

# Etude d'un modèle déformable de Fourier pour la segmentation et le suivi d'objets 2D et 3D

---

## Segmentation and motion analysis of 2D and 3D objects using a flexible Fourier model

par Franck DUFRENOIS

Laboratoire d'Analyse des Systèmes du Littoral, 195 rue Pasteur M.L. King, BP 649, 62228 Calais cedex, France

### *résumé et mots clés*

Cet article présente une étude sur une technique de segmentation et d'analyse du mouvement qui combine le formalisme de la mécanique d'Euler-Lagrange et la représentation des formes par une décomposition sur une base de Fourier. Ce mode de représentation, par sa nature hiérarchique et paramétrique, a déjà suscité un large intérêt dans le domaine de la description des formes 2D et de la classification. Dans une première phase, nous proposons dans cet article, une extension en 3D du descripteur de Fourier elliptique utilisé pour les courbes fermées. Celui-ci décompose toute surface fermée 3D à topologie sphérique sur une base de fonctions ellipsoïdales. Dans une seconde phase, pour appréhender de façon unique le processus d'extraction et de suivi, nous intégrons les paramètres du modèle de Fourier dans un schéma déterministe d'évolution basé sur le principe de moindre action de Hamilton. La convergence du processus de déformation est également étudiée en fonction des paramètres intrinsèques du schéma. Nous montrons également que la nature hiérarchique du modèle fournit un cadre implicite pour décomposer et caractériser les principales composantes du mouvement. Enfin, nous présentons et discutons les résultats sur des données synthétiques et réelles. En particulier, ces résultats seront commentés en fonction du nombre d'harmoniques, de l'initialisation et du bruit. Les applications visées sont la segmentation et le suivi.

**Descripteur de Fourier, modèle déformable, segmentation, suivi, paramétrisation, optimisation, reconstruction 3D**

### *abstract and key words*

This paper describe a new model-based segmentation and motion analysis technique combining Euler-Lagrange formalism and shape representation by Fourier decomposition. Fourier descriptor, by its parametrical and hierarchical nature, make it a very used tool for 2D representation and pattern classification applications. At first, we propose in this article, to extend the concept of elliptic Fourier descriptor for 2D closed curve to 3D representation. All 3D closed surface with spheric topology can be decomposed over an ellipsoïdal basis functions. In a second step, to realise in the same time the segmentation and traking process, we establish, from the less action principle of Hamilton, the Lagrange equations of motion of the Fourier parameters. The intrinsic parameters of the framework are also studied to ensure the convergence of the process. For primitives tracking, we show

that the hierarchical nature of the Fourier basis provide an implicit framework to characterize the main components of motion. Some results of the method applied to synthetic and real images are presented, including an evaluation of the dependence of the method on initialisation, image quality and number of harmonics. The applications are segmentation and data tracking.

Fourier descriptor, deformable model, segmentation, tracking, parametrization, optimization, 3D reconstruction

## 1. introduction

L'étude des formes et de leurs déformations au cours du mouvement constitue un thème important en vision par ordinateur. Dans ce cadre, les chercheurs se sont beaucoup intéressés depuis quelques années à la modélisation dynamique des objets, basée sur les lois physiques du mouvement et de la déformation. Ce sont les modèles déformables, introduits en vision par Kass, Witkin et Terzopoulos [23]. Depuis, un grand nombre de méthodes basées sur ce principe, ont vu le jour. Nous proposons, afin d'en identifier les grandes approches, de les classer en fonction de la nature du modèle déformable. Selon nous, il peut se présenter sous quatre formes : les modèles déformables dits *physiques*, *paramétriques*, *statistiques*, et *géométriques*. Naturellement, tout classement comporte une part de subjectivité et peut présenter, dans ses catégories, des frontières assez floues. D'autres critères auraient pu être envisagés, par exemple en fonction de l'application visée, du critère d'optimisation employé... Néanmoins, cette classification peut donner une idée assez générale des approches par modèle déformables développées dans la littérature.

Généralement les modèles déformables dits physiques utilisent une représentation physique et déterministe de l'objet, c'est-à-dire que le modèle est défini en terme de maillage dans le cas bidimensionnel ou sous la forme d'une chaîne de points dans le cas monodimensionnel. La cohésion spatiale du modèle est assurée par des contraintes de lissage qui peuvent être représentées de différentes façons. On simule les propriétés élastiques de l'objet soit par des ressorts agissant comme contraintes internes au modèle [28], soit par un système de particules interagissant suivant des forces d'interaction et de répulsion [46]... L'optimisation et la déformation du modèle sont régies par des équations d'évolution déterministes dérivées des lois physiques de la dynamique. Leur formulation est Lagrangienne (équation lagrangienne du mouvement [44]) ou Eulérienne (équation d'Hamilton Jacobi [38, 12], équation de Navier Stokes [34]). Le choix du formalisme reste souvent lié à la nature du problème. Les modèles déformables paramétriques sont également régis par le même type de lois d'évolution déterministes dérivées des lois physiques de la dynamique. La différence principale est

qu'ils utilisent une représentation paramétrique du modèle. Les représentations les plus courantes sont décrites à partir de fonctions B-splines [45, 29, 21, 8], de descripteurs hiérarchiques de type Fourier [16, 41], de descripteurs à base d'ondelettes [7, 47], de superquadriques [44] ou d'hyperquadriques [9]. Leur avantage est qu'ils mettent en jeu un petit nombre de paramètres caractéristiques pour décrire la forme étudiée. Ces modèles permettent d'avoir un contrôle global de la forme assurant ainsi une meilleure robustesse en présence de bruit et de données éparses. Une approche alternative et complémentaire de celles présentées ci-dessus est d'inscrire le processus d'ajustement du modèle dans un schéma probabiliste [39, 43, 19, 5, 13]. Ces modèles sont couramment appelés modèles déformables statistiques. L'utilisation de tels modèles est liée à la nature bruitée des informations délivrées par la plupart des capteurs de vision. En formulant les traitements de vision comme un problème d'estimation statistique, il devient possible de modéliser explicitement le bruit et l'incertain provenant des capteurs et de calculer des estimées des objets à segmenter ou à reconstruire. L'optimisation proprement dite est ensuite effectuée par des méthodes déterministes telles que la relaxation [21], l'ICM, ... ou des méthodes stochastiques comme le recuit simulé [22]. Les méthodes de minimisation stochastiques convergent asymptotiquement vers le minimum global, tandis que les méthodes déterministes convergent en général vers un minimum local nécessitant de prendre dans ce cas une initialisation proche de la solution recherchée. Cependant, si la convergence vers un minimum global est assurée par ces méthodes, elle nécessite des temps de calcul très importants.

Enfin, pour terminer cette classification non exhaustive, on trouve également des modèles déformables dits « géométriques » [42, 13] qui sont dédiés à la description d'une classe d'objets très précise tels que les mains [24], les yeux, la bouche [48]... Ces modèles permettent donc de traiter des objets complexes, mais l'application d'un modèle choisi est restreinte à la classe d'objets qu'il décrit. Ces modèles spécifiques peuvent être eux-mêmes de type physiques, paramétriques et statistiques.

Dans le cadre de cet article, nous avons choisi d'étudier le modèle déformable paramétrique de Fourier. Il présente selon nous plusieurs avantages :

1) Le modèle se déforme de manière globale à chaque itération et non point par point. Ce type de représentation est donc plus robuste au bruit et aux occlusions partielles que les modèles physiques composés de chaînes de points. Cette représentation permet d'extraire des contours courbes des images, au lieu d'approximations polygonales et permet également, grâce à son aspect paramétrique, de réduire le nombre de degrés de liberté du modèle.

2) Sa nature hiérarchique constitue également une seconde motivation. En effet, comme il le sera justifié au paragraphe 6, il est possible, à travers la notion d'harmonique d'identifier les principales composantes du mouvement et ceci indépendamment d'un modèle de mouvement prédéfini.

3) Les coefficients du descripteur de Fourier peuvent être normalisés afin de produire un vecteur de paramètres invariant aux transformations affines. Après la phase d'extraction, il peut être directement utilisé comme un outil de classification robuste.

4) Le choix d'une paramétrisation de Fourier permet de décrire une grande variété de formes 2D complexes, contrairement aux représentations de type superellipse dont l'espace de représentation est limité aux familles de courbes comprises entre le carré et l'ellipse. Cette représentation s'est également imposée par rapport au modèle B-spline.

Dans cet article, nous présentons une étude sur une représentation de Fourier 2D et 3D couplée à un schéma déterministe d'évolution afin d'appréhender de façon unique le processus de segmentation/reconstruction. Dans le paragraphe suivant, nous situons notre approche par rapport aux travaux existants. Le paragraphe 3, après un rappel sur le descripteur 2D, nous présentons notre descripteur 3D et ses propriétés. Dans le paragraphe 4, nous combinons le formalisme de la mécanique d'Euler-Lagrange avec le mode de représentation adopté afin d'établir les lois d'évolution des paramètres de Fourier. Nous discutons le choix des paramètres intrinsèques et leur rôle dans la convergence du processus de déformation. En dernier lieu, nous présentons et discutons les résultats sur des données synthétiques et réelles. Les applications visées sont la segmentation et le suivi.

## 2. descripteurs de Fourier : historique

Dans le domaine de la vision par ordinateur, la représentation de Fourier a suscité de nombreuses études. Sa première utilisation est apparue dans des applications de classification de formes 2D. En effet, comme on l'a signalé précédemment, ses propriétés d'invariance ont fait de lui un outil de classification très utile [32, 25]. Seulement, ces approches nécessitent généralement plusieurs étapes de traitements (*i.e.* binarisation, calcul du maxi-

mum du gradient, suivi de contours, ...) pour extraire les frontières des primitives image que l'on désire reconstruire. En présence de bruit et de discontinuités, le processus d'extraction devient plus délicat. Les frontières de l'objet sont peu précises ou discontinues, la paramétrisation est alors rendue difficile. Staib et Duncan [39] ont été les premiers à combiner le formalisme des modèles déformables avec la représentation de Fourier 2D. En intégrant les paramètres du descripteur de Fourier dans un schéma d'estimation probabiliste, ils étendent ainsi son utilisation à un processus de segmentation / reconstruction. Ils proposent également un modèle de surface déformable basée sur une paramétrisation de Fourier [40]. En contraignant certains paramètres du domaine, ils montrent comment représenter quatre sortes de topologies distinctes (surface ouverte, tube, tore, sphère). La méthodologie employée pose cependant certaines difficultés dans la technique de paramétrisation. Tout d'abord, la nécessité d'exprimer les paramètres dans un système de coordonnées décrivant au mieux la géométrie de l'objet à représenter. Certaines transformations peuvent entraîner une distribution non homogène des paramètres sur la surface de l'objet et donc des distorsions dans la reconstruction. Le calcul de la paramétrisation pour la représentation de certaines formes nécessite une succession de projection des points de la surface vers l'espace des paramètres.

Brechbühler *et al.* [6] surmontent les précédentes limitations en proposant une nouvelle technique pour générer une représentation paramétrique explicite de la surface d'objets 3D arbitraires avec un minimum de distorsions. Le principe de la méthode est le suivant : Ils projettent la surface de l'objet sur un espace à 2 dimensions à topologie sphérique et assurent une distribution uniforme des paramètres en minimisant une fonction objective avec contraintes. Les surfaces ainsi paramétrisées sont reconstruites par décomposition sur une base de fonctions d'harmoniques sphériques.

L'étude qui est présentée ici, repose en grande partie sur les travaux de Staib et Duncan en 2D et sur ceux de Brechbühler en 3D. Notre apport sur ce sujet se situe sur les points suivants :

Nous proposons de résoudre le problème de la segmentation par une approche déterministe de type Lagrangienne. Cette méthodologie ne nécessite pas de disposer au départ d'un modèle de référence. Le nombre d'harmoniques n'est pas fixé initialement, le processus met à jour automatiquement ces harmoniques. Nous mettons également en évidence que la nature hiérarchique du descripteur constitue une base de décomposition du mouvement. En 3D, la contribution repose sur la définition d'un nouveau descripteur 3D paramétrique dont le support géométrique est une base de fonctions ellipsoïdales. Contrairement aux harmoniques sphériques, dont le calcul nécessite de dériver  $m + 1$  fois ( $l$  et  $m$  correspondant aux ordres de la série) un polynôme, les fonctions ellipsoïdales sont beaucoup plus faciles à implémenter. Elles s'intègrent bien dans le schéma d'évolution utilisé et les équations d'évolution sont obtenues et calculées récursivement.

