}$ est l'ensemble des contraintes. Chaque contrainte C_j est une relation entre certaines variables de X , restreignant les valeurs que peuvent prendre simultanément ces variables.

L'exemple suivant représente un CSP :

$$\left| \begin{array}{l} X = \{a ; b ; c ; d\} ; \\ D(a) = D(b) = D(c) = D(d) = \{0 ; 1\} ; \\ C = \{a \neq b ; c \neq d ; a + c \leq b\}. \end{array} \right.$$

Ce CSP comporte 4 variables a, b, c et d , chacune pouvant prendre 2 valeurs (0 ou 1). Ces variables doivent respecter les contraintes suivantes : a doit être différente de b , c doit être différente de d et la somme de a et c doit être inférieure ou égale à b .

Étant donné un CSP $(X ; D ; C)$, sa résolution consiste à affecter des valeurs aux variables, de telle sorte que toutes les contraintes soient satisfaites. La notation $A = \{(X_1 ; V_1) ; (X_2 ; V_2) ; \dots ; (X_r ; V_r)\}$ représente l'affectation qui instancie la variable X_1 par la valeur V_1 , la variable X_2 par la valeur V_2 , ..., et la variable X_r par la valeur V_r . Par exemple, sur le CSP précédent, $A = \{(b ; 0) ; (c ; 1)\}$ est l'affectation qui instancie b à 0 et c à 1.

Dans le cas où un CSP a plusieurs solutions, des relations de préférence entre ces solutions existent par rapport aux critères fixés par le décideur. L'optimisation consiste alors à rechercher la meilleure solution au regard de la préférence du décideur. Ce critère d'optimalité est généralement associé à la maximisation/minimisation d'une fonction objectif f d'un sous-ensemble de variables.

Pour résoudre un CSP ou un COP, une forme de recherche est généralement utilisée. Les méthodes de résolution sont génériques, c'est-à-dire qu'elles ne dépendent pas de l'instance à résoudre. Cependant, des techniques dédiées améliorent la résolution de différentes classes de problèmes. Plusieurs techniques existent, par exemple les algorithmes de recherche arborescente (Rossi *et al.*, 2006) dont le comportement peut être amélioré par des techniques de consistance ou des contraintes globales (Van Hoesve, 2001). D'autres algorithmes plus avancés incluent le « *conflict directed back-jumping* » ou « *intelligent backtracking* » (Gaschnig, 78), le « *dynamic backtracking* » (Ginsberg, 1993) et le « *nogood recording* » (Stallman, Sussman, 1977).

Plusieurs implémentations informatiques des algorithmes de résolution existent et sont prêtes à l'emploi. Des bibliothèques sont disponibles dans plusieurs langages de programmation (C++, Java, Prolog, Python). Parmi les solveurs les plus connus, citons : Or-tools (Developers, 2016), Gecode (Gecode.org, 2016), Choco (Choco-solver.org, 2016), etc.

Un problème de programmation par contraintes est généralement traité en trois étapes : à la première étape, le problème est décrit, les variables de décision et les contraintes sont identifiées. Lors de la deuxième étape, la modélisation dans le formalisme de satisfaction de contraintes est conduite, cette étape constituant la partie la plus difficile du processus. Finalement, à la troisième étape, un solveur est utilisé pour fournir une solution.

3.2. Avantages

L'approche par satisfaction de contraintes offre un grand nombre d'avantages et est particulièrement bien adaptée à la problématique de programmation des travaux d'entretien :

1. cette approche, à la différence de l'approche par priorisation exposée ci-dessus, permet d'explorer toutes les solutions possibles afin d'identifier celle qui est optimale ;

2. le processus de modélisation est intuitif car le problème de la programmation des travaux d'entretien s'exprime naturellement par des contraintes. Les contraintes sont particulièrement appropriées pour définir la façon dont les travaux doivent être appliqués ;

3. une grande variété de types de relations entre les variables peuvent être modélisés dans ce formalisme en utilisant des opérateurs algébriques ou logiques. Ceci est très utile en raison de la nature hétérogène des contraintes du problème de la programmation des travaux d'entretien ;

4. des algorithmes et des solveurs avec des performances de calcul optimisées sont fournis et prêts à l'emploi ;

5. le système est très malléable et son fonctionnement peut être réglé facilement en ajoutant ou en retirant des contraintes ;

6. les processus de modélisation et de résolution algorithmique sont séparés, améliorant ainsi la maintenabilité du système ;

7. enfin, cette approche est reconnue pour son efficacité dans la résolution des problèmes combinatoires difficiles.

3.3. *Comparaison avec d'autres approches d'optimisation*

Un certain nombre d'approches d'optimisation ont été développées pour la programmation de l'entretien des chaussées. Une de ces approches consiste à modéliser la programmation de l'entretien comme un problème de programmation linéaire (Matousek, Gärtner, 2006). De la Garza *et al.* (2011) présentent un exemple d'un tel système : le problème est formulé comme un ensemble d'équations d'inégalités linéaires avec une fonction objectif. Un algorithme de résolution des équations linéaires (par exemple, l'algorithme simplex de Boyd et Vandenberghe (2004)) est utilisé pour trouver une solution. L'utilisation d'une méthode robuste d'optimisation mathématique comme la programmation linéaire peut être attrayant, mais elle souffre d'un inconvénient majeur : toutes les contraintes de programmation de l'entretien ne peuvent être formulées sous forme d'équations linéaires, limitant ainsi la sophistication et l'exhaustivité du système.

