

Utilisation des Transformées de Hadamard pour des transmissions numériques « parallèles »

Application à l'OFDM-DMT sur des canaux sélectifs

Hadamard Transforms for Parallel Digital Communications Applications to OFDM - DMT Modulations on Selective Channels

par Robert SERPOLLET et Pierre Yves COCHET

ENSTB, Dept. S&C., Technopôle de Brest Iroise, BP 832, 29285 Brest cedex, France
email : Robert.Serpollet@enstbretagne.fr / PY.Cochet@enstbretagne.fr

résumé et mots clés

L'utilisation de modulations multiporteuses est souvent préconisée pour combattre la sélectivité en fréquence du canal de transmission, c'est ainsi le cas de l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) pour le canal de radiodiffusion numérique et de la modulation DMT (Discrete MultiTone) sur les paires de cuivres des lignes téléphoniques. Cet article propose la substitution des Transformées de Fourier, à des transformées numériques réelles et si possible binaires. Notre étude s'est tournée vers l'exploitation des transformées de Hadamard, offrant un attrait particulier lié à leur simplicité de mise en œuvre.

Les performances de ce système, que nous appellerons HDM (Hadamard Division Multiplex), sont présentées pour une transmission de données sur le canal radiomobile urbain. L'estimation du canal est réalisée par une méthode d'interpolation utilisant des transformées numériques (Fourier et Hadamard). A performances (en terme de taux d'erreur binaire et d'efficacité spectrale) identiques, l'atout majeur du système HDM réside dans sa grande simplicité d'implémentation.

Transmissions Numériques, Modulation multiporteuses, Techniques parallèles, Interpolation du canal, canal sélectif en fréquence, Evanouissements fréquentiels, Egalisation dans le domaine fréquentiel, Egalisation dans le domaine transformé, Canal GSM, Entrelacement, Codage de Canal, Corps Finis, Transformées de Fourier Rapides, Applications Orthogonales, Transformée de Hadamard.

abstract and key words

Multicarrier modulations are often used to combat frequency selective channel. It is the case for digital broadcast with OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex), or for Digital Subscriber Line Services on the telephone twisted pair with DMT modulation (Discrete MultiTone). This paper proposes to substitute Fast Fourier Transforms (ANSI and ETSI normalized), by digital real transforms such as the Hadamard Transforms. As they only compute zeros and ones, their implementation is simple.

Performances of this technique that we call HDM (Hadamard Division Multiplex) are presented for data transmission over the radio mobile urban channel.

The channel estimation is performed by interpolating techniques using digital Transforms (Fourier and Hadamard). For identical performances (in terms of bit error rate and spectral efficiency), the main advantage of the HDM system is a simpler implementation, eventually ensuring cheap mass production.

Digital Communications, Multi tone Modulation, parallel techniques, Channel interpolation, Frequency selective channel, frequency fading, Equalization in the frequency domain, Equalization in the transformed domain, GSM Channel, Interleaver, Channel Coding, Galois Fields, Fast Fourier Transforms, orthogonal applications, Hadamard Transforms.

1. introduction

Les transmissions numériques sur les canaux sélectifs (à trajets multiples) connaissent, depuis quelques années, un essor considérable (communications avec les mobiles, radio-diffusion numérique, télévision numérique...). Pour lutter contre une propagation selon plusieurs trajets, différentes approches sont envisageables pour transmettre l'information numérique. Certaines normalisations envisagent une modulation utilisant plusieurs porteuses. La technique des porteuses multiples est une possibilité intéressante qui consiste à répartir l'information à transmettre sur N voies multiplexées fréquentiellement.

Ce procédé permet, pour un débit numérique donné, de réduire la rapidité de modulation sur chaque voie. Ainsi, à chaque voie du multiplex est associé un signal modulé à bande étroite, peu sensible à la sélectivité du canal.

Les fréquences des N porteuses sont égales à $f_0 + \frac{k}{T}$ avec k appartenant à $0, \dots, N - 1$, T étant la durée d'un symbole. Afin de comprendre la forme du signal modulé multiplexé, nous présentons, figure 1, le schéma de principe du modulateur OFDM-DMT utilisé.

La mise en œuvre d'une transmission multiporteuses selon une technique déjà normalisée (l'OFDM [ETSI] ou la DMT [ANSI]), nécessite de réaliser N modulateurs (figure 1) et N démodulateurs identiques.

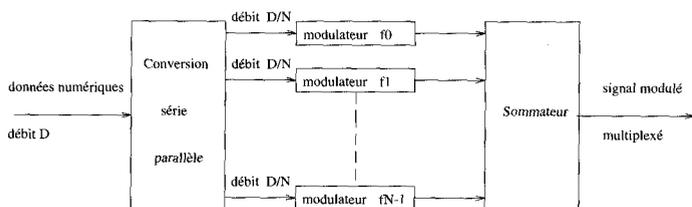


Figure 1. - Principe du modulateur OFDM-DMT utilisé.

Le signal émis par le système de transmission utilisant la technique du multiplexage fréquentiel peut s'écrire sous la forme :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} C_n^k \cdot \phi_n^k(t) \quad (1)$$

où C_n^k représente le symbole émis au temps nT sur la porteuse f_k et ϕ_n^k est un vecteur de l'ensemble orthogonal représentant la modulation à la fréquence f_k défini par :

$$\phi_n^k(t) = \begin{cases} \exp j2\pi f_k(t - nT) & \text{si } nT \leq t \leq (n+1)T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

Pendant l'intervalle de temps $[nT, (n+1)T]$, le signal émis peut donc s'écrire :

$$x_n(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_n^k \cdot \phi_n^k(t) \quad (3)$$

D'une manière générale, en adoptant la notation matricielle $\mathbf{x} = W^{-1} \cdot \mathbf{X}$, nous pouvons écrire qu'au vecteur \mathbf{X} (représentant les données à transmettre) du domaine fréquentiel est associé le vecteur \mathbf{x} (représentant le signal) du domaine temporel, l'opérateur de transformation étant la matrice $W = [\exp -j2\pi k \frac{n}{N}]$.