### 3. représentation des courbes fermées par descripteur de Fourier 2D

Considérons une courbe fermée plane orientée dans le sens horaire définie en coordonnées paramétriques par :

$$C(\theta) = x(\theta), y(\theta)^T, \quad \theta(1) = l/2\pi, \quad 0 \leq 1 \leq 2\pi$$

où le paramètre  $\theta$  correspond à la longueur de l'arc normalisée,  $l$  est la longueur de l'arc le long de la courbe obtenue à partir d'un point de départ  $\theta_0$ . Chaque composante de la courbe peut être alors décomposée sur une base de Fourier 1D [39] :

$$\begin{bmatrix} x(\theta) \\ y(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} a_{11}^k & a_{12}^k \\ a_{21}^k & a_{22}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(k\theta) \\ \sin(k\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ou encore exprimée sous forme matricielle :

$$C(\theta) = C_0 + \sum_{k=1}^N A_k P_k(\theta) \quad (2)$$

Dans (2), le premier terme  $C_0 = [x_0, y_0]^T$  détermine le centre de la courbe, et le terme produit dans la sommation est la description paramétrique d'une ellipse. Les caractéristiques de l'ellipse sont déterminées par les coefficients de  $A_k$  et est complètement décrite par son vecteur de parcours  $P_k$ . La représentation de la courbe est réalisée par une série d'ellipses de plus en plus

petites. L'indice  $k$  représente l'ordre de la série et  $N$  le nombre d'ellipses utilisé pour la description.

Nous illustrons figure 1.a la représentation hiérarchique du contour d'une forme géométrique par décomposition de Fourier elliptique. Comme on peut le remarquer, les détails de l'objet apparaissent de plus en plus nets au fur et à mesure que l'ordre de la série augmente. On constate également l'importance d'un échantillonnage régulier de la variable de parcours sur le résultat de la reconstruction. En effet une paramétrisation non uniforme peut introduire quelques distorsions sur la frontière reconstruite (fig. 1.b). Cette propriété, quelle que soit la dimension, est essentielle pour une bonne caractérisation de la forme de l'objet.

On remarque également, par analogie avec le traitement du signal, que la courbe définie par (2) peut avoir une représentation en fréquence où le premier terme  $C_0$  représente la valeur moyenne, et le second terme regroupe la fondamentale et les harmoniques ( $k \in [1, N]$ ).

### 4. descripteur de Fourier 3D : descripteur de Fourier ellipsoïdal

Dans ce paragraphe, nous proposons une extension du descripteur de Fourier elliptique en 3D. Ce descripteur paramétrique, de la même façon qu'en 2D, décompose toute surface fermée d'ob-

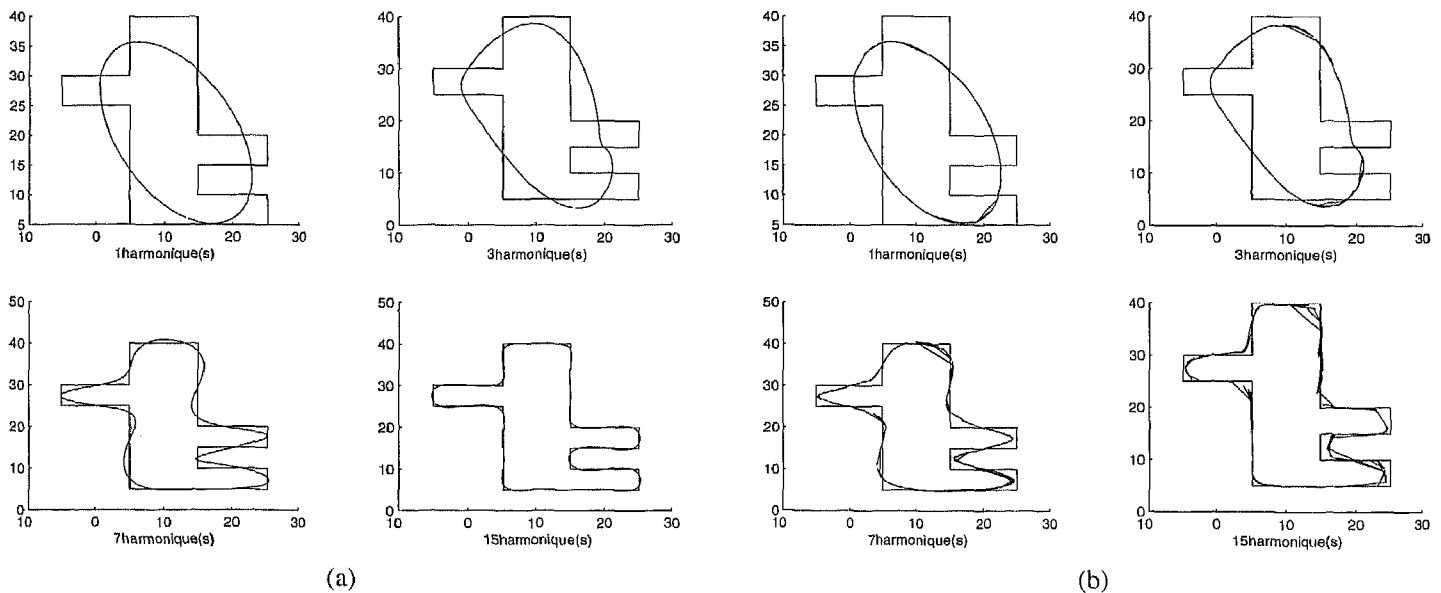


Figure 1. – Représentation hiérarchique d'une forme par descripteur 2D de Fourier. (a) échantillonnage régulier. (b) échantillonnage non régulier. Le nombre d'harmoniques dans les deux cas a été fixé respectivement de gauche à droite et de bas en haut à 1, 3, 7 et 15.

jets arbitraires à topologie sphérique sur une base de fonctions orthogonales. Sa nature hiérarchique constitue une propriété très intéressante pour représenter naturellement des déformations locales et ainsi capturer les détails d'une forme. Il généralise ainsi les approches par cylindres généralisées, superquadriques et hyperquadriques. La représentation des surfaces obtenues par ces modèles est intéressante et pratique dans la mesure où elle ne nécessite qu'un faible nombre de paramètres. Cependant, pour des structures complexes issues par exemple de l'imagerie médicale, ces modèles ne permettent pas de capter les détails des formes. On dit que ces modèles donnent une représentation globale. Afin de généraliser leur utilisation, certains auteurs ont modifié ces modèles afin de prendre en compte des déformations locales ou des mouvements particuliers.

Terzopoulos *et al.* [44] associent au modèle superquadrique une force de déplacement qui est une combinaison linéaire de fonctions de déformation élémentaires. Le nombre de degrés de liberté du modèle est ainsi augmenté. Le problème de l'ajustement du modèle aux données est réalisé par une approche lagrangienne à l'aide de forces élastiques qui vont déformer le modèle. Vemury *et al.* [47] généralisent cette approche en décomposant cette force de déplacement sur une base d'ondelettes. Cette méthode permet d'assurer une transition continue entre les déformations locales et globales et donc d'obtenir une plus grande variété de formes. Park *et al.* [30], pour analyser le mouvement particulier du ventricule gauche, proposent un modèle ellipsoïdal dont les paramètres sont devenus des fonctions des coordonnées polaires. Ils peuvent ainsi modéliser les déformations locales telles que des contractions radiales et longitudinales, des torsions et des déformations axiales. Bardinet *et al.* [1] estiment la forme et le mouvement du ventricule gauche en utilisant la technique des déformations libres introduites par Sedeborg *et al.* [37] pour modéliser les déformations locales sur une superquadrique de référence.

Polli *et al.* [33] utilisent une paramétrisation sphérique pour représenter la surface fermée d'un objet définie par des données éparses. Chaque point de la surface de l'objet est repéré en coordonnées sphériques et par une fonction périodique correspondant à la distance séparant le point de l'origine. Le problème de l'ajustement de la surface aux données revient à minimiser une fonctionnelle d'énergie intégrant un terme d'attache aux données et un terme de lissage.

Notre descripteur se rapproche par sa formulation de celui défini à partir de fonctions d'harmoniques sphériques [6]. Ces fonctions ont comme propriétés d'être solution de l'équation de Laplace en coordonnées sphériques et s'exprime à partir des polynômes de Legendre associés. L'ensemble de ces fonctions constitue une base de décomposition de l'espace  $L^2(S^2)$ . Nous proposons de définir dans ce paragraphe une base de fonctions trigonométriques définies également sur  $L^2(S^2)$  et possédant les propriétés de complétude et d'invariance sur le groupe des déplacements de l'espace euclidien à trois dimensions. Cette base de fonctions possède certaines caractéristiques qui nous

semblent avantageuses par rapport à celles présentées par les harmoniques sphériques :

- Ces fonctions ont des expressions analytiques beaucoup plus simples et elles s'établissent de façon récurrente stable (contrairement aux polynômes de Legendre qui présentent certaines récurrences instables [49]).

- La caractérisation du mouvement est implicite dans la formulation matricielle du descripteur. En effet, une décomposition canonique permet de mettre en évidence les termes de rotation et de forme suivant les trois axes du repère euclidien.

## description mathématique

De façon similaire au cas 2D, le descripteur 3D se décompose sur une base orthonormée de fonctions trigonométriques d'ordre  $k$  et  $l$  :

$$\phi = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin x \cos y, \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin x \sin y, \frac{\cos x}{\pi}, \dots, \right. \\ \left. \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin kx \cos ly, \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin kx \sin ly, \frac{\cos kx}{\pi}, \dots \right\} \quad (3)$$

La surface sera paramétrisée en coordonnées sphériques par deux variables  $\theta$  et  $\varphi$ , avec  $\theta$  compris entre  $[0, \pi]$  et  $\varphi$  entre  $[0, 2\pi]$ . Elle est définie par trois fonctions explicites :

$$S(\theta, \varphi) = (x(\theta, \varphi), y(\theta, \varphi), z(\theta, \varphi))^T \quad (4)$$

Chaque composante de  $S$  est ensuite projetée sur  $\phi$ . On peut écrire l'expression obtenue sous forme matricielle :

$$S(\theta, \varphi) = S_0 + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L A_{k,l} P_{k,l}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

où  $S_0 = (x_0, y_0, z_0)$  détermine le centre de la forme et la matrice  $A_{k,l} = [a_{i,j}^{k,l}]_{(i,j) \in \{1,3\}^2}$  représente une matrice carrée de dimension 3. La surface de l'objet est complètement décrite par son vecteur de parcours  $P_{k,l}$ . Il est défini sur trois composantes de la base  $\phi$  :

$$P_{k,l}(\theta, \varphi) = \left( \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin k\theta \cos l\varphi, \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin k\theta \sin l\varphi, \frac{\cos k\theta}{\pi} \right)^T \quad (6)$$

En pratique, on limitera l'ordre de la série à des valeurs  $(K, L)$ . Cette troncature diminue le nombre de paramètres mis en jeu dans la description et lisse la reconstruction. La figure 2 illustre la variabilité des surfaces qui peuvent être représentées par (5). Les quatre premières formes sont représentées à un ordre  $(k, l)$  allant de (1,1) à (5,5). Pour la sphère bien sur, l'ordre 1 suffit. Pour le cube, le cylindre et le double cône, nous obtenons une

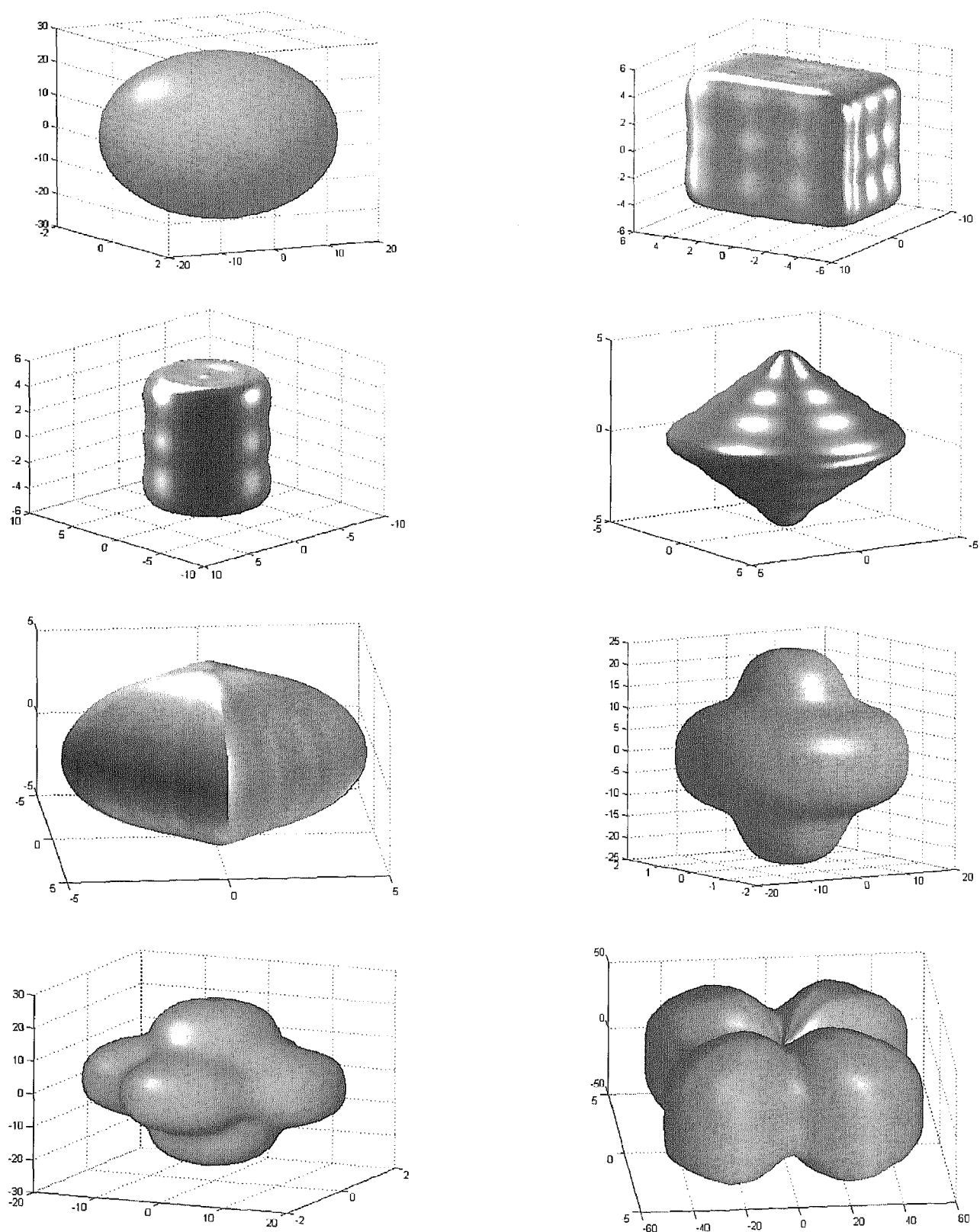


Figure 2. – Quelques exemples de représentations de surfaces à partir de (5).