Les algorithmes génétiques (Holland, 1975) constituent une autre approche qui a été utilisée récemment dans certaines implémentations de systèmes d'aide à la gestion (Fwa *et al.*, 1996 ; Herabat, Tangphaisankun, 2005 ; Mathew, Isaac, 2014). Un algorithme génétique tente de trouver une solution (dans ce cas, un programme d'entretien) en reproduisant les processus d'évolution naturelle : les solutions qui ont les caractéristiques les plus adaptées dans l'environnement sont plus susceptibles de se reproduire et de survivre. La population initiale évolue de manière à améliorer les caractéristiques des individus. Dans la prochaine génération, les meilleures caractéristiques des parents sont héritées par leur progéniture, améliorant ainsi leurs caractéristiques. Généralement, un grand nombre d'itérations avec un grand nombre d'individus est nécessaire pour obtenir des solutions optimales. Par conséquent, l'une des critiques de l'utilisation des algorithmes génétiques par rapport aux autres solveurs est son coût de

calcul relativement élevé (Harik *et al.*, 1999 ; Marler, Arora, 2004). Une autre critique, comme le souligne Marler et Arora (2004), est la complexité de programmation par rapport à d'autres approches. La complexité de programmation est relative au processus de programmation d'un algorithme. En fait, il n'y a aucune technique générale que l'on peut utiliser pour implanter un algorithme génétique, mais différentes techniques peuvent être utilisées pour évaluer l'adaptabilité des solutions. Selon Marler et Arora (2004), aucune technique n'est supérieure à une autre. Au contraire, la sélection dépend de la préférence de l'utilisateur et de l'information disponible. En général, comme le soulignent Lu et Tolliver (2013), il n'y a aucune preuve que cette approche est meilleure qu'une autre pour résoudre le problème d'optimisation de l'entretien des réseaux routiers.

4. Modélisation du problème de programmation de l'entretien comme un problème de satisfaction de contraintes

4.1. Variables de décision et leurs domaines

Étant donné un réseau segmenté en sections de chaussée élémentaires (par exemple de 200 m chacune), et en considérant une période d'analyse donnée (par exemple 20 ans), la programmation pluriannuelle de l'entretien, à l'échelle du réseau, consiste à identifier la séquence de traitement à appliquer sur chaque section de la chaussée. Afin de modéliser les séquences de traitement appliquées, les variables de décision $X_{i,j,ts}$ sont définies, où :

- $i \in [1, \dots, N]$, N étant le nombre total de sections du réseau ;
- $j \in [1, \dots, M]$, M étant le nombre total de séquences de traitement ;
- $ts \in [1, \dots, T]$, T étant la durée de la période d'analyse.

Une variable $X_{i,j,ts}$ indique si la séquence de traitement j est appliquée à la section i à partir de l'année ts . Le domaine de $X_{i,j,ts}$ est $\{0,1\}$ avec :

$$X_{i,j,ts} = \begin{cases} 1 & \text{si la séquence } j \text{ est appliquée à la section } i \text{ à l'année } ts, \\ 0 & \text{si la séquence } j \text{ n'est pas appliquée à la section } i \text{ à l'année } ts. \end{cases} \quad (5)$$

Si $X_{i,j,ts} = 1$, cela signifie qu'aucun traitement n'est appliqué avant l'année ts , puis qu'à l'année ts , le premier traitement de la séquence est appliqué, et qu'après l'année ts , les traitements sont appliqués tels qu'ils sont définis par la séquence. Par exemple, si $X_{1,1,5} = 1$, alors la séquence de traitement 1 est appliquée à la section 1 à partir de l'année 5.

Une instantiation complète de ces variables constitue un candidat au programme d'entretien. Cependant, il est clair que de nombreuses instantiations ne sont pas valables car les valeurs qui peuvent être données à ces variables ne sont pas toujours compatibles. Des contraintes de différents types (validité, technique, coût, conditions, etc.) sur les valeurs que peuvent prendre simultanément les variables doivent être appliquées. La section suivante définit ces contraintes.

4.2. Les contraintes

4.2.1. Contraintes de validité

Étant donné une section de chaussée, une séquence de traitement unique pourra être appliquée à cette section. Par conséquent, une contrainte de validité est imposée par section aux variables qui représentent l'affectation des travaux à cette dernière. À titre d'illustration, pour la section 1, une seule des variables du sous-ensemble

$$\{X_{1,j,ts}, 1 \leq j \leq M, 1 \leq ts \leq T\}$$

pourra être instanciée à la valeur 1 (pour indiquer que la séquence correspondante j est appliquée à l'année ts). Par exemple, une instanciation avec $X_{1,1,5} = 1$ et $X_{1,2,6} = 1$ ne doit pas être autorisée car cela impliquerait que, à la fois, la séquence 1 (appliquée à l'année 5) et la séquence 2 (appliquée à l'année 6) soient appliquées à la section 1.

Pour assurer la validité, l'ensemble des contraintes suivantes sont appliquées. Chacune de ces contraintes est associée à une section, et impose que la somme des valeurs des variables représentant l'affectation des travaux à cette section soit égale à la valeur 1 :

$$\forall i \in [0, \dots, N], \sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{i,j,ts} = 1 \quad (6)$$

Ainsi, pour la section 1, la contrainte $\sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{1,j,ts} = 1$ garantit qu'une seule variable du sous-ensemble $\{X_{1,j,ts}, 1 \leq j \leq M, 1 \leq ts \leq T\}$ est affectée de la valeur 1, représentant l'unique séquence j appliquée à la section 1.

4.2.2. Contraintes techniques

Comme présenté dans la section 2.6, une séquence de traitement peut être appliquée à une année donnée si elle respecte les deux conditions suivantes par rapport aux valeurs des indicateurs d'état de la chaussée considérés :

- elle est conseillée pour les valeurs prises par au moins un indicateur ;
- elle n'est déconseillée pour aucun des indicateurs par rapport aux valeurs prises par ces derniers.