Nous donnons, à titre d'exemple, la matrice W_4 :

$$W_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & 1 & j \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{pmatrix} \quad (4)$$

Le signal (3) est translaté en bande de base au moyen d'un oscillateur local, à la fréquence $f_0 + \frac{N}{T}$ puis échantillonné à la fréquence $\frac{N}{T}$. On montre ainsi que le signal modulé émis par l'ensemble d'émission peut être synthétisé à partir de Transformées de Fourier Discrètes.

Ainsi, lorsque le nombre de porteuses excède quelques dizaines d'unités, il est intéressant d'utiliser la Transformée de Fourier Discrète (TFD) [3] [4] qui représente, cependant, une partie non négligeable de la complexité des récepteurs. Classiquement, une TFD inverse (ITFD) est réalisée à l'émission et une TFD à la réception (voir figure 2).

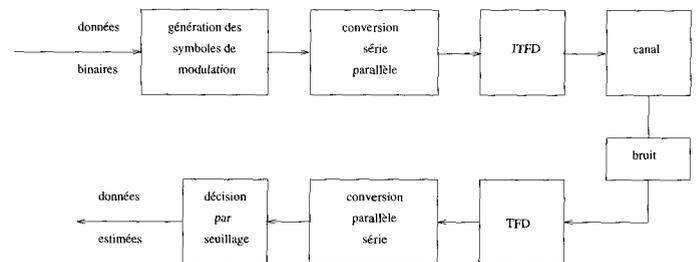


Figure 2. - Chaîne de transmission OFDM-DMT.

La représentation des fréquences porteuses, véhiculant chacune une fraction de l'information totale, est tellement forte dans les esprits que les concepteurs de ces modulations ont placé une ITFD (plutôt qu'une TFD) à l'émission. En effet, on se représente ainsi le signal fréquentiel constitué des N porteuses qui est transposé dans le domaine temporel par l'ITFD. C'est alors le signal temporel qui est effectivement transmis sur le canal. De même après réception du signal dans le domaine temporel, les normes prévoient son passage dans le domaine fréquentiel (d'où la TFD) pour retrouver les fréquences porteuses. Cette représentation historique masque le fait que toute transformation numérique possédant les mêmes propriétés que les TFD peut être utilisée pour les modulations « parallèles ».

De part leur structure mathématique analogue, le calcul des TFD directes ou inverses peut donc être effectué au moyen d'un algorithme unique. Cette remarque laisse supposer que si nous intervertissons, dans la chaîne de transmission OFDM-DMT

(présentée figure 2), les organes d'ITFD et de TFD nous obtenons des résultats analogues en terme de taux d'erreur binaire.

Afin de valider cette hypothèse, nous avons simulé [5] des transmissions sur un canal « idéal » en présence d'un bruit blanc additif gaussien de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance bilatérale $\frac{N_0}{2}$. On appellera ce canal *canal gaussien*. La modulation adoptée est la MDP2 et le nombre de voies du multiplex est égal à 16.

Les performances obtenues (en taux d'erreur binaire) sont identiques (figure 3), ce qui conforte l'hypothèse que nous avons émise.

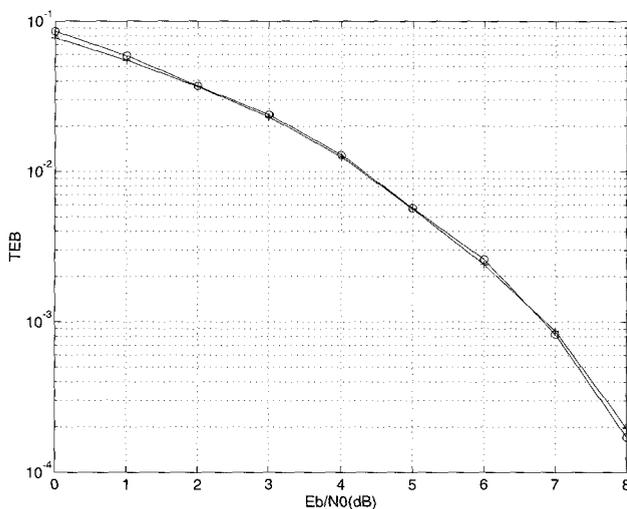


Figure 3. – Influence de l'inversion des opérateurs de TFD-ITFD sur les performances de l'OFDM-DMT sur canal gaussien. o : ITFD puis TFD, + : TFD puis ITFD.

Nous constatons que le principe des modulations multiporteuses est, en fait, bien davantage basé sur l'utilisation d'une transformée numérique à l'émission et de son inverse en réception qu'aux espaces effectivement manipulés (temps-fréquence pour l'OFDM-DMT). L'objet de cette étude est de tenter de généraliser cette approche à d'autres transformées sur N points afin de simplifier la mise en œuvre des transmissions multiporteuses et l'indispensable égalisation de canal dans le domaine transformé.

2. les transformées de Hadamard

Les familles de fonctions de Walsh et Hadamard forment des systèmes de fonctions orthonormées, complets et dénombrables [6] [7]. Elles sont donc a priori également valables pour constituer des noyaux de transformations binaires.

Soit une suite périodique $x(k)$ dont chacune des périodes contient N échantillons $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$; sa transformée de Hadamard est, par définition, une autre suite périodique $X(n)$ dont chacune des périodes contient également N échantillons $X(0), X(1), \dots, X(N-1)$ définis par la relation :

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot (-1)^{\langle k, n \rangle} \quad (5)$$

avec $n, k = 0, 1, \dots, N-1$ (n, k étant exprimés en représentation binaire), N une puissance de 2 et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ représente le produit scalaire binaire.