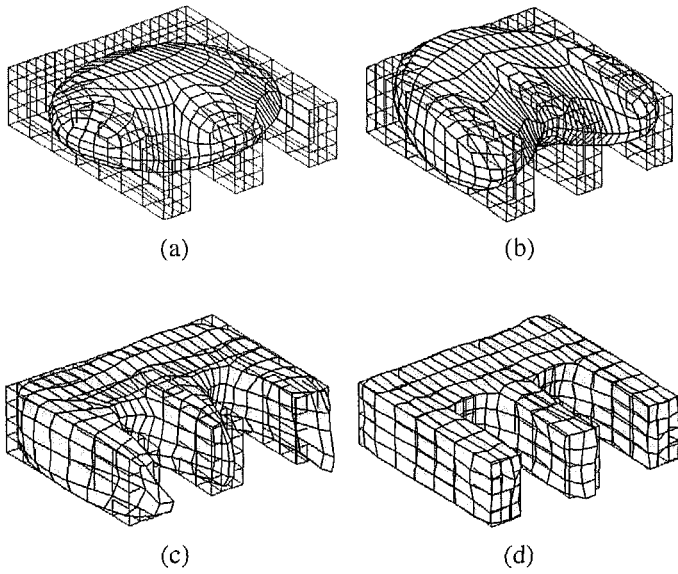


Figure 3. – Représentation hiérarchique de la surface d'un objet en forme de « E » par une décomposition de Fourier ellipsoïdale.  $(K, L) = (1,1)$  (a).  $(K, L) = (2,2)$  (b).  $(K, L) = (5,5)$  (c).  $(K, L) = (10,10)$  (d).

version lissée à l'ordre 5. Les objets suivants nécessitent d'élever l'ordre jusque 8. A noter que pour la plupart des objets, de nombreux coefficients sont nuls.

Cette représentation peut avoir une interprétation géométrique en terme d'ellipsoïdes. De façon imagée, toute surface fermée peut être décrite par une série d'ellipsoïdes de plus en plus petites. Cette représentation a donc, comme en 2D, la propriété d'être hiérarchique. La figure 3 illustre cette propriété sur un exemple de reconstruction de la surface d'un objet de type « E ».

### décomposition des $A_{k,l}$

D'après (5), chaque ellipsoïde de la série est définie par sa matrice de forme et d'orientation  $A_{k,l}$ . De façon à mettre en valeur ces paramètres,  $A_{k,l}$  peut être décomposée en quatre sous-matrices :

$$A_{k,l} = \left[ a_{i,j}^{k,l} \right]_{(i,j) \in [1,3]^2} = R_{u_{k,l}} R_{v_{k,l}} R_{w_{k,l}} F_{k,l} \quad (7)$$

Les trois premières matrices représentent les matrices de rotation suivant les angles d'Euler  $(u, v, w)$  autour des axes  $(x, y, z)$ , et  $F$  la matrice diagonale des trois demi-axes principaux de l'ellipsoïde. La surface de l'objet peut ainsi comme en 2D être décrite par un vecteur à  $3(1 + 2KL)$  paramètres :

$$q = \{x_0, y_0, z_0, \alpha_{11}, \beta_{11}, \psi_{11}, a_{11}, b_{11}, c_{11}, \dots, \alpha_{KL}, \beta_{KL}, \psi_{KL}, a_{KL}, b_{KL}, c_{KL}\} \quad (8)$$

### détermination des coefficients

L'utilisation d'une base orthogonale est pratique pour le calcul des coefficients de la série. D'une manière plus formelle, les coefficients sont calculés en formant le produit scalaire de  $S$  avec les composantes de la base :

$$A_{k,l} = \langle S, P_{k,l} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S(\theta, \varphi) P_{k,l}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (9)$$

L'évaluation de cette double intégrale est réalisée à partir des points échantillonnés  $[X_i, Y_i, Z_i]_{i \in [1, N]}$  de  $S$  paramétrisée par  $(\theta_i, \varphi_i)$ . Si l'échantillonnage n'est pas uniforme, les valeurs des fonctions  $P_{k,l}$  prises en  $(\theta_i, \varphi_i)$  ne forment pas généralement un ensemble orthonormal de vecteurs. Dans ce cas, on estime les coefficients de la série par la méthode des moindres carrés :

$$A = (K^T K)^{-1} K^T S \quad (10)$$

avec  $K$ , la matrice de dimension  $N \times 3(1 + 2KL)$  réunissant les valeurs de  $P_{k,l}$  et  $A$ , le vecteur  $(N \times 3)$  des coefficients recherchés.

### représentation fréquentielle

Par analogie avec le traitement du signal où un signal est caractérisé par son spectre en fréquence, on peut également à partir de la représentation ellipsoïdale de l'objet obtenir une représentation en terme de fréquence. En effet, chaque objet est décrit par une série d'ellipsoïdes. Chaque ellipsoïde est définie par sa matrice de forme et d'orientation. On peut donc caractériser l'objet par ses principales composantes spatiales en calculant le rayon spectral pour chaque  $A_{k,l}$ . On définit alors, par analogie avec le traitement du signal, le spectre de la forme  $S$  :

$$SF(u, v) = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L \xi(A_{k,l}) \delta(u - i, v - j) \quad (11)$$

avec  $\xi(A_{k,l}) = \max_{i \in [1,3]} |l_i(A_{k,l})|$ , le rayon spectral de  $A_{k,l}$  et  $l_i$  ses valeurs propres. Le spectre de la surface de l'objet « E » est illustré sur la figure 4. La décomposition hiérarchique peut s'avérer être un outil très intéressant pour la description de formes 3D complexes d'objets anatomiques (*i.e.*, les cavités cardiaques, système ventriculaire, ...). Il peut jouer un rôle très intéressant dans l'analyse des dissimilarités entre formes, dans l'étude des déformations morphologiques (ex : la comparaison des structures pathologiques avec des structures saines).

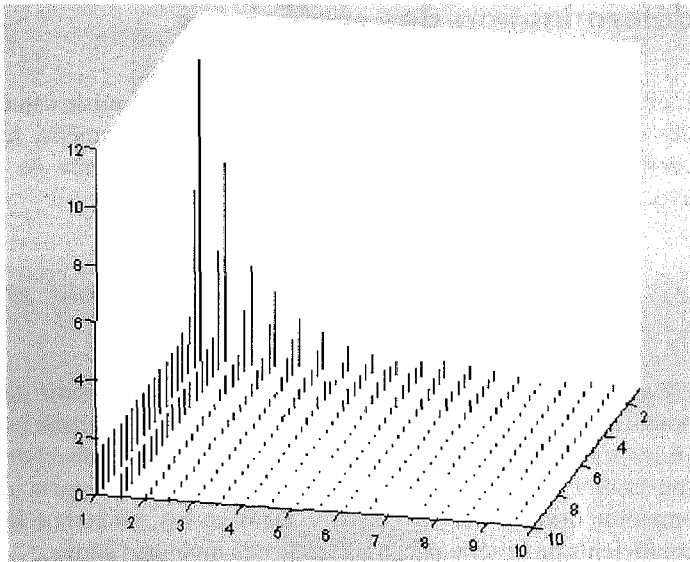


Figure 4. – Représentation « fréquentielle » de la surface de l'objet en forme de « E » de la figure 3.d

### invariance

L'invariance consiste à rendre les caractéristiques géométriques d'un objet indépendantes de sa position et de son orientation dans l'espace. Dans notre cas l'objet étant décrit par un vecteur de paramètres, cela revient à déterminer un nouvel ensemble de coefficients qui soient indépendants par rapport à une transformation affine de l'objet (translation, rotation, échelle). Les coefficients obtenus précédemment dépendent à la fois de la position relative de l'espace des paramètres sur la surface de l'objet et de l'orientation de l'objet dans l'espace par rapport à un référentiel euclidien. Il est possible d'éliminer ces dépendances en réalisant une rotation dans l'espace des paramètres et une dans l'espace objet. Ces deux rotations sont appliquées aux coefficients du descripteur par la relation suivante :

$$A'' = R_{os} A_{kl} R_{ps} \quad (12)$$

Où  $R_{ps}$  et  $R_{os}$  sont respectivement les matrices de rotation dans l'espace des paramètres et dans l'espace objet.  $R_{ps}$  est obtenue en calculant les valeurs singulières de la matrice de l'ellipsoïde fondamentale  $A_{1,1}$  c'est-à-dire les valeurs propres ( $l_1 > l_2 > l_3$ ) de la matrice  $A_{1,1}^{\perp} A_{1,1}$ . Les valeurs propres  $l_1, l_2$  et  $l_3$  ont une interprétation géométrique, ils représentent les longueurs des demi-axes principaux de l'ellipsoïde. Les vecteurs propres  $u_1, u_2$  et  $u_3$  de  $A_{1,1}^{\perp} A_{1,1}$  forment les paramètres de la matrice de rotation  $R_{ps}^{\perp} = (u_1, u_2, u_3)$ . La rotation dans l'espace objet consiste à ramener les axes principaux de  $A_{1,1}$  parallèles avec les axes du repère cartésien. La matrice de rotation dans l'espace objet est déterminée par la relation suivante :

$$R_{os} = \text{diag} \left( \frac{1}{l_1}, \frac{1}{l_2}, \frac{1}{l_3} \right) (A_{1,1} R_{ps})^{\perp} \quad (13)$$

Le descripteur est maintenant invariant pour la rotation. En ignorant  $S_0$  et en divisant par  $l_1$  les coefficients du descripteur, on obtient l'invariance pour la translation et le changement d'échelle.