Pour représenter les valeurs prises par les indicateurs (en d'autres termes, les mesures des phénomènes physiques représentant l'état de dégradation actuel, et les projections pour les prochaines années de ces mesures calculées en utilisant le modèle d'évolution de la section 2.4), nous définissons une matrice INDIC contenant ces valeurs. Cette matrice est calculée en amont et constitue une entrée du solveur. Les entités qu'elle contient sont des paramètres du CSP car elles sont des constantes, à la différence des variables de décision.

En utilisant la matrice de paramètres INDIC, ainsi que des paramètres représentant les seuils des indicateurs qui délimitent les plages dans lesquelles les séquences sont

conseillées ou déconseillées, les contraintes suivantes sont formulées sur les variables afin d'exprimer les deux conditions techniques formulées ci-dessus :

$$\begin{aligned} & \forall i \in [1, \dots, N], \forall j \in [1, \dots, M], \forall ts \in [1, \dots, T], \text{ pour } t = ts, \\ & X_{i,j,ts} = 1 \rightarrow \left(\bigvee_{1 \leq k \leq K} \text{LIMINFC}_{j,k} < \text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} < \text{LIMSUPC}_{j,k} \right) \\ & \bigwedge \left(\bigwedge_{1 \leq k \leq K} (\text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} < \text{LIMINFD}_{j,k} \vee \text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} > \text{LIMSUPD}_{j,k}) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

où :

- \wedge et \vee sont les opérateurs de conjonction et de disjonction logiques ;
- \rightarrow est l'opérateur d'implication logique ;
- $k \in [1, \dots, K]$ est l'indice des indicateurs, K étant le nombre total d'indicateurs considérés ;
- $\text{INDIC}_{i,j,ts,k,t}$ est la valeur prise par l'indicateur k à l'année t si la séquence de traitement j est appliquée à la section i à l'année ts . La matrice INDIC est calculée une seule fois pour un réseau routier en utilisant les modèles d'évolution des indicateurs ;
- $\text{LIMINFC}_{j,k}$ est le seuil inférieur de l'indicateur k pour lequel la séquence j est conseillée ;
- $\text{LIMSUPC}_{j,k}$ est le seuil supérieur de l'indicateur k pour lequel la séquence j est conseillée ;
- $\text{LIMINFD}_{j,k}$ est le seuil inférieur de l'indicateur k pour lequel la séquence j est déconseillée ;
- $\text{LIMSUPD}_{j,k}$ est le seuil supérieur de l'indicateur k pour lequel la séquence j est déconseillée.

Dans la contrainte (7), la disjonction

$$\bigvee_{1 \leq k \leq K} \text{LIMINFC}_{j,k} < \text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} < \text{LIMSUPC}_{j,k}$$

représente la première condition d'application d'une séquence j à une section i à l'année ts , qui impose que cette dernière soit conseillée pour les valeurs prises par au moins un indicateur k .

La conjonction

$$\bigwedge_{1 \leq k \leq K} (\text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} < \text{LIMINFD}_{j,k} \vee \text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} > \text{LIMSUPD}_{j,k})$$

représente la deuxième condition d'application d'une séquence j à une section i à l'année ts , qui impose que la séquence ne soit déconseillée pour aucun des indicateurs par rapport aux valeurs prises par ces derniers.

Ces deux conditions doivent être simultanément vérifiées pour qu'une séquence j soit appliquée à une section i à l'année ts , c'est-à-dire pour que la variable $X_{i,j,ts}$ soit affectée de la valeur 1.

La contrainte (7) peut être formulée différemment : le membre de droite de l'implication ne comportant aucune variable de décision, il peut être retiré de la contrainte et utilisé comme condition afin d'insérer une contrainte plus simple sur $X_{i,j,ts}$. Dans cette nouvelle formulation, si l'une des deux conditions nécessaires à l'application de la séquence j à l'année ts sur une section i n'est pas vérifiée, alors cette séquence j ne doit pas être appliquée et la contrainte $X_{i,j,ts} = 0$ est insérée. Logiquement équivalente à la contrainte (7), cette formulation peut apporter un gain substantiel en termes de calcul numérique : pour un solveur de contraintes, la réduction de la complexité des contraintes mène à une évaluation plus rapide.

Notons que ces deux modélisations équivalentes peuvent être programmées simultanément : la modélisation redondante, c'est-à-dire l'ajout de contraintes équivalentes qui peuvent logiquement être inférées les unes des autres, peut améliorer la recherche de solutions en apportant au solveur des informations supplémentaires (Cheng *et al.*, 1999).

4.2.3. Contraintes budgétaires

Le gestionnaire dispose d'un budget limité pour les opérations d'entretien. Ce budget est généralement réparti annuellement, avec une somme allouée pour chaque année de la période d'analyse. Pour prendre en compte la possibilité de transfert d'une partie du budget d'une année à une autre, nous définissons une valeur maximale de budget à ne pas dépasser sur la période d'analyse, ainsi qu'une valeur annuelle maximale sur cette même période.

La contrainte suivante impose un budget global sur la période d'analyse :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{i,j,ts} \times C_{j,ts} < \text{MAXCOST} \quad (8)$$

où :

- $C_{j,ts}$ est le coût d'application de la séquence de traitement j à l'année ts ;
- MAXCOST est le coût global sur la période d'analyse souhaité par le gestionnaire.

Il est intéressant de noter que, pour une instantiation donnée des variables $X_{i,j,ts}$ qui représente un programme d'entretien valide (vérifiant les contraintes de validité), en calculant le coût global, les valeurs $C_{j,ts}$ prises en compte sont uniquement celles qui correspondent à des séquences effectivement appliquées car pour ces séquences les variables $X_{i,j,ts}$ correspondantes sont égales à 1.