Les transformées de Hadamard étant linéaires, nous pouvons adopter une notation matricielle :

$$\mathbf{X} = H_N \cdot \mathbf{x} \quad (6)$$

\mathbf{X} représente un vecteur du domaine transformé, \mathbf{x} un vecteur du domaine temporel et H_N représente la matrice de Hadamard (N, N).

Cette matrice possède les propriétés de symétrie (équation 7), d'orthogonalité (équation 8), de récurrence (équation 9) et respecte l'égalité de Parseval (équation 10) :

$$(H_N)^t = (H_N) \quad (7)$$

où t désigne la transposition

$$(H_N)^t \cdot (H_N) = N \cdot (I_N) \quad (8)$$

(I_N) étant la matrice identité (N, N).

$$H_{2N} = \begin{pmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{pmatrix} \quad (9)$$

avec $H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

$$\sum_{m=0}^{N-1} X^2(m) = N \cdot \sum_{k=0}^{N-1} x^2(k) \quad (10)$$

Nous donnons, à titre d'exemple, la matrice H_4 :

$$H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Notons un inconvénient de ce type de transformées. A l'inverse des Transformées de Fourier, elles ne possèdent pas la propriété de convolution habituelle.

En effet, notons \mathbf{X} la Transformée de Hadamard (que nous noterons TH) du vecteur \mathbf{x} , \mathbf{Y} la TH du vecteur \mathbf{y} et \mathbf{C} le vecteur représentant le canal, alors :

$$\mathbf{Y} \neq \mathbf{C} \cdot \mathbf{X} \quad (12)$$

Cet inconvénient ne gêne pourtant pas l'application de la technique d'Interpolation (présentée dans le paragraphe 4) qui permet la démodulation cohérente du système. Ces transformées permettent donc la mise en œuvre d'un nouveau type de modulation multiporteuses que nous avons baptisé HDM : Hadamard Division Multiplex.

La modulation HDM utilise N pseudo-porteuses. Pseudo-porteuses car nous ne manipulons plus désormais l'espace temps-fréquence de l'OFDM-DMT mais l'espace temps-domaine transformé.

Le signal temporel x émis pendant l'intervalle de temps $[nT, (n+1)T]$ sera la Transformée de Hadamard Inverse des données X portées par les N pseudo-porteuses pendant cet intervalle de temps.

Il est évident que les opérations de transformées directes et inverses étant identiques (au facteur N près), leur ordre dans la chaîne de transmission (type figure 2) est strictement arbitraire.

On constate (figure 4) que les performances sont, comme dans le cas de l'OFDM-DMT, similaires à celles obtenues en transmission série sur canal gaussien (en MDP2). L'utilisation des Transformées de Hadamard ne dégrade en rien les performances obtenues avec l'OFDM-DMT.

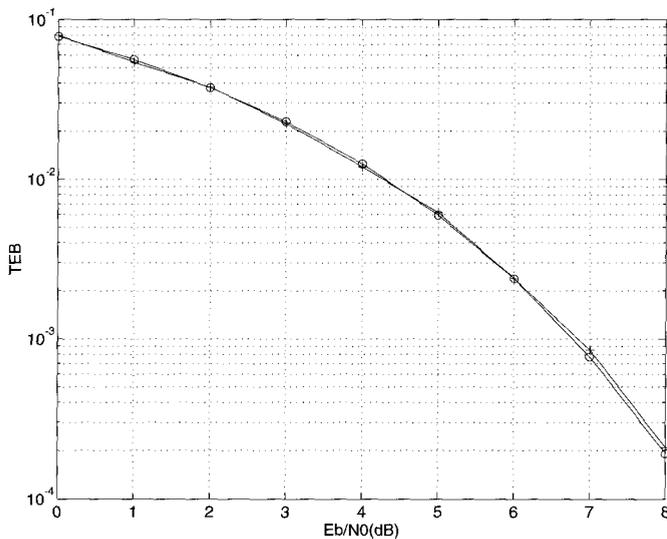


Figure 4. – Comparaison entre les performances obtenues en transmission parallèle utilisant les transformées de Hadamard et la courbe de la MDP2 sur canal gaussien. o :MDP2 classique, + :Hadamard ($N = 16$).

Les transformées de Hadamard manipulent des quantités réelles, à l'inverse des transformées de Fourier qui sont généralement à valeurs complexes. Leur implémentation sera donc plus rapide.

3. densité spectrale de puissance et efficacité spectrale des systèmes OFDM-DMT et HDM

Pour une transmission parallèle, la durée symbole sur chaque porteuse est égale à $N \cdot \Delta t$ (N représente le nombre de voies du multiplex et Δt le temps qui sépare l'émission de deux symboles par la source). Cette fenêtre temporelle donnera un sinus cardinal dans le domaine fréquentiel quelle que soit la technique parallèle envisagée (OFDM-DMT ou HDM). Les spectres des différentes porteuses (cas de l'OFDM-DMT) et des pseudo-porteuses (puisque, dans le cas de l'HDM, nous ne manipulons plus l'espace fréquentiel) sont donc des sinus cardinaux.

Un espacement fréquentiel entre porteuses (resp. pseudo-porteuses) égal à l'inverse de la durée d'un symbole permet aux spectres de toutes les porteuses (resp. pseudo-porteuses) de se recouvrir mutuellement, garantissant ainsi une bonne efficacité spectrale de la transmission.

Les spectres des signaux émis, obtenus par simulation, sont présentés sur la figure 5 (OFDM-DMT avec $N = 64$) et sur la figure 6 (HDM avec $N = 64$). Le but étant de montrer que les deux approches conduisent à la même occupation spectrale, le choix de la taille des transformées est arbitraire.