### paramétrisation

Le principal problème dans cette approche consiste à déterminer une paramétrisation homogène et uniforme de la surface de l'objet à reconstruire. Dans le cas 2D, la paramétrisation d'un contour fermé continu ne pose pas de difficultés puisqu'elle se ramène à un échantillonnage régulier d'une variable. Par contre, elle s'avère beaucoup moins évidente dans un cadre 3D puisque la paramétrisation est réalisée sur deux variables distinctes. Cette difficulté est résolue en appliquant une technique de paramétrisation développée récemment [6]. Cette méthode est définie en trois étapes : en premier, on génère à partir d'une segmentation 3D une structure de données de type voxel de l'objet à reconstruire [22]. Cette représentation détermine aussi bien la géométrie de la surface que les relations de voisinage entre les différents sommets. Dans une seconde phase, on associe à chaque sommet de coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)_{i \in [1, N_s]}$  de l'objet un couple  $(\theta_i, \varphi_i)$ . Cette opération est réalisée à l'aide d'un algorithme de diffusion en  $\theta$  et  $\varphi$ . Pour cela on résout l'équation de Laplace pour chaque paramètre séparément en tenant compte des conditions de Dirichlet respectives. Cette approche trouve une analogie physique dans le principe de conduction de la chaleur sur un matériau. On « diffuse » la température de façon à obtenir une distribution de température stationnaire le long du matériau. Dans notre cas, chaque facette de la surface de l'objet peut être projetée sur la sphère unité (fig. 5.a). On obtient ainsi une représentation de l'objet par un maillage sphérique  $\Omega$  où chaque élément quadrilatère sphérique  $E_k \subset \Omega (k \in [1, N_s])$  est caractérisé par sa surface  $S_k$ . Cette paramétrisation n'est cependant pas optimale car le maillage sphérique ainsi obtenu n'est pas régulier. Des distorsions apparaissent dans certaines zones. [12] propose pour minimiser ces distorsions de considérer la paramétrisation comme un problème d'optimisation. Brièvement, cette procédure consiste à faire tendre le maillage sphérique vers un état stable où chaque quadrilatère sphérique tend vers un carré sphérique. Des contraintes géométriques sur les sommets du maillage, sur les angles du quadrilatère et sur les aires sont ajoutées. La figure 5 illustre l'importance de cette étape. Nous avons généré un objet simple en forme de « E » composé de 538 facettes (fig. 5.b). Cet objet est décrit par sa structure voxel. Chaque sommet de la structure possède la liste de toutes les facettes qui lui sont associées. Les figures 5.c et 5.d présentent respectivement les résultats de la procédure d'optimisation sans et avec optimisation. Pour présenter une vue complète du maillage, nous l'avons projeté sur le plan  $(\cos(\theta), \varphi)$ . Comme on peut le constater, la paramétrisation obtenue par l'algorithme de diffusion n'est pas uniforme, en particulier sur



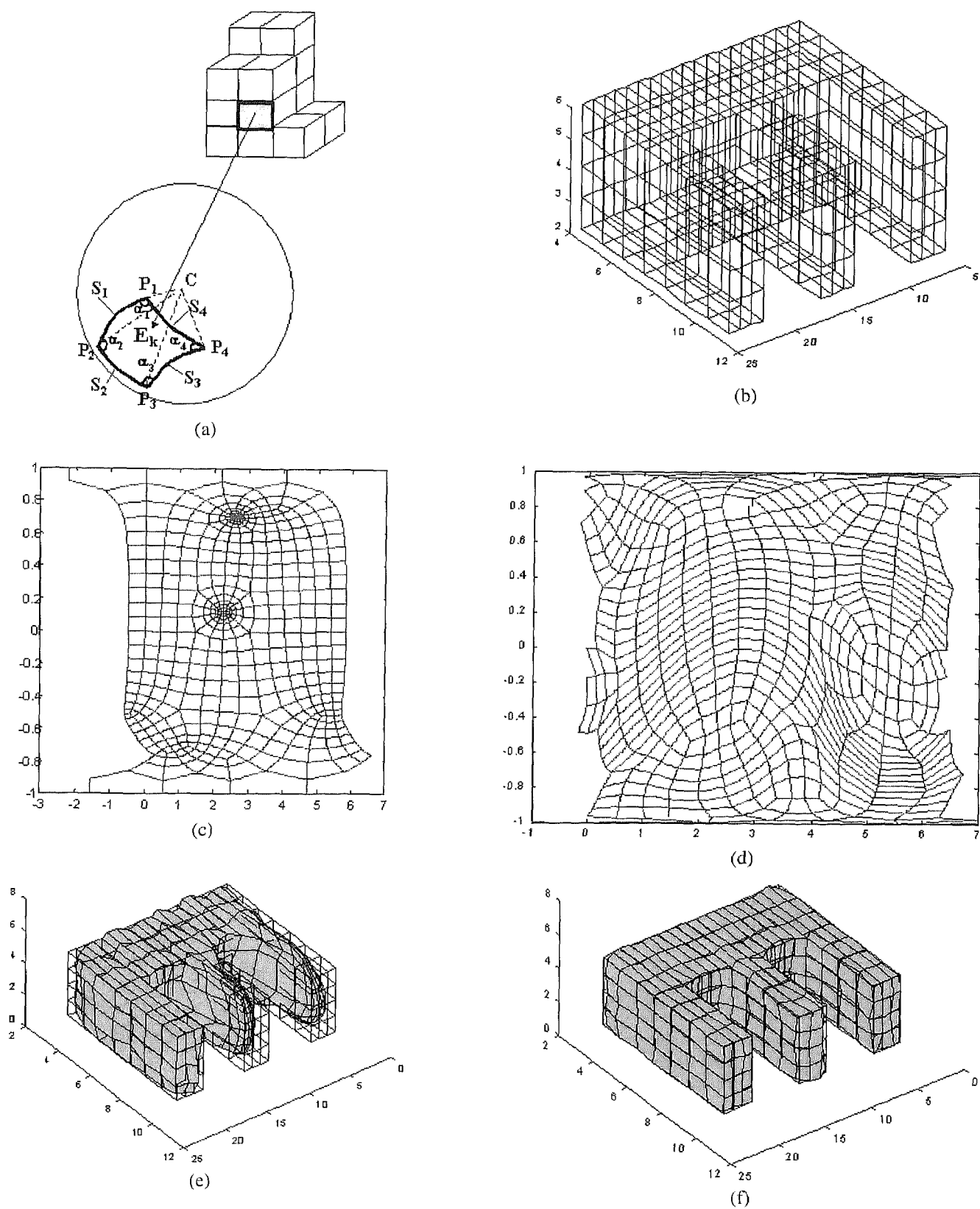


Figure 5. – Projection du maillage voxel sur la sphère unité (a). Objet voxel à reconstruire. (b) Paramétrisation non uniforme (c) et paramétrisation optimisée (d). Objet reconstruit par (10) l'un avec une paramétrisation non uniforme (e) et l'un avec optimisation de la paramétrisation (f).

les deux pointes du «  $E$  » (fig. 5.c). Elle engendre dans ces zones, des distorsions dans la reconstruction (fig. 5.e). Par contre, la procédure d'optimisation assure une paramétrisation homogène sur toute la sphère (fig. 5.d). La reconstruction (fig. 5.e) est améliorée, en effet les deux « jambes du  $E$  » apparaissent maintenant correctement. Dans cet exemple, l'ordre du descripteur a été fixé à  $K = 10$  et  $L = 10$ , et le calcul des coefficients a été effectué par la méthode des moindres carrés. Comme en 2D, l'uniformité de la paramétrisation est une étape importante de la reconstruction.

## 5. modèle déformable de Fourier

### introduction

Dans ce paragraphe, nous proposons d'étudier le modèle déformable de Fourier sur la base d'une minimisation d'une fonction d'énergie. Ce type de modèle, communément appelé contour actif en 2D et surface active en 3D, a été introduit initialement par Kass, Witkin et Terzopoulos [23] dans le domaine de la vision et de l'analyse d'images médicales. Un tel modèle est d'abord défini par le choix d'une représentation (physique explicite ou paramétrique) et par une énergie potentielle. Cette énergie traduit les interactions internes, les contraintes utilisateurs et les forces externes. Le modèle est ensuite optimisé en fonction des données réelles tout en restant contraint par sa représentation. Suivant les primitives que l'on souhaite extraire (contours, régions homogènes, champ de vitesses, ...) et des données que l'on dispose on détermine les termes de l'énergie potentielle externe.

Szekely *et al.* [39] ont proposé, il y a peu de temps un modèle déformable de Fourier basé sur une minimisation d'énergie. Seulement, le problème de la minimisation est résolu par une approche stationnaire (quasi-Newton). Nous proposons dans notre étude de définir un modèle de Fourier à base physique avec une formulation dynamique. On considère ainsi notre modèle comme un objet dynamique se déplaçant avec une certaine inertie  $\mu$  et se déformant dans un milieu visqueux  $\gamma$ . Le mouvement peut être déterminé à l'aide du principe de moindre action généralisé de Hamilton. L'intérêt de cette formulation réside dans le fait que le modèle déformable représente naturellement un objet dynamique. Le suivi de formes, qui est l'application de cette étude, au sein d'une séquence d'images peut ainsi être réalisé directement.

D'un point de vue de la dynamique Lagrangienne, le vecteur  $q$  réunissant les paramètres du descripteur de Fourier caractérise les coordonnées généralisées du modèle. L'objectif maintenant est de déterminer l'évolution de  $q$ , selon la méthodologie rappelée ci-dessus, de façon à connaître la configuration du modèle à chaque instant.

### équations dynamiques

Selon le principe de moindre action d'Hamilton, l'évolution d'un système physique dissipatif entre les temps  $t_1$  et  $t_2$  correspond au mouvement de moindre action  $I$ , tenant compte des travaux des forces dissipatives  $W$  et du Lagrangien  $L$  du système. La condition nécessaire et suffisante pour que l'action  $I$  soit extrémale est que, pour tout déplacement infinitésimal quelconque du système on ait :

$$\partial I = \int_{t_1}^{t_2} (\partial L + \partial W) dt = 0 \quad (14)$$

Pour établir les équations dynamiques d'Euler Lagrange du modèle, on utilise le calcul des variations : pour toute perturbation infinitésimale  $\delta q$ , on en déduit les équations d'évolution du vecteur paramètre  $q$  du modèle :

en 2D :

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial q} d\theta - \int_0^{2\pi} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right) d\theta - \int_0^{2\pi} \gamma C_t \frac{\partial C}{\partial q} d\theta = 0 \quad (15)$$

en 3D :

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial q} d\theta d\varphi - \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right) d\theta d\varphi - \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \gamma C_t \frac{\partial C}{\partial q} d\theta d\varphi = 0 \quad (16)$$

avec la fonction  $f$  qui représente le Lagrangien, associé à la courbe. Cette fonction s'exprime dans la représentation des coordonnées généralisées  $q$  par :

en 2D :

$$f(\theta, t, q, \dot{q}) = \frac{1}{2} (\mu |C_t|^2 - \beta_1(\theta) |C_\theta|^2 - \beta_2(\theta) |C_{\theta\theta}|^2) + U_c^{ext}(\theta, t) \quad (17)$$

en 3D :

$$f(\theta, \varphi, t, q, \dot{q}) = \frac{1}{2} (\mu |S_t|^2 - \beta_{10}(\theta, \varphi) |S_\theta|^2 - \beta_{01}(\theta, \varphi) |S_\varphi|^2 - \beta_{20}(\theta, \varphi) |S_{\theta\theta}|^2 - \beta_{02}(\theta, \varphi) |S_{\varphi\varphi}|^2 - \beta_{11}(\theta, \varphi) |S_{\theta\varphi}|^2) + U_s^{ext}(\theta, \varphi, t) \quad (18)$$

Dans les expressions (17) et (18), le premier terme représente l'énergie cinétique du modèle où l'indice  $t$  représente la dérivée par rapport au temps. Le dernier terme  $U^{ext}$  définit l'énergie externe qui contraint le modèle à se déformer. Généralement, l'optimisation d'un modèle déformable dans une image à niveaux de gris est un problème mal posé au sens de Hadamard, c'est-à-dire que la solution n'est pas forcément unique ou qu'elle ne dépend pas continûment des données. Pour assurer l'unicité de la solution dans les zones non stationnaires, on vient rajouter une énergie régularisante (termes intermédiaires dans (17) et (18)). Cette énergie désigne également l'énergie potentielle élastique du modèle et est classiquement composé de deux termes : un terme du premier ordre qui contrôle la tension et la rigidité du modèle tandis que le terme du second ordre agit sur sa courbure. Les poids  $\beta_{ij}$  sont des paramètres intrinsèques que l'on suppose généralement constants sur tout le modèle.

En supposant que la courbe est linéaire en ses paramètres, les équations d'évolution peuvent se mettre sous la forme linéaire suivante :

$$M \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + D \frac{\partial q}{\partial t} + Kq = \begin{cases} \int_0^{2\pi} \langle \text{grad}(U_C^{ext}(C)), C_q \rangle d\theta & \text{en 2D} \\ \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \langle \text{grad}(U_S^{ext}(S)), S_q \rangle d\theta d\varphi & \text{en 3D} \end{cases} \quad (19)$$

Les matrices  $M = [\mu_{ij}]$ ,  $D = [\gamma_{ij}]$  et  $K = [k_{ij}]$  sont appelées respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système. L'indice  $q$  indique que l'on calcule la dérivée par rapport à  $q$ . En calculant la loi d'évolution sur les paramètres du descripteur de Fourier 3D, on obtient le système d'équations linéaires suivant :

Tout d'abord pour le centre  $S_0 = (x_0, y_0, z_0)$  :

$$\mu \frac{d^2 S_0}{dt^2} + \gamma \frac{dS_0}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} G d\varphi d\theta \quad (20)$$

et pour les coefficients de la matrice  $A_{k,l} = [a_{i,j}^{k,l}]$  :

$$\mu \frac{d^2 a_{i,j}^{k,l}}{dt^2} + \gamma \frac{da_{i,j}^{k,l}}{dt} + E_{i,j}^{k,l} a_{i,j}^{k,l} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} G \frac{\partial A_{k,l}}{\partial a_{i,j}^{k,l}} P_{k,l}(\theta, \varphi) d\varphi d\theta \quad (21)$$

ou

$$E_{i,j}^{k,l} = \left\{ \begin{array}{ll} k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{01} + l^2\beta_{02}) & \\ + k^2 l^2 \beta_{11} & \forall i, j \in [1, 2] \\ k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) & \forall i, j = 3 \end{array} \right\} \quad (22)$$

représente le coefficient de rigidité à l'ordre  $(k, l)$  et

$$G = \text{grad}(U_S^{ext}) = \left( \frac{\partial U_S^{ext}}{\partial x}, \frac{\partial U_S^{ext}}{\partial y}, \frac{\partial U_S^{ext}}{\partial z} \right)$$

est le vecteur des dérivées suivant  $x$ ,  $y$  et  $z$  de l'énergie potentielle  $U_S^{ext}$ . Les lois d'évolution pour les paramètres du descripteur 2D sont obtenues suivant le même schéma.