En plus de fixer le budget global, les contraintes suivantes fixent le budget annuel maximal sur la période d'analyse :

$$\forall t \in [1, \dots, T], \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{i,j,ts} \times C_{j,ts,t} < \text{MAXCOSTYEAR}_t \quad (9)$$

où :

- MAXCOSTYEAR_t est le coût maximal autorisé pour une année t de la période d'analyse ;
- $C_{j,ts,t}$ est le coût à l'année t de l'application à l'année ts de la séquence j .

4.2.4. Contraintes relatives à l'état du réseau

Le gestionnaire de réseau peut avoir une exigence sur la valeur maximale (une valeur plus grande indique un plus mauvais état) tolérée pour un indicateur donné au cours de la période d'analyse ou à une année donnée de cette période. Cette exigence est imposée à partir de la deuxième année de la période d'analyse, les valeurs des indicateurs étant fixes pour la première année (car elle reflète l'état actuel du réseau), et ne variant pas avec les différentes séquences d'entretien.

Les seuils maximaux pour les indicateurs k à une année t (à partir de la deuxième année) et sur chaque section i sont fixés par les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \forall k \in [1, \dots, K], \quad \forall t \in [2, \dots, T], \quad \forall i \in [1, \dots, N], \\ \sum_{j=1}^M \sum_{ts=2}^T X_{i,j,ts} \times \text{INDIC}_{i,j,ts,k,t} < \text{MAXINDC1Y}_k \end{aligned} \quad (10)$$

où MAXINDC1Y_k est la valeur maximale tolérée pour l'indicateur k à une année donnée.

Par exemple, la contrainte

$$\sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{1,j,ts} \times \text{INDIC}_{1,j,ts,1,2} < \text{MAXINDC1Y}_1$$

garantit que pour la section 1, la valeur de l'indicateur 1 est inférieure à la valeur maximale MAXINDC1Y_1 souhaitée pour l'année 2 de la période d'analyse. En imposant cette contrainte, une variable du sous-ensemble $\{X_{1,j,ts} ; 1 \leq j \leq M ; 1 \leq ts \leq T\}$ peut prendre la valeur 1 uniquement si l'application de la séquence d'entretien j à l'année ts garantit que la valeur de l'indicateur 1 à l'année 2 de la période d'analyse est inférieure à MAXINDC1Y_1 .

En plus de ces contraintes imposées sur les valeurs annuelles des indicateurs, un seuil maximal sur la moyenne des indicateurs sur la période d'analyse peut être imposé :

$$\forall k \in [1, \dots, K], \quad \forall i \in [1, \dots, N],$$

$$\sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T X_{i,j,ts} \times \frac{\text{INDIC}_{i,j,ts,k,t}}{(T-1)} < \text{MAXINDCAP}_k \quad (11)$$

où MAXINDCAP_k est la valeur moyenne maximale tolérée pour l'indicateur k sur la période d'analyse.

En plus de ces contraintes sur les valeurs des indicateurs, de la même façon, des contraintes peuvent être ajoutées sur les index d'état de la chaussée. Un index est une grandeur traduisant un niveau de performance, tel que : l'état structurel de la chaussée, la sécurité offerte aux usagers, le confort, les atteintes à l'environnement causées par la route, etc. Un index est calculé, sur chaque section, par combinaison d'indicateurs, soit au travers d'une formule, soit par le biais d'un algorithme.

4.2.5. Contraintes ciblées

Dans certains cas, le gestionnaire pourrait souhaiter inclure des contraintes spécifiques. Par exemple, il pourrait vouloir imposer une séquence de traitement à une section donnée :

$$\text{Étant donné } (i, j, ts), X_{i,j,ts} = 1 \quad (12)$$

De même, le gestionnaire pourrait exclure l'application d'une séquence de traitement à une section donnée :

$$\text{Étant donné } (i, j, ts), X_{i,j,ts} = 0 \quad (13)$$

4.3. Fonction objectif

En plus d'identifier les solutions qui satisfont les contraintes, l'objectif est de trouver, parmi ces dernières, celle qui maximise l'effet technique des interventions d'entretien sur le réseau routier, et donc celle qui aboutit au meilleur état du réseau.

L'effet technique d'un programme d'entretien à l'échelle du réseau sur la période d'analyse est la somme de l'effet technique des séquences appliquées sur chacune des sections du réseau. Par ailleurs, l'effet technique d'une séquence d'entretien, sur une section donnée, est une somme pondérée de l'effet technique sur l'ensemble des indicateurs (cf. section 2.6). La fonction objectif peut être formulée de la façon suivante :

$$\text{Max} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{ts=1}^T \sum_{k=1}^K \text{IMPINDIC}_k \times X_{i,j,ts} \times e_{i,j,ts,k} \right) \quad (14)$$

où :

- $e_{i,j,ts,k}$ est l'effet technique vis-à-vis de l'indicateur k de l'application de la séquence de traitement j à la section i à l'année ts (cf. §2.6);
- $IMPINDIC_k$ est le coefficient d'importance donnée à l'indicateur k par le gestionnaire.

Comme ces deux paramètres sont multipliés par $X_{i,j,ts}$, l'effet de la séquence j si elle est appliquée à l'année ts à la section i est pris en compte uniquement si $X_{i,j,ts} = 1$, c'est-à-dire quand cette séquence est effectivement appliquée à la section i à l'année ts .

L'équation (14) calcule l'effet technique global pour une instanciation donnée des variables $X_{i,j,ts}$ qui représente un programme d'entretien. Maximiser (14) revient à trouver l'instanciation qui aboutit à une efficacité optimale.