Nous constatons que les occupations spectrales sont identiques. En considérant, en première approximation, uniquement la largeur du lobe principal des sinus cardinaux, la bande B occupée par le signal émis (tant en OFDM-DMT qu'en HDM) s'écrit :

$$B \simeq (N - 1) \cdot \Delta f + 2 \cdot \Delta f \tag{13}$$

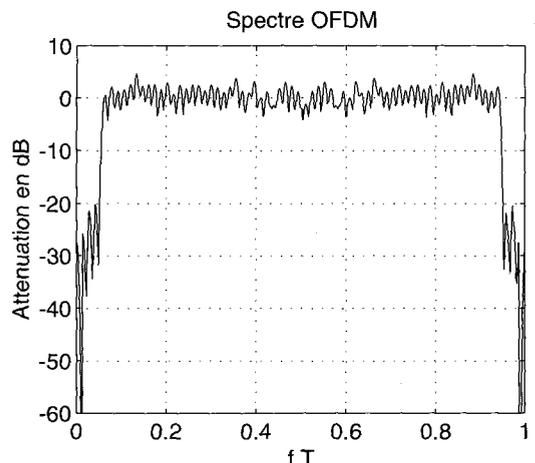


Figure 5. – Exemple de densité spectrale de puissance du signal OFDM-DMT émis.

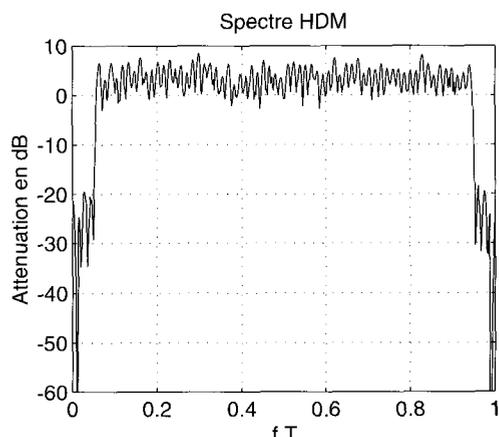


Figure 6. – Exemple de densité spectrale de puissance du signal HDM émis.

Soit encore, en tenant compte du fait que $\Delta f = \frac{1}{T}$:

$$B \simeq \frac{N+1}{T} \quad (14)$$

Intéressons nous, à présent, aux efficacités spectrales des systèmes OFDM-DMT et HDM. Définissons l'efficacité spectrale η d'un système de transmission comme le rapport entre le débit binaire de la transmission et la bande occupée par le signal.

Pour nos systèmes de transmission parallèle (OFDM-DMT, HDM), les débits binaire D étant identiques, les efficacités spectrales le sont aussi.

La technique parallèle basée sur l'utilisation des transformées de Fourier et celle basée sur l'utilisation des transformées de Hadamard ont donc la même efficacité spectrale.

4. démodulation cohérente par une technique d'interpolation

Avant d'évaluer les performances de la modulation HDM, présentons la manière dont les modulations multiporteuses OFDM et DMT s'affranchissent de la sélectivité du canal.

4.1. démodulation de l'OFDM-DMT

En réception, le processus de Transformée de Fourier Discrète fournit, dans le cas où l'on a pu s'affranchir de l'interférence intersymboles, les échantillons [3] :

$$Y_{j,k} = H_{j,k} \cdot C_{j,k} + N_{j,k} \quad (15)$$

La dimension temporelle est représentée par l'indice j , la dimension fréquentielle par l'indice k . $H_{j,k}$ représente la réponse du canal à la fréquence k et à l'instant j , $N_{j,k}$ est un bruit complexe dont chaque composante possède une variance $\sigma_{j,k}^2$. Les $\{C_{j,k}\}$ proviennent du codage NRZ des éléments binaires issus de la source. Ils prennent donc leur valeur dans l'alphabet $\{-1, 1\}$. Le critère de Maximum de Vraisemblance *a Posteriori* consiste à minimiser l'expression suivante par rapport aux éléments $\{C_{j,k}\}$:

$$\sum_j \sum_k |Y_{j,k} - H_{j,k} \cdot C_{j,k}|^2 / (2 \cdot \sigma_{j,k}^2) \quad (16)$$

Minimiser l'expression (16) est équivalent à minimiser par rapport à $C_{j,k}$ l'expression :

$$\sum_j \sum_k \frac{|Y_{j,k}|^2}{2 \cdot \sigma_{j,k}^2} + \frac{|H_{j,k}|^2 \cdot |C_{j,k}|^2}{2 \cdot \sigma_{j,k}^2} - 2 \cdot \Re \left(\frac{Y_{j,k} \cdot H_{j,k}^* \cdot C_{j,k}^*}{2 \cdot \sigma_{j,k}^2} \right) \quad (17)$$

Les symboles délivrés étant, dans notre cas, de module constant, ceci est encore équivalent à maximiser l'expression :

$$\sum_j \sum_k \Re \left(\frac{Y_{j,k} \cdot H_{j,k}^* \cdot C_{j,k}^*}{2 \cdot \sigma_{j,k}^2} \right) \quad (18)$$

La partie réelle de $(Y_{j,k} \cdot H_{j,k}^*) / (2 \cdot \sigma_{j,k}^2)$ apparaît comme une pondération à prendre en considération à la réception.

Le canal radiomobile utilisé lors de nos simulations pouvant être modélisé par un canal de Rayleigh, des évanouissements importants viennent dégrader les performances si aucun traitement n'est réalisé. Pour compenser les effets du canal, on multiplie donc en

réception les échantillons par les pondérations $\Re \left(\frac{Y_{j,k} \cdot H_{j,k}^*}{2 \cdot \sigma_{j,k}^2} \right)$.

Cette méthode de pondération peut être vue comme une égalisation de canal.