## convergence

On propose dans ce paragraphe d'identifier le rôle des paramètres intrinsèques ( $\mu$ ,  $\gamma$  et  $\beta$ ) dans la convergence du processus de déformation et d'en estimer les valeurs.

*Facteur de rigidité E* : Le facteur de rigidité inclut des paramètres physiques locaux  $\beta_{i,j}$  dont le rôle est de contrôler la tension et courbure du modèle le long des directions des coordonnées paramétriques. Il permet de contrôler la cohérence géométrique entre les points du modèle, et il est minimisé pour réduire les discontinuités tangentielles le long de la frontière. Cette propriété s'avère très utile pour lisser les zones de non stationnarité du paysage énergétique sur lequel évolue le modèle. Dans la littérature, de nombreux auteurs ont étudié cet aspect. Berger [3] a étudié l'influence de ces paramètres sur le comportement des minima de la fonctionnelle régularisante. Leymarie et Levine [27] proposent de modifier ces poids de manière à ce que le modèle tende vers sa longueur « naturelle » et sa courbure « naturelle ». Szeliski et Terzopoulos [43] indiquent que ses facteurs sont très utiles pour introduire localement des discontinuités tangentielles dans le modèle et permettre à celui-ci « d'épouser » des contours présentant des coins.

Rougon et Preteux [35] proposent d'introduire des contraintes régularisantes orientées afin de généraliser le stabilisateur membrane/plaque-mince hétérogène isotrope classique. Ces contraintes sont alors assimilables à des densités adaptatives et directionnelles de tension et de flexion. Dans le cas d'un modèle paramétrique de Fourier, le terme de régularisation E est fonction bien sur des  $\beta_{i,j}$  mais également du numéro de l'harmonique (22). C'est-à-dire que « l'effet de lissage » sur les paramètres est d'autant plus important que le numéro de l'harmonique est grand (fig. 6). Par ailleurs, il est vrai que fixer l'ordre du descripteur de Fourier revient à faire une régularisation. Cependant, même à basse fréquence, le modèle de Fourier peut générer des angles pointus (fig 7.a) et des intersections. L'énergie interne ne peut donc être négligée et pour éviter que le modèle s'accroche localement sur des zones de bruit, ces termes seront différents de zéro (fig. 7.b)

*Facteur de viscosité  $\gamma$*  : Le facteur de viscosité  $\gamma$  désignant également une densité d'amortissement contrôle l'amplitude des déplacements infinitésimaux instantanés des paramètres du modèle. D'après [26], la dissipation de l'énergie mécanique

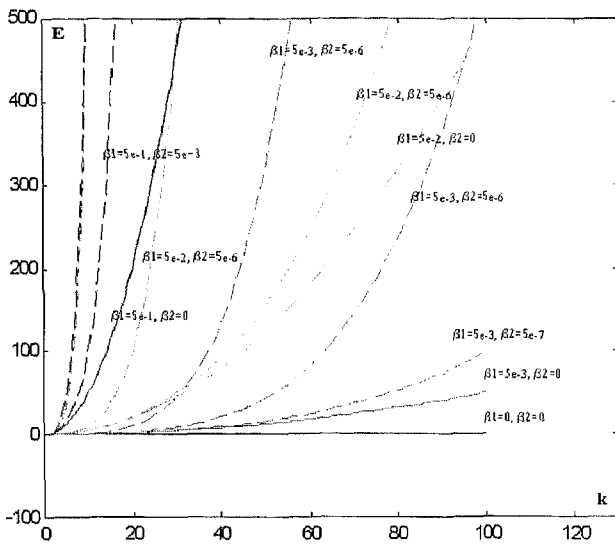


Figure 6. – Profil du terme de régularisation  $E$  en 2D en fonction du numéro  $k$  de l'harmonique et pour différentes valeurs de  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

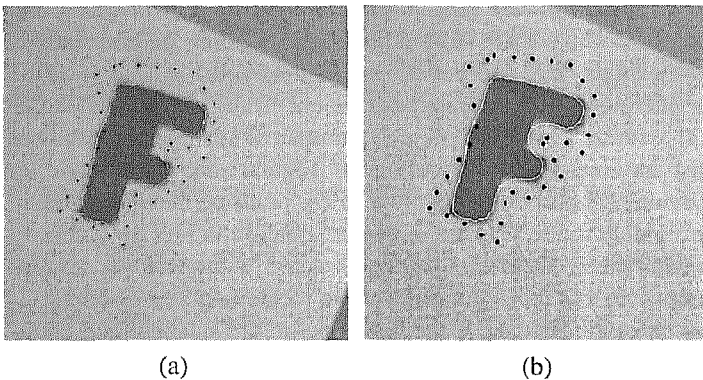


Figure 7. – Influence de  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont nuls, le modèle « s'accroche » sur des zones de bruit (a).  $\beta_1 = 1^e - 4$  et  $\beta_2 = 1^e - 5$  le modèle converge (b). Le nombre d'harmoniques dans cet exemple est de 30.

garantit la convergence du processus vers un état stationnaire. Toutefois, dans le cas où le potentiel image est fortement non stationnaire, l'utilisation d'une densité d'amortissement uniforme et permanente peut rendre selon sa valeur, l'état d'équilibre du modèle localement instable, et le modèle ne converge pas (fig. 8). Différents auteurs ont essayé d'apporter une réponse à ce problème de convergence. Une première solution consiste à contrôler l'amortissement au voisinage des zones non stationnaires, en recourant à des densités adaptatives et non permanentes. On réalise pour cela une analyse globale des variations de l'énergie totale [19] ou on effectue une analyse locale des variations de l'amplitude des actions externes [36]. Afin d'éviter l'évaluation systématique d'énergies, une autre solution consiste à normaliser la force de gradient [10]. Malheureusement, la stabilité du processus s'obtient alors au détriment de la vitesse de convergence.

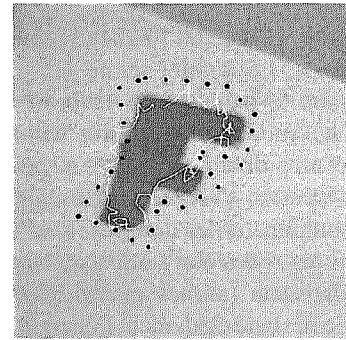


Figure 8. – Résultat obtenu avec une densité d'amortissement trop faible ( $\gamma = 1$ ). Le problème devient mal conditionné, et le processus diverge.

**Facteur d'inertie  $\mu$  :** Afin de garantir une convergence stable et rapide, on ajoute dans le système dynamique, un terme d'inertie correspondant à la dissipation de l'énergie cinétique du système. Ce terme vient alors compenser les variations rapides du champ de déplacement au voisinage d'une zone non stationnaire de champ externe. Les propriétés du Lagrangien garantissent sa convergence vers un état stationnaire minimisant localement l'énergie du modèle. Seulement, si la convergence est assurée, l'introduction d'un facteur d'inertie peut influencer la rapidité de convergence du processus. On perd alors le bénéfice de cet ajout pour de trop grandes valeurs de  $\mu$ .

Dans le cadre de cette étude, nous avons essayé d'estimer de façon heuristique des domaines où ces densités assurent la convergence du processus. Pour cela, nous avons généré plusieurs processus de déformation sur des primitives images et l'on a enregistré la durée de la convergence qui a été calculée en fonction du nombre d'itérations nécessaire pour obtenir la détection de la primitive par le modèle. De façon à établir un résultat suffisamment général, les processus ont été analysés en fonction du nombre d'harmoniques, de la forme, du rapport signal à bruit et de l'initialisation. Pour chaque exemple, on a fait varier  $(\gamma, \mu)$  sur  $[0.60] \times [0.25]$ . La figure 9 illustre le résultat de la rapidité de convergence obtenu sur un exemple en fonction du couple  $(\gamma, \mu)$ . Cette surface est représentative, c'est-à-dire que l'on retrouve les mêmes caractéristiques sur les autres essais.

L'axe  $z$  représente le logarithme du nombre des itérations. On remarque dans tous les cas trois situations : une zone de divergence où la valeur du couple  $(\gamma, \mu)$  est faible. Dans cette région, l'état d'équilibre du modèle est instable. En particulier, lorsque  $\gamma$  est proche de zéro, quelque soit la valeur de  $\mu$ , le modèle se rétracte et se réduit peu à peu en un point. Une zone de convergence où la stabilité du modèle est assurée. La convergence est alors obtenue pour des valeurs de  $\gamma$  assez grand et  $\mu$  quelconque. Et, enfin une zone frontalière très localisée où la convergence est rapide. Seulement, les valeurs des paramètres de viscosité et d'inertie semblent difficiles à estimer automatiquement dans cette région.

Pour simplifier le problème, nous avons pris finalement  $\mu = 0$  (i.e. on considère que le système est sans inertie et qu'il atteint

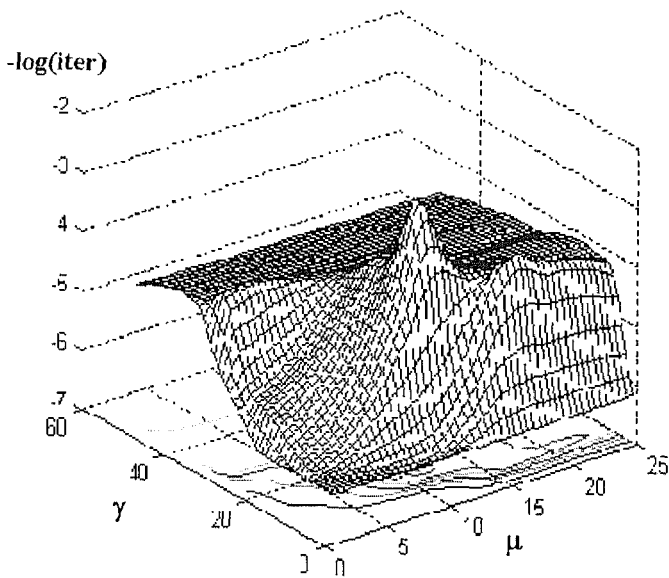


Figure 9. – Vitesse de convergence en fonction du couple  $(\gamma, \mu)$ .

l'état d'équilibre dès que les forces appliquées s'annulent et  $\gamma$ , suffisamment grand pour assurer la convergence. Ainsi les équations du mouvement font intervenir des dérivées temporelles d'ordre moins élevés et correspondent alors à réaliser une descente du gradient.

## 6. applications et résultats

### segmentation 2D

L'énergie de contour est définie d'une façon classique par une analyse photométrique de l'image. Le modèle déformable converge alors vers les zones où l'amplitude du gradient est la plus élevée. Ainsi, l'énergie externe est exprimée comme le gradient de l'intensité  $I$  en chaque point de la courbe  $C$  :

$$U_C^{ext}(C(\theta)) = |\nabla I(C(\theta))| \quad (23)$$

Pour réaliser cette opération, on utilise les filtres exponentiels de Canny-Deriche [14]. Ces filtres comportent un terme de lissage  $\alpha$  atténuant les effets du bruit dans les images. Ce terme fournit également, par une approche multi-échelle, la possibilité d'optimiser la convergence du modèle. En effet, pour une faible valeur de  $\alpha$  la convexité du paysage énergétique est améliorée et permet au modèle paramétrique de trouver un minimum local plus proche du minimum global. La zone d'influence des contours s'accroît également, ce qui permet de limiter l'influence de l'initialisation du modèle. Une détection plus précise du contour est

obtenue ensuite en réoptimisant la position du modèle déformable, obtenue à partir du résultat précédent, sur l'image faiblement lissée.

Nous avons appliqué cette méthode à la détection de formes complexes. Afin de valider le comportement et la robustesse du modèle dans le processus de détection, nous avons généré plusieurs scénarios. Ils sont établis en fonction des critères suivants :

- Choix du nombre d'harmoniques au départ.
- Initialisation du modèle et proximité paramétrique.
- Le bruit.

Tout d'abord précisons les conditions d'acquisition des primitives image. Celles-ci ont été dessinées sur feuilles blanches et numérisées. Les courbes de départ ont été positionnées interactivement à la souris, paramétrisées, et décomposées sur la base elliptique de Fourier.