5. Implémentation

Afin de tester l'approche développée dans cet article, le langage Minizinc a été utilisé (Nethercote *et al.*, 2007). Minizinc est un langage de programmation conçu pour spécifier les CSP et les COP. Il est défini pour être suffisamment « haut niveau » afin de transcrire un problème aisément, mais en même temps suffisamment « bas niveau » pour s'interfacer facilement avec les solveurs existants. Par conséquent, une fois le problème programmé en Minizinc, il peut être résolu en utilisant le solveur le plus adapté (or-tools, gecode, choco, etc.).

Dans cet article, le solveur f12, installé par défaut avec l'environnement de développement (IDE) Minizinc, a été utilisé. Si ce solveur ne garantit pas les meilleurs résultats en termes de performance calculatoire (Australia, 2016), il permet néanmoins de tester notre approche. Les paramètres du problème de satisfaction de contraintes sont fournis en amont. Notamment, les matrices des valeurs des indicateurs (INDIC) et de l'efficacité (e) sont calculées par un logiciel de simulation de l'évolution de l'état de la chaussée en fonction des travaux réalisés, développé en C++.

La définition des variables du problème en Minizinc se fait sous la forme suivante :

```
| array[Sections, Sequences, Annees] of var 0..1: X;
```

La transcription de la contrainte de validité donnée dans (6) s'écrit :

```
| constraint forall ( i in Sections )
| (sum ( j in Sequences, ts in Annes ) ( X[i,j,ts] ) = 1 );
```

Le tableau 3 fournit une partie du programme Minizinc, notamment les contraintes.

6. Exemple numérique

La méthodologie et sa programmation ont été mis en œuvre pour des réseaux de 5, 10 et 15 sections de chaussée. Cependant, par souci de clarté de l'illustration nu-

Tableau 3. Extrait du programme Minizinc

```

%% contraintes techniques
constraint forall ( i in Sections, i in Sequences, ts in Annees )
( X[i,j,ts] = 1 → exists ( k in Indicateurs )
( LIMINFC[j,k] < INDIC[i,j,ts,k,ts] ∧ INDIC[i,j,ts,k,ts] < LIMSUPC[j,k] ) ∧
forall ( k in Indicateurs )
LIMINFD[j,k] > INDIC[i,j,ts,k,ts] ∨ INDIC[i,j,ts,k,ts] > LIMSUPD[j,k] ));

%% contraintes budgétaires
% budget global
constraint sum ( i in Sections, j in Sequences, ts in Annees )
( X[i,j,ts] * C[j,ts] ) <= Maxcost ;
% budget annuel
constraint forall ( t in Annees )
( sum ( i in Sections, j in Sequences, ts in Annees )
( X[i,j,ts] * CA[j,ts,t] ) < MAXCOSTYEAR[t] );

```

mérique, la simulation réalisée ici est restreinte à un petit nombre de sections, ainsi qu'à un nombre réduit de séquences d'entretien et d'indicateurs. Ainsi, un réseau de 5 sections de chaussée est considéré, et la période d'analyse est fixée à 9 années.

Deux séquences d'entretien sont considérées, la première impliquant des travaux lourds, la seconde des travaux plus légers :

- séquence 1 (« Renforcement ») : renforcement – intervalle de 7 ans – BBTM ;
- séquence 2 (« BBTM ») : BBTM – intervalle de 5 ans – BBTM.

Les conditions techniques d'application de ces deux séquences sont définies en fonction de deux indicateurs, qui sont la fissuration en bande de roulement de la chaussée et la déformation. Le tableau 4 fournit les conditions d'applicabilité choisies des deux séquences.

Tableau 4. Applicabilité des séquences d'entretien en fonction des indicateurs

Séquence	Indicateur	Limites (%) de la plage		Recommandation
		inférieure	supérieure	
Renforcement	Fissuration	0	20	Déconseillé
		20	100	Conseillé
	Déformation	0	15	Déconseillé
		20	100	Conseillé
BBTM	Fissuration	0	20	Conseillé
		60	100	Déconseillé
	Déformation	0	10	Conseillé
		30	100	Déconseillé

Les matrices INDIC et e sont calculées en amont en utilisant les lois d'évolution pour les deux indicateurs considérés. Le tableau 5 fournit les paramètres des lois d'évolution de ces deux indicateurs, ainsi que les paramètres des lois d'effet des travaux de la seule séquence BBTM – car le renforcement réinitialise la loi.

Tableau 5. Paramètres des lois d'évolution et d'effet de l'entretien

Indicateur	Paramètres			
	lois d'évolution		lois d'effet du BBTM	
	p_0	q_0	latence	effet
Fissuration	0,55	0,316	2,5	2,5
Déformation	0,95	0,089	1,5	1,5

Le tableau 6 montre un extrait des valeurs de la matrice INDIC, de dimension 5, dans un format compatible avec Minizinc. Toutes les valeurs sont enregistrées dans un seul vecteur, en précisant le nombre de dimensions et la plage d'indices de chaque dimension.

Tableau 6. Extrait de la matrice INDIC

```
INDIC = array5d ( 1..5, 1..2, 1..9, 1..2, 1..9, [40, 0, 9, 12, 14, 18, 22,
26, 29, 11, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 40, 42, 0, 9, 12, 14, 18, 22, 26, 11, 14,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 40, 42, 45, 0, 9, 12, 14, 18, 22, 11, 14, 17, 0, 0, 0, 0
0, 0, 40, 42, 45, 47, 0, 9, 12, 14, 18, 11, 14, 17, 19, 0, 0, 0, 0, 0, 40, 42
45, 47, 48, 0, 9, 12, 14, 11, 14, 19, 23, ...)
```

Le coût est renseigné par deux matrices. La première (de dimension 2) renseigne le coût global sur la période d'analyse quand une séquence est appliquée, et en prenant en compte l'année d'application. La seconde (de dimension 3) renseigne le coût, à chaque année de la période d'analyse, de l'application d'une séquence à une année donnée. Ces coûts sont normalisés : le coût de la tâche BBTM est fixé à 1 alors que le coût d'une reconstruction lui est quatre fois supérieur. Le tableau 7 montre le coût global d'application des deux séquences sur la période d'analyse.