Le calcul de ces pondérations implique la connaissance de la variance du bruit $\sigma_{j,k}^2$ et des valeurs de $H_{j,k}$.

- La variance $\sigma_{j,k}^2$ est obtenue par analyse spectrale du bruit,
- L'estimation des valeurs de $H_{j,k}$ se fait par une méthode d'interpolation.

4.1.1. mise en place de l'Interpolation

Afin de compenser les distorsions introduites par le passage dans le canal, de nombreuses normalisations préconisent l'utilisation d'une méthode d'Interpolation par Transformée de Fourier Discrète [1] [2]. Cette méthode offre une solution intéressante et peu complexe au problème de la démodulation cohérente.

Cette technique consiste à utiliser certaines porteuses (resp. pseudo-porteuses) judicieusement réparties dans le domaine temps-espace transformé (qui est le plan temps-fréquence dans le cas de l'OFDM-DMT) comme pilotes de référence. L'insertion

des porteuses de référence (à raison d'une toutes les R porteuses) permet au récepteur de disposer d'une estimation entachée de bruit de la réponse fréquentielle sous échantillonnée \hat{H}_k du canal (voir figure 7).

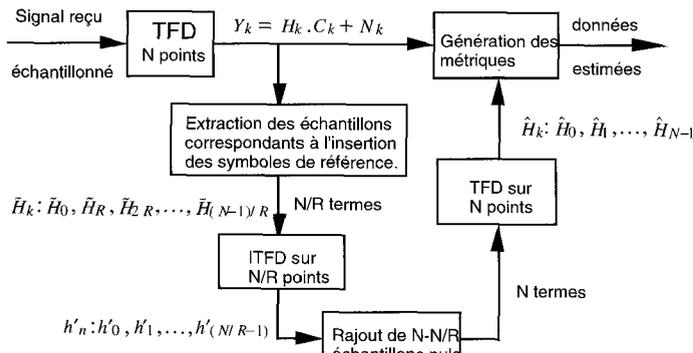


Figure 7. – Schéma descriptif du principe de l'Interpolation par TFD en OFDM-DMT.

4.1.2. simulations

Les simulations de transmission ont été réalisées sur le canal radiomobile. La caractéristique principale du canal de transmission radiomobile est liée à la présence d'obstacles fixes (immeubles, collines,...) et mobiles (autres véhicules...) sur le trajet base-mobile, qui provoquent un phénomène de trajets multiples à la réception du signal.

Le modèle GSM utilise une représentation du canal radiomobile sous la forme d'un nombre fini de trajets. L'enveloppe de chaque trajet suit une loi de Rayleigh ou de Rice. Dans nos simulations, nous avons considéré le modèle de canal urbain à 12 trajets [8] avec un Doppler nul (table 1).

On peut simplifier le modèle de canal lorsque celui-ci varie très lentement, en supposant qu'il est fixe pendant une certaine

Tableau 1. – Caractéristiques du canal radiomobile urbain.

coefficients	retards (en μs)	atténuations (en dB)
1	0	-4
2	0.1	-3
3	0.3	0
4	0.5	-2.6
5	0.8	-3
6	1.1	-5
7	1.3	-7
8	1.7	-5
9	2.3	-6.5
10	3.1	-8.6
11	3.2	-11
12	5	-10

durée. Dans le cas du canal urbain, pour une vitesse du mobile inférieur ou égale à 50 km/h, on peut supposer que le canal est fixe pendant la durée d'un paquet de symboles GSM, c'est-à-dire pendant $5.7564 \cdot 10^{-4}$ secondes. Lors de nos simulations, nous avons supposé que le canal était stationnaire sur 128 symboles.

Sur ce canal, nous avons mis en œuvre la technique d'Interpolation par Transformée de Fourier Discrète pour une transmission OFDM-DMT (figure 8). Les performances obtenues sont modestes mais le codage de canal, envisagé dans les normalisations [1] [2] et étudié au paragraphe 4.2.1, est une solution possible pour les améliorer. On retrouve le fait que l'OFDM-DMT avec parallélisation et Transformée de Fourier n'apporte pas d'amélioration de la performance par rapport à un système à porteuse unique.

Le nombre de porteuses total N est fixé à 64, le nombre de porteuses de références K à 8 et la durée symbole T vaut $2.8782 \cdot 10^{-4}$ s.

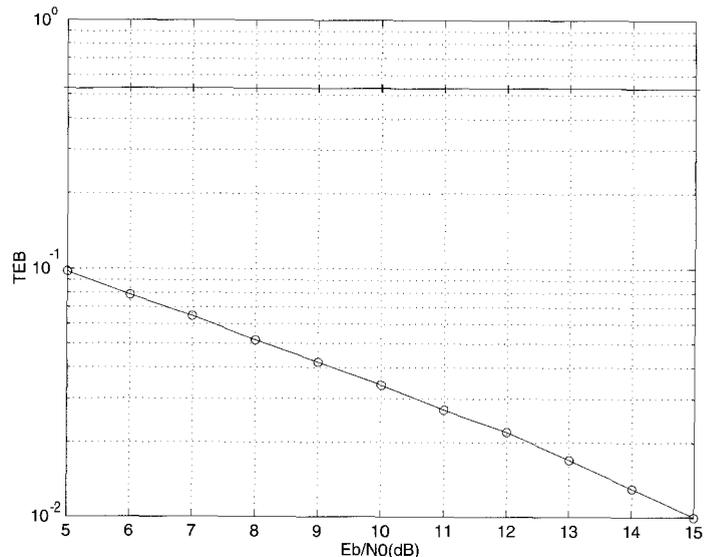


Figure 8. – Apport de la méthode d'Interpolation par Transformée de Fourier Discrète en OFDM-DMT. o : transmission avec interpolation, + : transmission sans interpolation.