La figure 10 présente les premiers résultats (b) du processus de déformation (a) avec une initialisation assez proche de la primitive à détecter. La figure 10c représente le spectre 2D calculé à partir de (11) sur la courbe initiale (en gris) et finale (en noir). L'harmonique de rang 0 correspond à la valeur moyenne calculée sur les coordonnées du centre et l'harmonique de rang 1 correspond à la fondamentale. Nous avons ensuite vérifié le comporte-

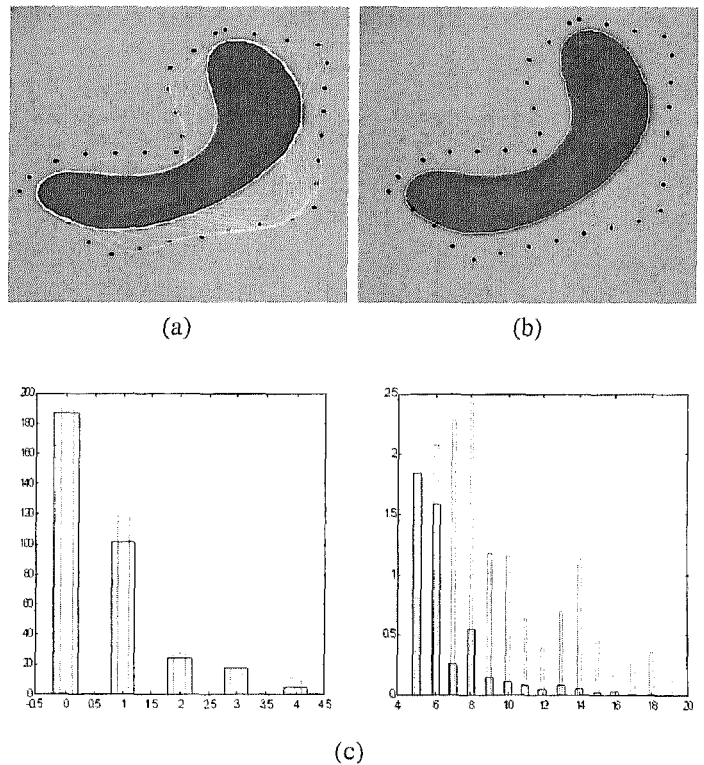
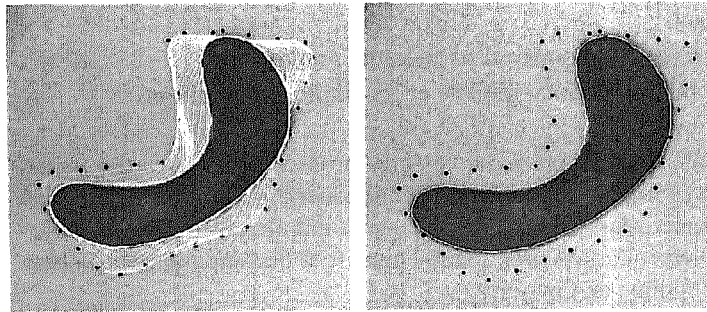


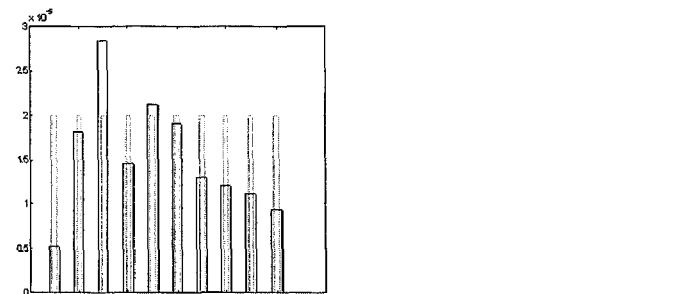
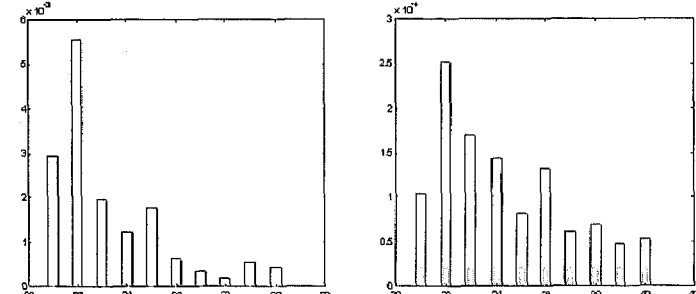
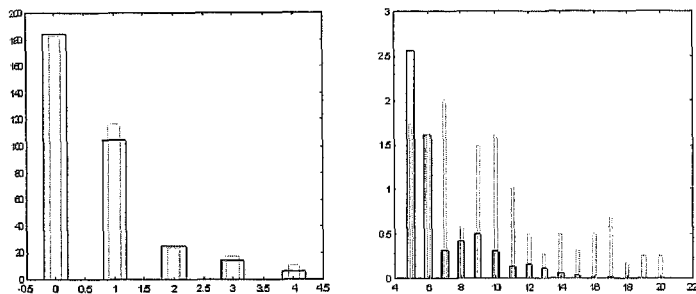
Figure 10. – Initialisation proche. Illustration du processus de déformation en (a). Le résultat est en (b), la courbe de départ est en pointillée et la courbe finale en blanc. Illustration du processus dans le plan fréquence (c), en gris les harmoniques de départ (20) et en noir les harmoniques finales (20). CPU : 1,5mn –  $\gamma = 20$  –  $\beta_1 = 1^\circ$  –  $\beta_2 = 1^\circ$  – 5.

ment du modèle avec un nombre d'harmoniques initiales nettement supérieur. Pour cela, nous avons initialisé une courbe avec 20 harmoniques non nulles et 30 autres égales à zéro (fig. 11b). On remarque figure 11c que le processus met à jour automatiquement ses harmoniques et converge vers le bon résultat.



(a)

(b)

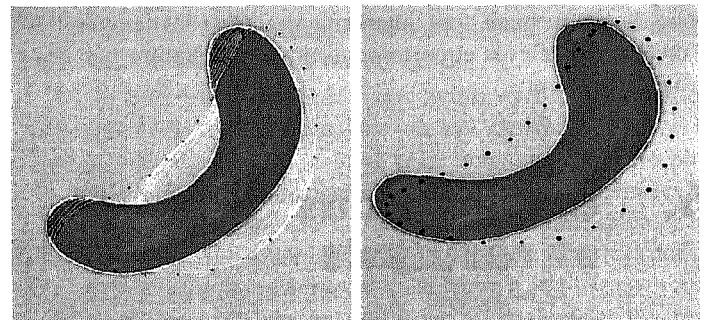


(c)

Figure 11. - Variation du nombre d'harmoniques. Illustration du processus de déformation en (a). Le résultat est en (b), la courbe de départ est en pointillée et la courbe finale en blanc. Illustration du processus dans le plan fréquence (c), en gris les harmoniques de départ (20 + 30 à zéros) et en noir les harmoniques finales (50). CPU : 7,8 mn -  $\gamma = 20$  -  $\beta_1 = 1^e - 3$  -  $\beta_2 = 1^e - 5$ .

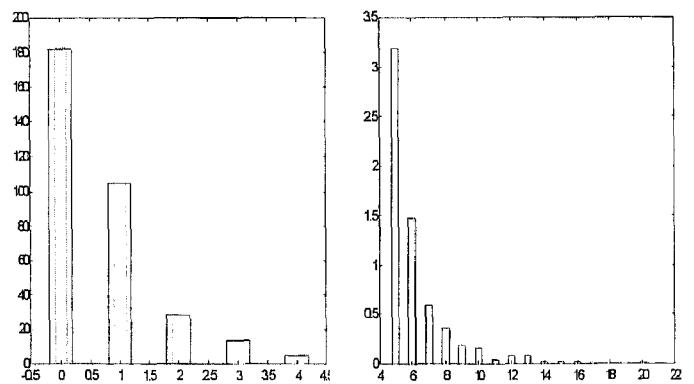
Nous avons ensuite figure 12 diminué le nombre d'harmoniques non nulles. Le modèle dans cet exemple, n'est plus composé que de 2 harmoniques. Le modèle de départ n'entoure plus la primitive et malgré cette initialisation pauvre le modèle « récupère » la concavité de la primitive et ses deux extrémités. Bien sur, plus l'éloignement paramétrique de la courbe initiale avec la primitive image est importante, plus les temps de calcul augmentent. La figure 13 illustre le comportement du modèle en présence de bruit. Nous avons généré deux types de bruit : un bruit de type poivre et sel qui consiste à générer uniformément des pixels de niveau 0 ou 255 et un bruit de type gaussien. La nature paramétrique associée à une énergie de lissage permet au modèle de conserver une cohérence géométrique et de ne pas s'accrocher localement sur des pics de potentiel.

Enfin, pour terminer ces essais, nous avons testé le comportement du modèle de départ lorsque son initialisation paramétrique est très éloignée de la structure à segmenter. Les résultats obtenus sur la figure 14 montrent que le modèle converge malgré une forme de départ très éloignée de la forme d'arrivée. Bien entendu, la convergence est assurée, mais avec un temps de calcul augmenté.



(a)

(b)



(c)

Figure 12. - Initialisation lâche. Illustration du processus de déformation en (a). Le résultat est en (b), la courbe de départ est en pointillée et la courbe finale en blanc. Illustration du processus dans le plan fréquence (c), en gris les harmoniques de départ (2 + 18 à zéro) et en noir les harmoniques finales (20). CPU : 6,5 mn -  $\gamma = 20$  -  $\beta_1 = 1^e - 3$  -  $\beta_2 = 1^e - 5$ .

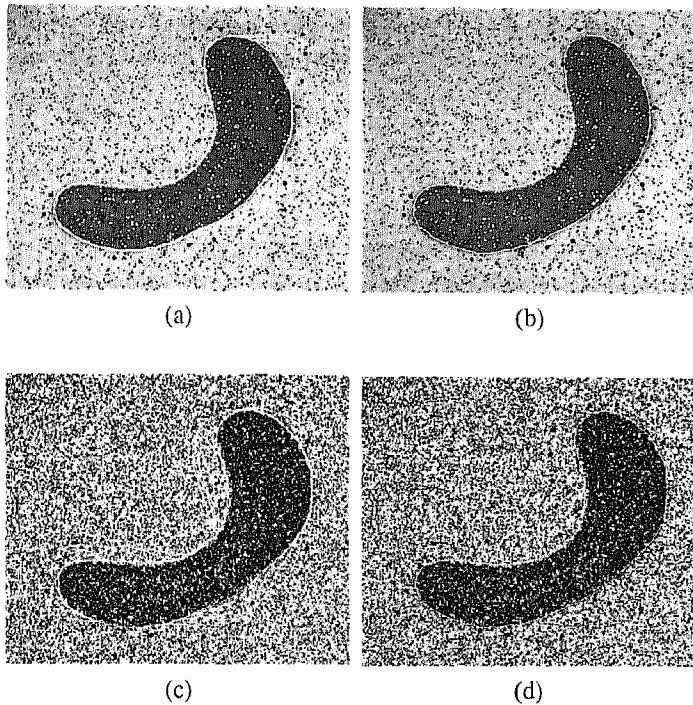


Figure 13. - Influence du bruit. A gauche, illustrations du processus de déformation (a) et (c). A droite, résultats de la segmentation (b) et (d). En haut, image bruitée de type sel et poivre avec une densité de 0.1 ; CPU = 3,20 mn -  $\gamma = 20 - \beta_1 = 5^e - 3 - \beta_2 = 1^e - 5$ . En bas, image bruitée de type gaussien avec une moyenne nulle et une variance de 0.1 ; CPU = 2,71 mn -  $\gamma = 20 - \beta_1 = 5^e - 3 - \beta_2 = 1^e - 5$ .

## suivi 2D

Les modèles déformables, de quelque nature qu'ils soient, constituent un outil de suivi de contours assez puissant. En effet, ceux-ci effectuent simultanément l'extraction et la mise en correspondance d'un objet d'une image à l'autre. Ils sont donc plus efficaces et plus rapides pour le suivi de primitives que les opérateurs usuels d'extraction de contours qui opèrent en plusieurs étapes [15].