Tableau 7. Coût global d'application des deux séquences sur la période d'analyse

Séquence	Année d'application								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Renforcement	5	5	4	4	4	4	4	4	4
BBTM	2	2	2	2	1	1	1	1	1

Pour les préférences du gestionnaire, un budget global de 17 unités a été considéré, sachant que, pour une année d'analyse, les dépenses ne peuvent dépasser les 5 unités. Les seuils maximaux tolérés pour la fissuration et pour la déformation ont été fixés à 95 %. Cette valeur représente un seuil élevé, indiquant une grande tolérance par rapport à la dégradation d'un indicateur, au profit du gain d'efficacité globale. Comme indiqué précédemment, la valeur de ces seuils dépend de la politique du gestionnaire.

Le tableau 8 représente une instanciation complète des variables de décision $X_{i,j,ts}$ représentant le programme d'entretien optimal pour les 5 sections considérées sur les 9 prochaines années. Chaque ligne du tableau 8 représente les valeurs prises par les variables renseignant l'application de l'entretien sur une section i donnée. Par exemple, la ligne 1 représente les variables $\{X_{1,j,ts}, 1 \leq j \leq 2, 1 \leq ts \leq 9\}$.

Le premier vecteur de chaque ligne représente les valeurs des variables renseignant l'application de la séquence renforcement ($j = 1$), le second celles de la séquence BBTM ($j = 2$).

Tableau 8. Instanciation complète des variables de décision $X_{i,j,ts}$ représentant la solution optimale

Section	Séquence	
	Séquence 1	Séquence 2
N°1	(0,0,1,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)
N°2	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,0,0,0,0,0,0,0,0)
N°3	(0,1,0,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)
N°4	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,0,0,0,0,0,0,0,0)
N°5	(0,0,0,0,0,0,1,0,0)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)

La figure 4 décrit de façon plus explicite le programme d'entretien correspondant à l'instanciation donnée dans le tableau 8. Par exemple, la séquence « Renforcement » sera appliquée à la section 1 à la 3^e année, tandis que la séquence « BBTM » sera appliquée à la section 2 à la 1^{re} année.

	Section 1	Section 2	Section 3	Section 4	Section 5
Séquence d'entretien	Renforcement	BBTM	Renforcement	BBTM	Renforcement
Année d'application	Année 3	Année 1	Année 2	Année 1	Année 7

Figure 4. Programme d'entretien correspondant à l'instanciation du tableau 8

Notons que la solution obtenue respecte l'ensemble des contraintes définies ci-dessus.

6.1. Contraintes de validité

Pour chaque section i , représentée par une ligne du tableau 8, une seule variable $X_{i,j,ts}$ est affectée de la valeur 1 : cette affectation traduit l'exigence d'imposer une seule séquence d'entretien par section sur la période d'analyse considérée.

6.2. Contraintes techniques

Le tableau 9 illustre les valeurs prises par les deux indicateurs considérés à l'année de l'application, sur chaque section, de la séquence d'entretien choisie. En fonction

de ces valeurs, l'applicabilité de chaque séquence (conseillée, déconseillée ou facultative), pour chaque indicateur, est précisée en utilisant le tableau 4. Nous constatons que les deux conditions d'application des séquences choisies dans le programme de la figure 4 sont vérifiées pour toutes les sections : d'une part la séquence choisie est conseillée pour au moins un des deux indicateurs, d'autre part cette séquence n'est déconseillée pour aucun des deux indicateurs. Ainsi, le programme d'entretien choisi vérifie les contraintes techniques imposées en fonction des valeurs des indicateurs.

Tableau 9. Applicabilité des séquences d'entretien en fonction de la fissuration (Fiss.) et de la déformation (Déf.) des sections

Section	Séq*	Année	% Fiss.	% Déf.	Applicabilité**			
					Séq* 1		Séq* 2	
					Fiss.	Déf.	Fiss.	Déf.
N°1	1	3	45	17	C	F	F	F
N°2	2	1	10	18	D	F	C	F
N°3	1	2	28	26	C	C	F	F
N°4	2	1	0	10	D	D	C	C
N°5	1	7	92	21	C	C	D	F

*Séq : séquence d'entretien ; **C : conseillé ; D : déconseillé ; F : facultatif.

6.3. Contraintes budgétaires

Le tableau 10 illustre le budget d'entretien annuel et par section consommé en appliquant le programme du tableau 4. Le budget annuel pour toutes les sections est aussi calculé. Nous constatons que le programme d'entretien respecte le budget maximal annuel de 5 unités, ainsi que le budget global de 17 unités.

Tableau 10. Coût annuel de l'entretien

Section	Année								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N°1	0	0	4	0	0	0	0	0	0
N°2	1	0	0	0	0	1	0	0	0
N°3	0	4	0	0	0	0	0	0	1
N°4	1	0	0	0	0	1	0	0	0
N°5	0	0	0	0	0	0	4	0	0
Total	2	4	4	0	0	2	4	0	1

6.4. Contraintes relatives à l'état du réseau

Le tableau 11 illustre les valeurs les plus élevées prises par les deux indicateurs, pour chaque section, sur la totalité de la période d'analyse, suite à l'application du programme d'entretien présenté dans la figure 4. Nous constatons qu'aucune des valeurs ne dépasse le seuil imposé de 95 %.