Le fait d'introduire des références dans le plan temps-espace transformé fait diminuer le débit utile de la transmission. L'insertion des porteuses de référence s'accompagne toujours d'une perte d'efficacité spectrale et d'une perte en puissance du signal, il ne faut donc pas augmenter de manière significative K par rapport à N . Les valeurs de K et N sont fixées de telle sorte que la perte de puissance utile du signal soit inférieure à 1 dB. Dans notre cas, nous avons une perte de puissance de l'ordre de 0.6 dB.

Notons qu'avec une allocation dynamique des bits, c'est-à-dire en utilisant différents types de modulation au niveau des porteuses, selon que celles-ci sont plus ou moins atteintes par les fadings du canal, il est possible de compenser la perte d'efficacité spectrale.

4.2. généralisation aux Transformées de Hadamard

Nous avons, maintenant, remplacé dans la chaîne de transmission OFDM-DMT (voir figure 2) les organes de TFD et d'ITFD par des transformées de Hadamard dans le but d'appliquer la méthode de l'Interpolation par TFD. Nous avons aussi élargi la notion d'Interpolation aux transformées de Hadamard en considérant l'Interpolation par Transformée de Hadamard (figure 9). Sur la figure 9, l'indice k représente l'espace transformé.

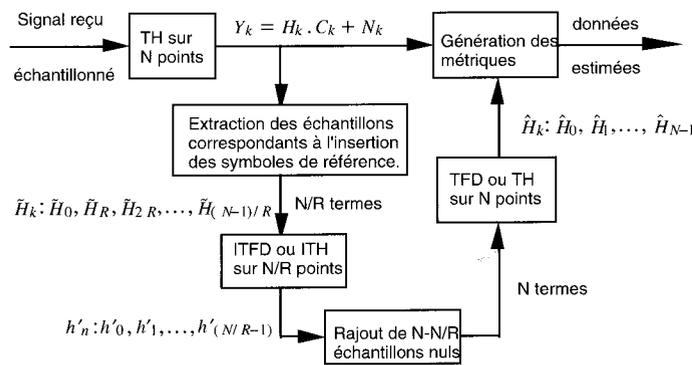


Figure 9. – Schéma descriptif du principe de l'Interpolation par TFD ou TH en HDM.

Les pilotes sont désormais des pseudo-porteuses qui sont réparties dans le plan temps-espace transformé (qui était le plan temps-fréquence en OFDM-DMT).

Nous constatons que le fait de remplacer la Transformée de Fourier Discrète par la transformée de Hadamard (aussi bien dans la chaîne de transmission que dans l'interpolation) conduit à des performances (en terme de taux d'erreur binaire) identiques (figure 10) à celles de l'OFDM-DMT.

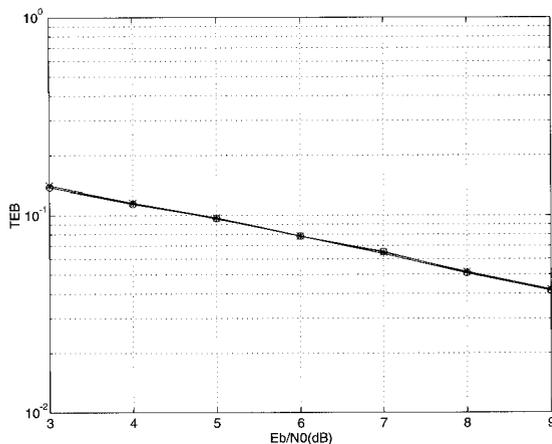


Figure 10. – Généralisation de la méthode d'Interpolation au domaine transformé. * : OFDM-DMT et interpolation par Fourier, o : HDM et interpolation par Fourier, + : HDM et interpolation par Hadamard.

La courbe (*) représente une transmission OFDM-DMT avec interpolation par Transformée de Fourier, la courbe (o) une transmission HDM avec une interpolation par Transformée de Fourier et la courbe (+) une transmission HDM avec interpolation par Transformée de Hadamard. Nous constatons que les trois courbes sont confondues.

Même si les performances obtenues sont faibles (TEB de 4.10^{-2} pour un rapport E_b/N_0 de 9 dB), l'interpolation (par TFD ou TH) a permis d'augmenter la pente de la courbe de taux d'erreur binaire. Comme dans le cas de l'OFDM-DMT, il est donc nécessaire d'utiliser un codage de canal afin d'améliorer les performances. Il est en effet connu que l'introduction d'un codage de canal permet aux modulations multiporteuses de surpasser les techniques classiques. C'est aussi ce que nous avons observé pour le HDM.

4.2.1. codage de canal

Nous avons mis en place un codage convolutif, souvent utilisé, de rendement 1/2 et de polynômes générateurs 133 et 171 auquel est associé un décodeur suivant l'algorithme de Viterbi.

Le décodeur ne peut fonctionner correctement que si les échantillons successifs présentés à son entrée sont affectés par des distorsions indépendantes. Afin, donc, de lutter contre les évanouissements sélectifs résultant des multi trajets, on utilise un entrelaceur uniforme dont le rôle est de décorréler les erreurs à la réception.

Nous constatons (figure 11) que l'entrelacement améliore nettement les performances du système HDM codé (CHDM).

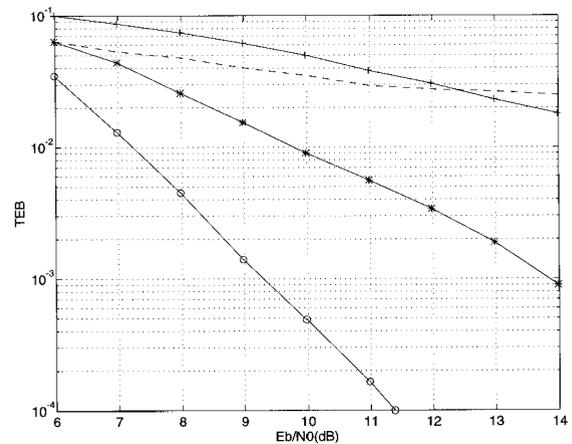


Figure 11. – Performances du système HDM codé ($N = 64, K = 8$) sur le canal radiomobile urbain. – : sans codage, sans entrelacement; + : avec codage ($R = 1/2$), sans entrelacement; * : avec codage ($R = 1/2$), matrice d'entrelacement ($32 * 32$); o : avec codage, matrice d'entrelacement ($64 * 64$).