Le principe du suivi par modèle déformable est que le contour extrait à l'instant  $t - 1$  constitue une initialisation appropriée pour l'extraction à l'instant  $t$ . Evidemment, l'hypothèse implicite de cette méthode est que le déplacement et la déformation entre deux images consécutives soient assez faibles. Par ailleurs, le suivi effectué par un modèle déformable est global, car il met en correspondance les contours extraits sur deux images successives. En effet, si l'on observe la mise en correspondance des points de contour effectuée par un modèle déformable, celle-ci ne correspond pas au mouvement réel (physique) des points du contour, mais résulte de la dynamique du modèle. En particulier, les forces dues à l'image, et subies par le modèle sont perpendiculaires aux contours réels observés dans les images, car elles sont fonctions des dérivées de la norme du gradient d'intensité. Comme le modèle déformable a un comportement semi local, la

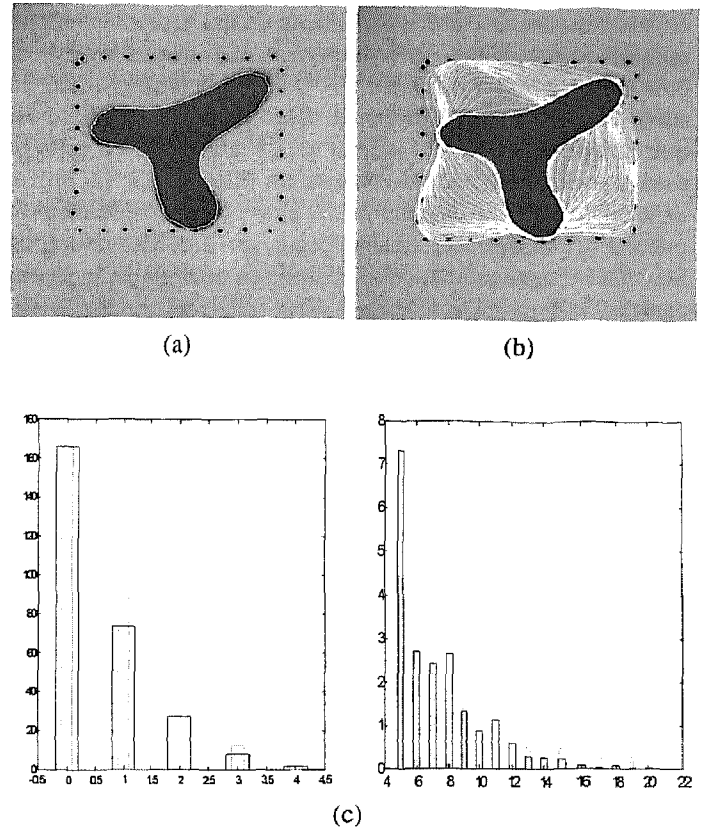


Figure 14. - Autre exemple d'initialisation lâche : carré sur forme images avec concavités. A gauche, illustration du processus de déformation (a). Le résultat est en (b), la courbe de départ est en pointillée et la courbe finale en blanc. Illustration du processus dans le plan fréquence (c), en gris les harmoniques de départ (20) et en noir les harmoniques finales (20). CPU : 12,1 mn -  $\gamma = 20 - \beta_1 = 1^e - 3 - \beta_2 = 1^e - 5$ .

courbe se dilate ou se rétracte localement sous l'influence des forces exercées par les contours des images, suivant la géométrie du problème. Les points du modèle glissent alors le long des contours réels. Or ces effets, s'ils sont négligeables pour un faible déplacement du contour de l'image, deviennent gênants si le mouvement est grand. Cette méthodologie présentée sous cette forme est donc inefficace pour estimer le mouvement réel du contour. Certains auteurs ont tenté d'apporter des réponses à cette question. Szekely et Terzopoulos [43] ont proposé, pour stabiliser un modèle physique de snake, l'utilisation de « Kalman snakes », pour lesquels les équations dynamiques des modèles déformables sont intégrées dans un filtre de Kalman. Il s'agit en fait d'une généralisation de la prise en compte de l'accélération dans les équations dynamiques du modèle, puisque cela permet de donner une mémoire cinématique quasi infinie au snake. Blake *et al.* [4] utilisent également une approche stochastique par filtrage temporel pour résoudre le suivi de contours. Les courbes sont décrites sur une base B-spline et le suivi, est effectué, non pas à partir des points de contrôle, mais à l'aide d'un vecteur de paramètres. Ce vecteur a la particularité de posséder une taille réduite assurant ainsi la stabilité du pro-

cessus pour le suivi de formes complexes qui nécessiteraient un nombre de points de contrôle important, mais une taille qui peut être variable selon la classe des transformations associée au suivi. Cependant, l'inconvénient de ce type de méthode c'est que chaque classe de mouvement nécessite une phase d'apprentissage pour établir les coefficients du filtre. Basclé [2] utilise un modèle de mouvement *à priori* pour contraindre le mouvement d'un modèle déformable décrit sur une base *B-spline*. Seulement, cette estimation est réalisée en deux étapes indépendantes.

Nous proposons d'estimer à travers l'analyse hiérarchique des paramètres du modèle de Fourier et, indépendamment d'un modèle de mouvement prédéfini, les composantes principales du mouvement de la primitive étudiée.

La représentation de Fourier est très intéressante pour étudier la nature du mouvement qui, contrairement aux représentations de type superellipse ou *B-spline* [2], est implicite dans ce modèle. Sa nature hiérarchique facilite l'analyse en localisant la ou les harmoniques impliquées dans le mouvement. Il se rapproche ainsi des méthodes d'analyse modales [28, 31]. Par exemple, tout mouvement affine ou homographique résulte d'une composition de transformations élémentaires (translation, rotation, échelle) identifiées par la valeur moyenne et la fondamentale du descripteur de Fourier. Par contre un mouvement déformable, pour qu'il puisse être défini, nécessite l'ajout d'harmoniques. Ainsi, les équations du mouvement obtenues à partir de la forme générale de la décomposition de Fourier (21), ne sont pas assez développées pour mettre en valeur les composantes principales du mouvement. La décomposition de la matrice  $A_k$  sous sa forme canonique permet d'extraire un nouveau jeu de paramètres décorrelés représentatifs des transformations élémentaires appliquées au modèle. Ces paramètres sont obtenus en décomposant  $A_k$  en trois sous matrices :

$$A_k = R_{\alpha_k} F_k R_{\varphi_k} \quad (24)$$

Sous sa forme canonique, toute ellipse est définie par la matrice diagonale suivante :

$$F_k = \begin{bmatrix} a_k & 0 \\ 0 & b_k \end{bmatrix} \quad (25)$$

où  $a_k$  et  $b_k$  représentent les demi-longueurs des axes principaux. Elle peut également subir une rotation d'angle  $\alpha_k$  et un décalage de phase  $\varphi_k$ . Ces deux transformations sont représentées par la matrice de rotation :

$$R_{u_k} = \begin{bmatrix} \cos u_k & -\sin u_k \\ \sin u_k & \cos u_k \end{bmatrix} \quad (26)$$

avec  $u_k$  correspondant à  $\alpha_k$  ou  $\varphi_k$ .

On obtient ainsi un nouveau vecteur de paramètres :

$$q = (x_0, y_0, a_1, b_1, \alpha_1, \varphi_1, \dots) \quad (27)$$

Le calcul des lois d'évolution par le formalisme d'Euler Lagrange aboutit au système d'équations non linéaires suivant : Pour le centre  $C_0 = (x_0, y_0)$  :

$$\mu \frac{d^2 C_0}{dt^2} + \gamma \frac{dC_0}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G d\theta = f_{C_0} \quad (28)$$

et pour les autres paramètres  $a_k, b_k, \alpha_k$  et  $\varphi_k$  :

$$\begin{aligned} & \mu(\ddot{a}_k - a_k(\dot{\alpha}_k^2 + \dot{\varphi}_k^2) - 2b_k\dot{\alpha}_k\dot{\varphi}_k) + \gamma\dot{a}_k \\ & + k^2(\beta_1 + k^2\beta_2)a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{GR}_{\alpha_k} \frac{\partial F_k}{\partial a_k} R_{\varphi_k} d\theta = f_{a_k} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \mu(\ddot{b}_k - b_k(\dot{\alpha}_k^2 + \dot{\varphi}_k^2) - 2a_k\dot{\alpha}_k\dot{\varphi}_k) + \gamma\dot{b}_k \\ & + k^2(\beta_1 + k^2\beta_2)b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{GR}_{\alpha_k} \frac{\partial F_k}{\partial b_k} R_{\varphi_k} d\theta = f_{b_k} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \mu((a_k^2 + b_k^2)\ddot{\alpha}_k + 2(\dot{a}_k a_k + \dot{b}_k b_k)\dot{\alpha}_k) \\ & + \gamma(a_k^2 + b_k^2)\alpha_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \langle \text{grad}(U_{ext}), L_{\alpha_k} \rangle d\theta = f_{\alpha_k} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \mu((a_k^2 + b_k^2)\ddot{\varphi}_k + 2(\dot{a}_k a_k + \dot{b}_k b_k)\dot{\varphi}_k) \\ & + \gamma(a_k^2 + b_k^2)\varphi_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \langle \text{grad}(U_{ext}), L_{\varphi_k} \rangle d\theta = f_{\varphi_k} \end{aligned} \quad (32)$$

Pour illustrer ce principe, nous avons décomposé le mouvement d'une primitive image sur la base des paramètres canoniques de Fourier et nous avons suivi le mouvement à l'aide du système d'équations précédent.

La primitive est un carré qui subit une succession de transformations. Dans l'ordre, la séquence est composée d'un mouvement de translation (*T*), d'un mouvement de rotation sur lui-même dans le sens horaire (*Rh*) et anti-horaire (*Ra*), d'une variation d'échelle en  $x$  ( $Ex$ ) puis en  $y$  ( $Ey$ ) et d'un mouvement de glissement en  $x$  et  $y$  ( $G$ ). La figure 15 présente l'évolution de la valeur moyenne  $(x_0, y_0)$  et de la fondamentale  $(a_1, b_1, \alpha_1)$  durant cette séquence. Une analyse de ces trajectoires permet de vérifier simplement que les principales composantes du mouvement « s'inscrivent » sur les premiers paramètres du modèle. Le couple  $(x_0, y_0)$  caractérise la translation, le couple  $(a_1, b_1)$  le changement d'échelle et le paramètre  $\alpha_1$  la rotation. La combinaison de ces composantes permet de prendre en compte des mouvements affines (glissement par exemple). Quant au mouvement déformable, il sera pris en compte par la totalité des paramètres. Sur une séquence d'images, il est envisageable de retrouver les principales composantes du mouvement en calculant sur les premières trajectoires les variations des paramètres les plus importantes. Une autre application possible est de



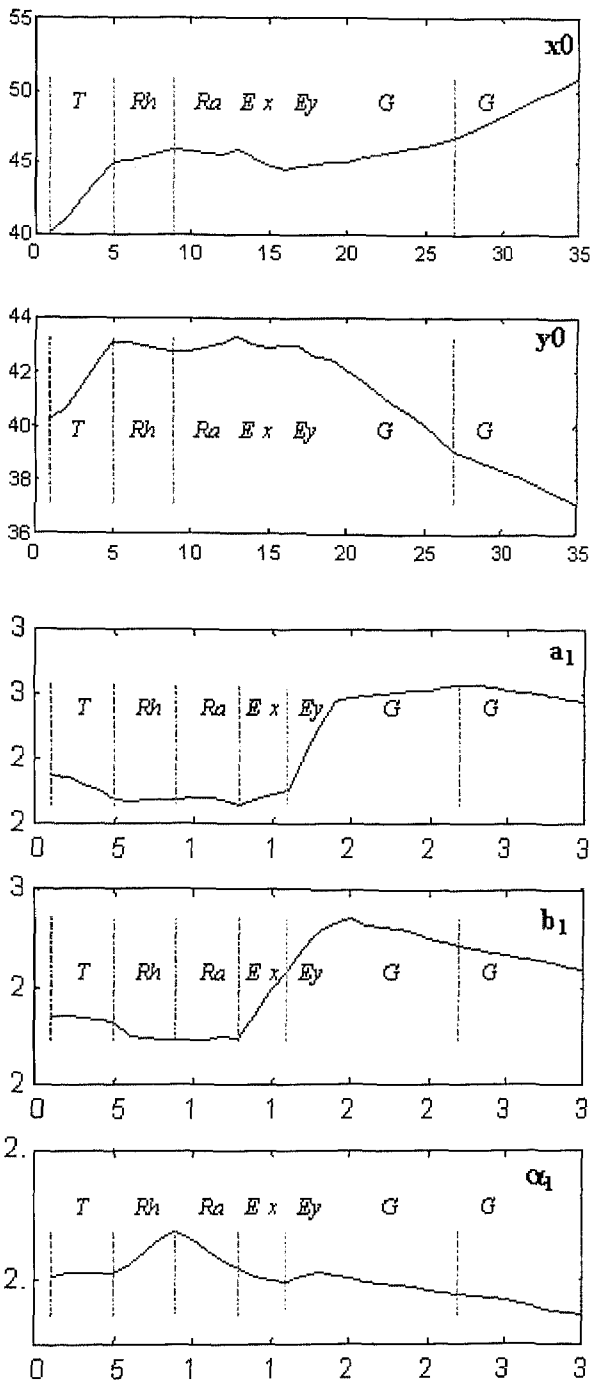


Figure 15. - Evolution des premiers paramètres du modèle ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $\alpha_1$ ) dans le suivi d'une forme subissant une succession de transformations : un mouvement de translation (T), un mouvement de rotation dans le sens horaire (Rh), un mouvement de rotation dans le sens anti-horaire (Ra), deux changements d'échelle l'un suivant  $x$  ( $E_x$ ) et l'autre suivant  $y$  ( $E_y$ ) et un glissement (G). Une analyse de ces trajectoires permet de vérifier simplement que les principales composantes du mouvement « s'inscrivent » sur les premiers paramètres du modèle.