Tableau 11. Valeurs maximales des indicateurs sur la période d'analyse de 9 ans

Maximum (%)	Section				
	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5
Fissuration	42	21	28	0	92
Déformation	14	34	26	41	21

7. Évaluation de l'efficacité par rapport à l'approche par priorisation

Afin d'évaluer le gain en efficacité de l'optimisation par satisfaction de contraintes, par rapport à l'approche traditionnelle par priorisation (cf. §1), un calcul de programme d'entretien avec cette dernière a été calculé. Le tableau 12 illustre une stratégie d'entretien réaliste, définie par un expert. Cette stratégie détermine l'application des deux séquences considérées dans notre exemple (renforcement et BBTM) en fonction des valeurs prises par les deux indicateurs considérés (fissuration et déformation).

Tableau 12. Stratégie d'entretien en fonction de la fissuration et de la déformation

		Déformation (%)		
		0 - 20	20 - 50	50 - 100
Fissuration (%)	0 - 20	—	BBTM	Renforcement
	20 - 50	BBTM	Renforcement	Renforcement
	50 - 100	Renforcement	Renforcement	Renforcement

Le calcul du programme de travaux par l'approche de priorisation se fait de la manière suivante :

- à chaque année, et en commençant par la première, la stratégie est appliquée pour identifier les travaux nécessaires sur chaque section en fonction des valeurs prises par les deux indicateurs ;
- une priorisation de la liste des travaux pour l'année considérée est réalisée ; l'ordre de priorité est établi en fonction de l'état de dégradation, en calculant la moyenne des deux indicateurs ;
- le coût annuel des travaux réalisés ne doit pas dépasser les 5 unités, et le budget global sur la période d'analyse doit être limité à 17 unités (ce sont les mêmes conditions budgétaires que pour l'approche par satisfaction de contraintes).

Le programme de travaux obtenu est illustré par la figure 5.

	Section 1	Section 2	Section 3	Section 4	Section 5
Séquence d'entretien	BBTM	BBTM	Renforcement	BBTM	Renforcement
Année d'application	Année 1	Année 2	Année 2	Année 4	Année 1

Figure 5. Programme d'entretien obtenu avec l'approche par priorisation

Tableau 13. Efficacité des programmes d'entretien suivant les différentes approches

Section	Effet technique	
	Approche par satisfaction de contrainte	Approche par priorisation
N°1	0,710	0,212
N°2	0,209	0,233
N°3	0,842	0,770
N°4	0,113	0,027
N°5	0,271	0,636
Total	2,145	1,878

Le tableau 13 illustre l'efficacité des deux programmes d'entretien obtenus respectivement avec l'approche par satisfaction de contraintes et l'approche par priorisation. L'effet technique des séquences d'entretien appliquées à chaque section est calculé de la façon décrite dans la section 2.6. L'effet technique global, obtenu en additionnant les effets techniques de toutes les sections, est égal à 2,145 dans le cas de l'approche par satisfaction de contraintes et à 1,878 dans le cas de l'approche par priorisation : l'approche par satisfaction de contrainte présente donc un gain d'efficacité de 14 %.

8. Conclusion

Dans cet article, une nouvelle approche pour la programmation pluriannuelle, et à échelle d'un réseau routier, des travaux d'entretien a été proposée. Cette approche est basée sur la modélisation du problème de programmation des travaux comme un problème de satisfaction de contraintes. La programmation par contraintes est un paradigme utilisé pour résoudre les problèmes d'optimisation d'une grande complexité computationnelle – notamment des problèmes à forte combinatoire. Elle convient parfaitement au problème de programmation de travaux d'entretien, dont le nombre d'alternatives à tester pour trouver une solution optimale est très grand.

Dans un premier temps, le problème de programmation des travaux d'entretien a été décrit. Les données d'entrée, les différents paramètres et les calculs préliminaires ont été identifiés. Notamment, les notions de section de chaussées, de séquence de traitement, d'indicateurs d'état et de politique d'entretien ont été introduites. L'applicabilité des séquences d'entretien a été définie en fonction des valeurs des indicateurs d'état. De même, un modèle de prédiction de l'évolution des indicateurs a été introduit. Ce modèle permet de prévoir l'état de la chaussée dans les années à venir, avec ou sans travaux. Il permet ainsi de prévoir l'efficacité d'une séquence de traitement donnée.

Dans un second temps, une modélisation du problème de programmation des travaux comme un problème de satisfaction de contraintes a été proposée. Les variables de décision et les paramètres du problème de satisfaction de contraintes ont été définis. Ensuite, une fonction de maximisation de l'efficacité de l'entretien et des contraintes

techniques, du budget et des conditions a été définie en fonction des variables de décision : l'efficacité de l'entretien est mesurée par le gain observé sur les valeurs des indicateurs ; les contraintes techniques valident l'applicabilité d'un traitement ; les contraintes de coût assurent le respect et la bonne répartition du budget ; les contraintes de condition permettent de refléter les préférences du gestionnaire par rapport à l'importance des indicateurs et les seuils minimaux à respecter.

La modélisation adoptée ici s'est appuyée sur des variables de décision booléennes : la représentation explicite de l'application ou non d'une séquence d'entretien à une année donnée a permis de formuler naturellement les contraintes liées à la programmation de l'entretien. D'autres types de modélisation auraient pu être menés, notamment à l'aide des variables de décision non booléennes : un exemple d'un tel modèle aurait consisté à définir deux variables de décision par section, l'une correspondant à la séquence d'entretien, l'autre à son année d'application. Une telle modélisation aurait eu l'avantage de rendre implicite la contrainte de validité du modèle. De manière générale, un problème donné peut être modélisé de plusieurs façons dans le formalisme de la satisfaction de contrainte, ces différentes façons faisant varier l'efficacité de la résolution. Par ailleurs, les performances du modèle dépendent en partie du solveur utilisé et de la stratégie de recherche adoptée.