4.2.2. utilisation d'un code poinçonné

Le codage de canal permet de gagner en performances au dépend de l'efficacité spectrale. Une méthode classiquement utilisée pour

compenser partiellement la perte d'efficacité spectrale consiste à utiliser un code poinçonné obtenu par non transmission de certains symboles issus du codeur. On montre [9] que la longueur de troncature L du codeur dépend à la fois du rendement et de la longueur de contrainte K . Le poinçonnage d'un code binaire diminue donc la rapidité de convergence vers le chemin optimal (il faut donc augmenter la longueur de troncature).

Pour un taux d'erreur de 10^{-2} , le gain en (dB) entre un rendement $3/4$ et un rendement $1/2$ est de 4.5! (voir figure 12).

Nous présentons aussi, figure 13, une comparaison entre le système OFDM-DMT codé et le système HDM codé. Le rendement du codeur est arbitrairement fixé à $\frac{2}{3}$ et la taille de la matrice d'entrelacement est $(64 * 64)$.

Nous constatons que les performances sont identiques.

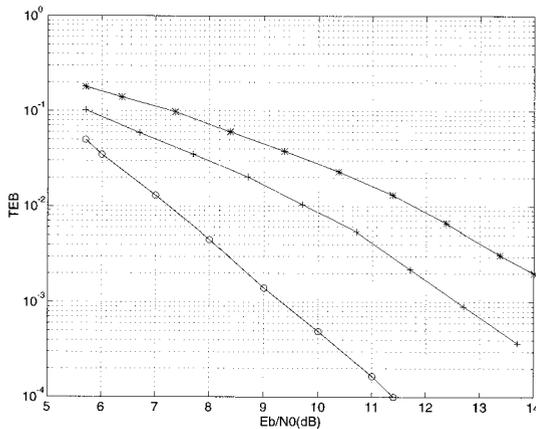


Figure 12. – Performances du système HDM codé (CHDM) pour divers rendements du codeur. Canal radiomobile urbain. Matrice d'entrelacement $(64 * 64)$. o : $R = 1/2, L = 5 * K$; + : $R = 2/3, L = 8 * K$; * : $R = 3/4, L = 10 * K$.

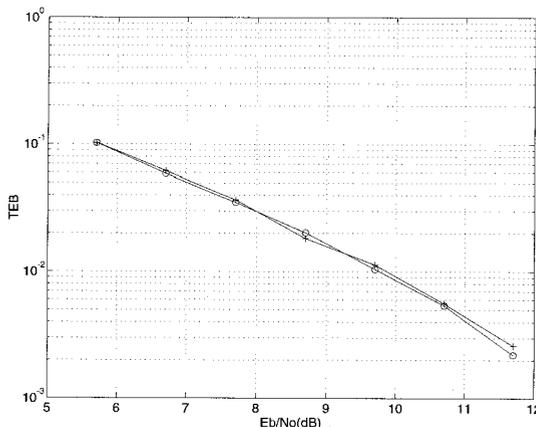


Figure 13. – Comparaison des performances du système HDM codé (CHDM) et du système OFDM-DMT codé. Canal radiomobile urbain. Matrice d'entrelacement $(64 * 64)$, $R = 2/3$. o : OFDM-DMT codé, + : HDM codé.

5. conclusion

Les modulations numériques à plusieurs porteuses sont souvent utilisées pour combattre la sélectivité des canaux de transmission. Cette sélectivité se traduit par l'évanouissement du signal à certaines fréquences, et peut être due à l'interférence entre les symboles, à des trajets multiples, ...

Ainsi on rencontre les systèmes OFDM (Orthogonal Frequency Digital Multiplex) ou DMT (Discrete MultiTone), spécifiés pour des applications de radio diffusion numérique et de transmission numérique sur les paires torsadées en cuivre du réseau téléphonique mondial. Ces systèmes mettent en œuvre des Transformées de Fourier Discrètes pour la modulation (et la démodulation) proprement dite et pour l'interpolation du canal. Cette interpolation permet de s'affranchir de sa sélectivité.

En interprétant les transformées numériques, employées dans ces modems, comme des applications linéaires qui transforment le signal portant l'information à transmettre, du domaine temporel en un autre signal dans un domaine transformé, nous avons montré que la transformation de Fourier peut être remplacée par une autre transformation numérique. Le choix de cette autre transformation numérique est guidé par des considérations de simplicité de mise en œuvre.

Dans cet article, nous avons présenté de nouvelles transformées en vue de simplifier les mises en œuvre de modulations à porteuses multiples du type OFDM-DMT. Nous avons montré que la transformée numérique, indispensable dans la mise en œuvre de ces techniques parallèles, pouvait se généraliser à d'autres transformées que celle de Fourier déjà spécifiée dans les applications. A titre d'exemple, nous nous sommes intéressés aux transformées de Hadamard. Nous avons réalisé une démodulation cohérente à l'aide du système à plusieurs porteuses que nous avons appelé HDM. Une méthode d'Interpolation est toujours utilisée dans les normes [1] [2] pour combattre la sélectivité du canal. Nous avons aussi généralisé cette technique d'interpolation, classiquement effectuée avec la Transformée de Fourier, à une Transformée de Hadamard, dont la taille peut être variable.

Il est reconnu que la simple utilisation de techniques multipor-teuses, en elle-même, n'améliore pas la performance (en terme de probabilité d'erreur) par rapport à des systèmes équivalents à fréquence porteuse unique et dotés d'un processus d'égalisation en réception. Un codage de canal doit obligatoirement être adjoint à un système à plusieurs fréquences porteuses.

A titre d'illustration, pour obtenir des performances significatives (de l'ordre de 10^{-4} pour de la parole numérisée), nous avons utilisé un codage convolutif de rendement variable et un entrelacement uniforme. Pour un rendement $1/2$, nous obtenons un taux d'erreur de 10^{-4} pour un rapport E_b/N_0 de 11.4 dB.

Le tableau 2, compare plusieurs critères de notre système parallèle basé sur les transformées de Hadamard (HDM) à ceux des

Tableau 2. – Comparaison entre l'OFDM-DMT et l'HDM pour un multiplex à N voies.

	HDM	OFDM-DMT
Performances	identiques	identiques
Débit	identique	identique
Efficacité spectrale	identique	identique
Coût de calcul	$N \cdot \log_2 N$ additions	$N \cdot \log_2 N$ additions et $\frac{N}{2} \cdot \log_2 N$ multiplications
Algorithme rapide	oui	oui
Erreurs de troncature	non	oui
Implémentation	simple et rapide	plus complexe mais structures déjà existantes

systèmes basés sur les transformations de Fourier discrètes tels que les systèmes OFDM-DMT.

Ce tableau indique que les deux approches conduisent aux mêmes performances (en terme de taux d'erreur binaire et d'efficacité spectrale notamment). L'atout principal du système HDM réside dans sa grande simplicité d'implémentation.

D'autres transformées numériques que les transformées de Fourier peuvent donc être utilisées dans les systèmes à porteuses multiples.

Nous avons remplacé les transformées de Fourier par des transformées de Hadamard, pour l'élaboration du signal modulé (et sa démodulation), ainsi que dans la fonction d'interpolation qui égalise en quelque sorte le canal de transmission sélectif.

Les résultats présentés dans cet article ont été principalement obtenus sur le canal radiomobile urbain. Il est possible d'étendre la mise en œuvre du système HDM codé (CHDM) à d'autres canaux sélectifs en fréquence (canal sous-marin, Asymmetric Digital Subscriber Line...) voire à d'autres transformées numériques qui risquent, cependant, d'être moins simples que les Transformées de Hadamard qui ne manipulent que des $+1$ et des -1 .

LES AUTEURS

Robert SERPOLLET



Au cours de ses études universitaires, Robert Serpollet obtient le diplôme d'Études Approfondies en électronique de l'Université de Bretagne Occidentale (Brest - France) en 1995. Au sein de son laboratoire d'accueil (Signal et Communications) à l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne (Plouzané - France), il contribue à la réalisation d'un Modem à porteuses multiples, pour les communications ionosphériques. Depuis 1996, il est élève en

thèse dans ce même laboratoire. Son thème de recherche concerne les modulations multiporteuses pour les communications numériques sur canaux sélectifs. Il est actuellement assistant dans le département Signal de l'École Naval (Lanvéoc Poulmic - France) dans le cadre de son service national.

Une autre perspective, compatible avec cette mise en œuvre de techniques numériques, consiste à utiliser différents types de modulations sur différentes porteuses, selon que celles-ci sont plus ou moins atténuées par le canal. L'allocation dynamique de bits sur les porteuses permet, par exemple, de moduler les porteuses les moins atténuées par le canal sélectif, par des modulations à grand nombre d'états. Inversement, les porteuses les plus atténuées transportent, quant à elles, un débit moins élevé d'information. Ceci permet d'améliorer l'efficacité spectrale et de se rapprocher de la capacité maximale théorique du canal de Shannon.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] European Telecommunication Standards Institute Draft, p.r. ETS 300-401, *Radio protecting system, Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile portable and fixed receivers*, June 1996.
- [2] American National Standards Institute Draft, T1E1.4/95-007R2, *Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface*, June 1995.
- [3] M. Alard, R. Lassale, *Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers*, EBU Review, N°224, pp.168-190, August 1987.
- [4] S.B. Weinstein, P.M. Ebert *Data Transmission by Frequency Division Multiplexing using the Discrete Fourier Transform*, IEEE Transaction on Communication Technology, vol. COM-19, N°5, October 1971.
- [5] MATLAB, User's Guide for VAX/VMS computers, 1993.
- [6] J. Lifermann, *Les méthodes rapides de transformation du signal : Fourier, Walsh, Hadamard, Haar*, MASSON, 2ème édition, 1979.
- [7] D.F. Elliot, K. Rao, *Fast Transforms Algorithms, Analyses, Applications*, Academic Press, 1982.
- [8] K. Boullé, D. Duponteil, *Modèle de simulation du canal radiomobile*, Annexe 3, Spécifications GSM 05.05, DCS(version 3.0.0), Propagation Conditions, France télécom/CNET/PAB.
- [9] G.C. Clark, J.B. Cain, *Error-correcting coding for digital communications*, Plenum Press, pp. 262-263, New-York, 1981.

Manuscrit reçu le 29 juillet 1996

Pierre-Yves COCHET



Après la suite de ses études à l'École Polytechnique (Palaiseau - France) en 1982, il obtient le diplôme de l'École Nationale Supérieure des télécommunications (Paris - France) en 1984. Après une activité en téléphonie publique à Alcatel, il est actuellement enseignant chercheur à l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, au sein du département Signal et Communication. Outre ses activités d'enseignement, il mène des travaux de recherche sur

la caractérisation du canal de transmission non standard (canaux non stationnaires et sélectifs en fréquence) et sur les différents types de communications numériques susceptibles d'être acheminées par ces mêmes canaux.