L'approche par satisfaction de contrainte définie ici est particulièrement bien adaptée à la problématique de programmation de l'entretien, et elle offre plusieurs avantages : elle permet un traitement intégré de la programmation explorant toutes les solutions possibles afin d'identifier celle qui est optimale ; le processus de modélisation est intuitif car le problème de la programmation s'exprime naturellement par des contraintes ; une grande variété de types de relations entre les variables peuvent être modélisés, ce qui est particulièrement utile en raison de la nature hétérogène des contraintes du problème de la programmation de l'entretien ; elle fournit pour la résolution des algorithmes et des solveurs optimisés ; elle permet une grande malléabilité dans la mise en œuvre du système car le fonctionnement du système peut être réglé facilement en ajoutant ou retirant contraintes ; elle sépare le processus de modélisation de la résolution algorithmique, améliorant ainsi la maintenabilité du système ; enfin, cette approche est reconnue pour son efficacité pour résoudre les problèmes combinatoires difficiles.

Bibliographie

- Australia N. I. (2016). Minizinc challenge. *minizinc.org*.
- Boyd S., Vandenberghe L. (2004). *Convex optimization*. Cambridge University Press, New York, USA.
- Cheng B., Choi K., Lee J., Wu J. (1999). Increasing constraint propagation by redundant modeling: an experience report. *Constraints*, vol. 4, p. 167-192.
- Choco-solver.org. (2016). *A free and open-source java library for constraint programming*.
- De la Garza J., Akyildiz S., Bish D. (2011). Development of network level linear programming optimization for pavement maintenance programming. In *Proceedings of the international*

- conference on computing in civil and building engineering*. University of Nottingham, UK.
- Developers G. (2016). *Google optimization tools*. Google.
- Freitas N., Lepert P., Renault D. (1998). Aide à la gestion de l'entretien des réseaux routiers avec la gamme GiRR. *Revue générale des routes et des aérodromes*, vol. 765, p. 24-26.
- Fwa T., Chan W., Tan C. (1996). Genetic algorithm programming road maintenance and rehabilitation. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, vol. 122, p. 246- 253.
- Gecode.org. (2016). *Generic constraint development environment*.
- Ginsberg M. (1993). Dynamic backtracking. *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 1, p. 25-46.
- Harik G., Cantu-Paz E., Goldberg D., Miller B. (1999). The gambler's ruin problem, genetic algorithms, and the sizing of populations. In *Evolutionary computation, ieee international conference*, vol. 7, p. 231-253.
- Herabat P., Tangphaisankun A. (2005). Multi objective optimization model using constraint based genetic algorithms for thailand pavement management. *Journal of the Eastern Asian Society for Transportation Studies*, vol. 6, p. 1137-1152.
- Holland J. (1975). *Adaption in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- Ifsttar. (2006). GiRR – gestion intelligente des réseaux routiers, logiciel d'aide à la programmation de l'entretien des réseaux routiers.
- Khraibani H., Lorino T., Lepert P., Marion J. (2012). Nonlinear mixed-effects model for the evaluation and prediction of pavement deterioration. *Journal of Transportation Engineering*, vol. 138, p. 149-156.
- LCPC. (1998). Catalogue des dégradations de surface des chaussées. Méthode d'essai numéro 52.
- Lepert P. (1996). Outil d'aide à la programmation d'entretien GiRR : premières applications en site pilote. *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*.
- Lepert P., Savard Y., Leroux D. (2003). Use of pavement performance models to improve efficiency of data collection procedures. In *International symposium on maintenance and rehabilitation of pavements and technological control, portugal*, p. 12.
- Lu P., Tolliver D. (2013). Multiobjective pavement-preservation decision making with simulated constraint boundary programming. *Journal of Transportation Engineering*, vol. 139, p. 880-888.
- Marler R., Arora S. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 26, p. 369-395.
- Mathew B., Isaac K. (2014). Optimisation of maintenance strategy for rural road network using genetic algorithm. *International Journal of Pavement Engineering*, vol. 15, p. 352-360.
- Matousek J., Gärtner B. (2006). *Understanding and using linear programming*. Springer, Berlin.
- Nethercote N., Stuckey P., Becket R., Brand S., Duck G., Tack G. (2007). Minizinc: Towards a standard cp modelling language. In *Proceedings of the 13th international conference on principles and practice of constraint programming*, vol. 4741, p. 529-543. Springer-Verlag.

- Rèche M. (2004). *Effet des travaux d'entretien sur les lois d'évolution des dégradations de chaussées*. Thèse de doctorat non publiée, Université de Clermont-Ferrand.
- Rossi F., van Beek P., Walsh T. (2006). *Handbook of constraint programming (foundations of artificial intelligence)*. Elsevier Science Inc., NY, USA.
- Senga Kiessé T., Lorino T., Khraibani H. (2014). Discrete nonparametric kernel and parametric methods for the modeling of pavement deterioration. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, vol. 43, p. 1164-1178.
- Stallman R., Sussman G. (1977). Forward reasoning and dependency-directed backtracking in a system for computer-aided circuit analysis. *Artificial Intelligence*, vol. 9, p. 135-1996.
- Tsang E. (1993). *Foundations of constraint satisfaction*. London, Academic Press.
- Van Hoes W. (2001). The alldifferent constraint: A survey. *Cornell University*, p. 1-42.