« retrouver » les périodicités du mouvement sur une séquence d'images. La figure 16 présente une séquence écho-doppler du mouvement de deux parois carotidiennes. La carotide s'y présente comme une zone fortement texturée d'intensité faible entourée par des parois d'intensité plus élevée. La difficulté du suivi provient de la non stationnarité du gradient dans le vaisseau due aux flux sanguin et du mouvement imbriqué des deux carotides. La première est résolue par la nature régularisante du modèle. Par contre, lorsque l'amplitude de mouvement de contraction est trop importante, le modèle peut « s'accrocher » au mouvement de la paroi située à côté (figure 13). Malgré cela, on détermine des cartographies sur les paramètres de Fourier qui présentent des périodicités dans leur évolution. Cette périodicité se retrouve dans les premières harmoniques et disparaît au fur et à mesure (figure 14).

### segmentation 3D

Nous avons effectué un certain nombre d'essais de reconstruction sur des objets tests. Leur surface a été décomposée sur la base ellipsoïdale proposée dans cet article. Comme il a été vu précédemment, la surface de l'objet est représentée par sa structure voxel (figures 18.a). Cette surface constitue une ossature pour établir la paramétrisation et son optimisation (figures 18.b). Les coefficients du descripteur ellipsoïdal sont obtenus ensuite par la méthode des moindres carrés et la reconstruction paramétrique de la surface est réalisée par (5). Les figures 18.c présentent les résultats de la reconstruction avec un rendu réaliste de type Phong.

Des essais ont également été réalisés sur des données réelles. Ceux ci concernent la reconstruction d'une partie d'un visage et d'une oreille externe segmentées dans un ensemble de coupes parallèles de la tête acquises en modalité IRM (fig. 19). Cependant, la reconstruction de structures réelles nécessite en amont des traitements supplémentaires :

- Il faut tout d'abord isoler, dans le volume de données, la structure qui nous intéresse. Ceci est réalisé généralement par une binarisation. Ce volume de données se caractérise donc comme un ensemble de voxels égaux à 1 pour ceux appartenant à la structure et égaux à 0 pour ceux appartenant au fond.

- La phase de paramétrisation nécessite une structuration simple des données. Le volume binaire doit être compact et ne doit pas présenter de configurations particulières entre les cotés ou les sommets adjacents. Un tri sur ces configurations singulières est donc nécessaire. Il faut éviter également « les trous » dans les données, qui peuvent apparaître entre deux coupes. Un lissage est réalisé pour éliminer ces imperfections.

Les figures 20 et 21 illustrent la phase de reconstruction des structures entourées sur les coupes de la figure 19. Ces structures correspondent à une partie du visage et à l'oreille gauche. (a) et (b) illustrent respectivement la représentation voxel et l'optimisation de la paramétrisation. (c), (d), (e) et (f) illustrent

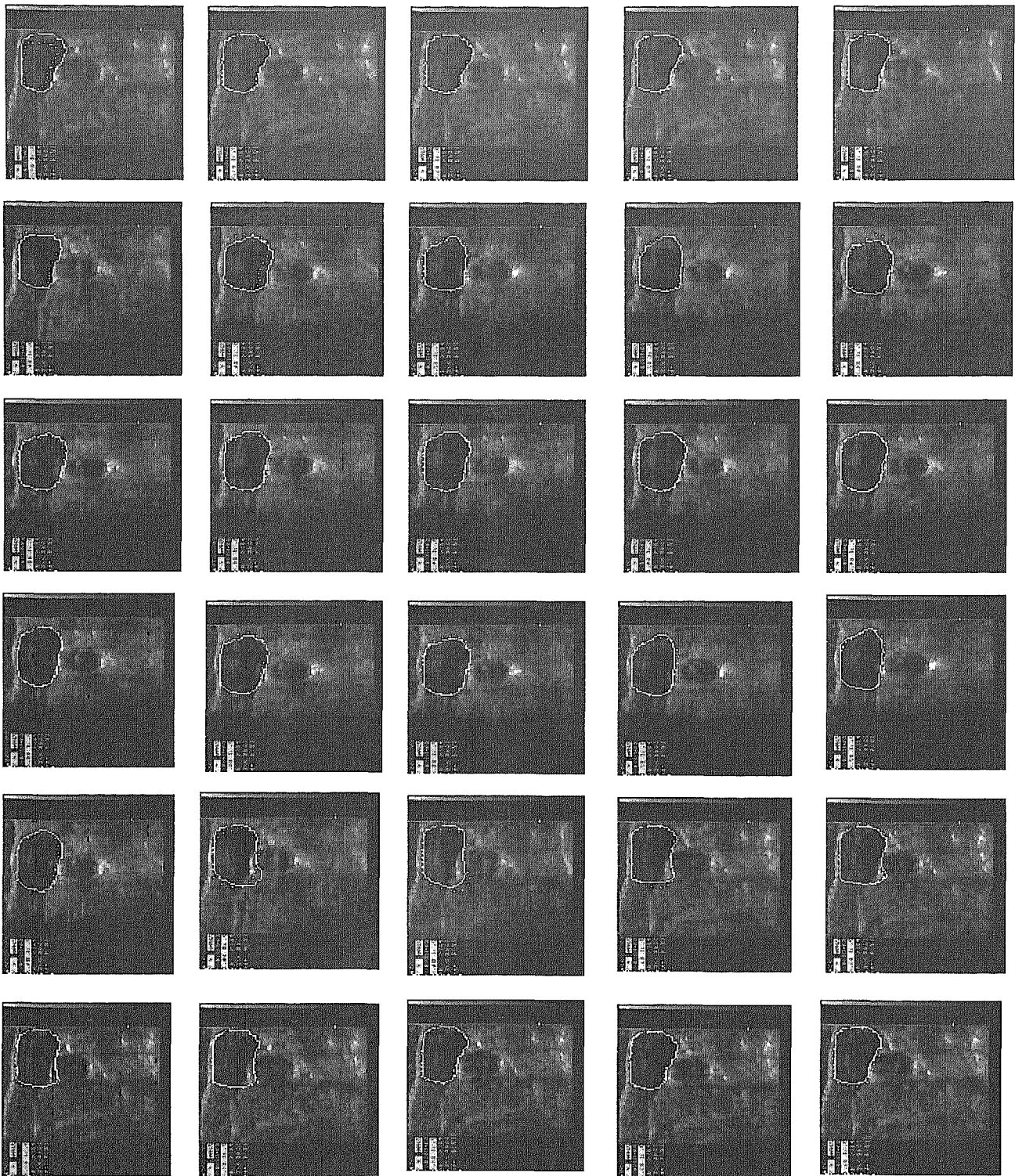


Figure 16. – Suivi du mouvement d'images écho-doppler de la paroi carotidienne à l'aide d'un modèle déformable de Fourier (10 harmoniques). La séquence représente une soixantaine d'images correspondant à deux périodes du mouvement. La courbe blanche désigne le résultat du suivi à l'instant  $t$  et la courbe en pointillée le suivi à l'instant  $t - 1$ . CPU 25,3 mn -  $\gamma = 20$  -  $\beta_1 = 1^e - 3$  -  $\beta_2 = 1^e - 5$ .

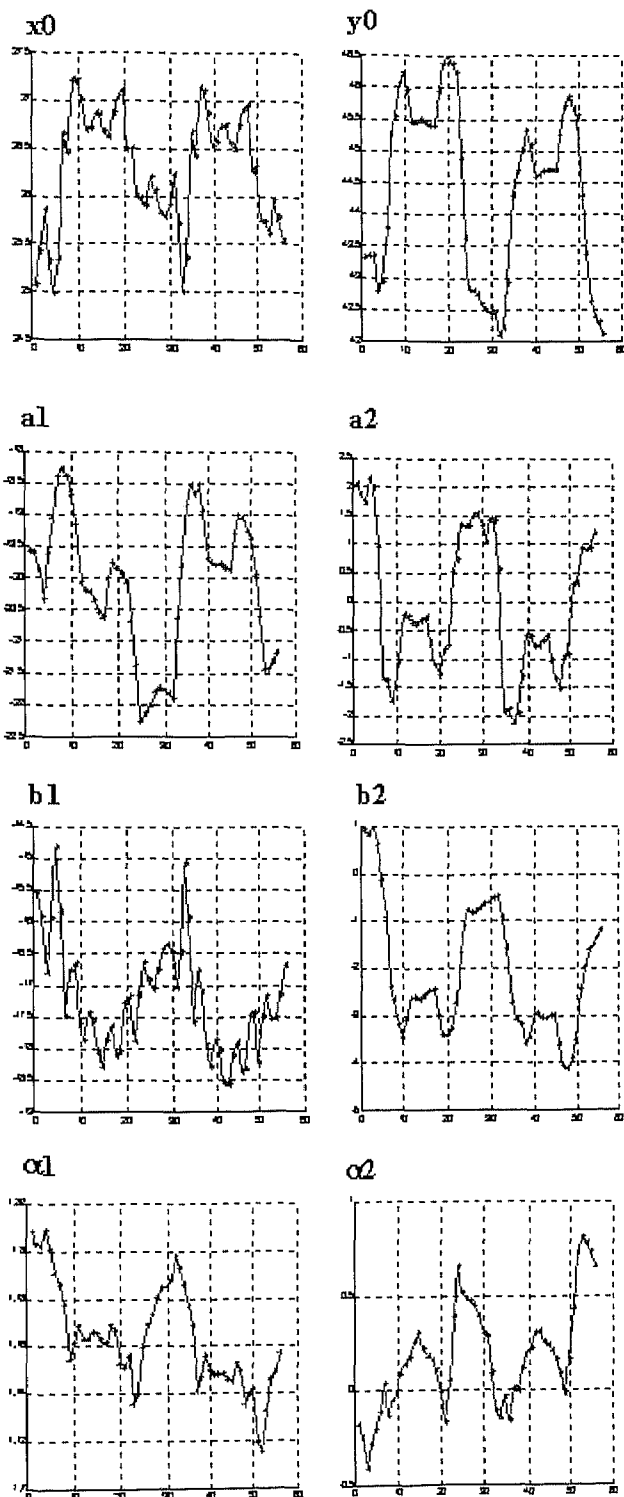


Figure 17. - Evolution des paramètres du descripteur de Fourier jusqu'à l'ordre 2. Ces trajectoires représentent le suivi du mouvement de la paroi carotidienne de la figure 16 sur une séquence de 60 images. La périodicité du mouvement est retrouvée sur ces trajectoires.

la nature hiérarchique de l'approximation ellipsoïdale qui récupère les détails de la forme au fur et à mesure que le degré de la décomposition augmente. (g) et (h) présentent l'objet reconstruit sous différents angles.

Nous avons calculé également pour chaque objet l'erreur de reconstruction  $E$  (erreur résiduelle des moindres carrés). Qualitativement, cette mesure caractérise la distance moyenne qui sépare les sommets de l'objet avec ceux de l'objet reconstruit.

On notera en particulier, sur les extrémités du domaine, c'est à dire en  $(\theta = 0, \varphi = 0)$  et  $(\theta = \pi, \varphi = 2\pi)$ , que la reconstruction présente des effets de bords. Ces oscillations autour de ces points peuvent être réduits en augmentant la résolution.

Nous avons regroupé dans un même tableau les temps occupés par chaque procédure de la reconstruction (Tableau 1). A correspond à l'étape de représentation voxel du volume de données ; B à la paramétrisation ; C à l'optimisation de la paramétrisation (cf. [6]) ; D à la reconstruction. L'étape d'optimisation est de loin la plus coûteuse. Elle est étroitement liée au nombre de sommets de l'objet.

Tableau 1. - Durées des procédures pour la reconstruction

Objets	Phases				
		A	B	C	D
Cube	1275	3.2 mn	30 s	15 mn	1 mn
Objet « F »	2391	6.3 mn	1.4 mn	28 mn	2 mn
Embranchement	1266	3 mn	29 s	14 mn	56 s
Visage	5097	15 mn	2.6 mn	1h10	5.4 mn
Oreille	1951	5.8 mn	42 s	23 mn	1.8 mn

### suivi 3D

Comme en 2D, il est possible également « de mettre en évidence » les principales composantes du mouvement 3D. Pour cela, il suffit de décomposer la matrice  $A_{k,l}$  sous la forme présentée en (7). Cette décomposition permet d'extraire un nouveau jeu de paramètres représentatifs des transformations élémentaires appliquées au modèle. D'après (7) et pour chaque harmonique d'ordre  $(k, l)$  on obtient (pour simplifier la lecture nous avons omis l'ordre de l'harmonique) :

$$F = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$R(u, v, w) = R_u R_v R_w =$$

$$[R_{l,j}(u, v, w)] = \begin{pmatrix} c_v c_w & -c_v s_w & s_v \\ c_u s_w + s_u s_v c_w & c_u c_w - s_u s_v s_w & -s_u c_v \\ s_u s_w - s_u s_v c_w & c_u s_w + c_u s_v s_w & c_u c_v \end{pmatrix} \quad (35)$$

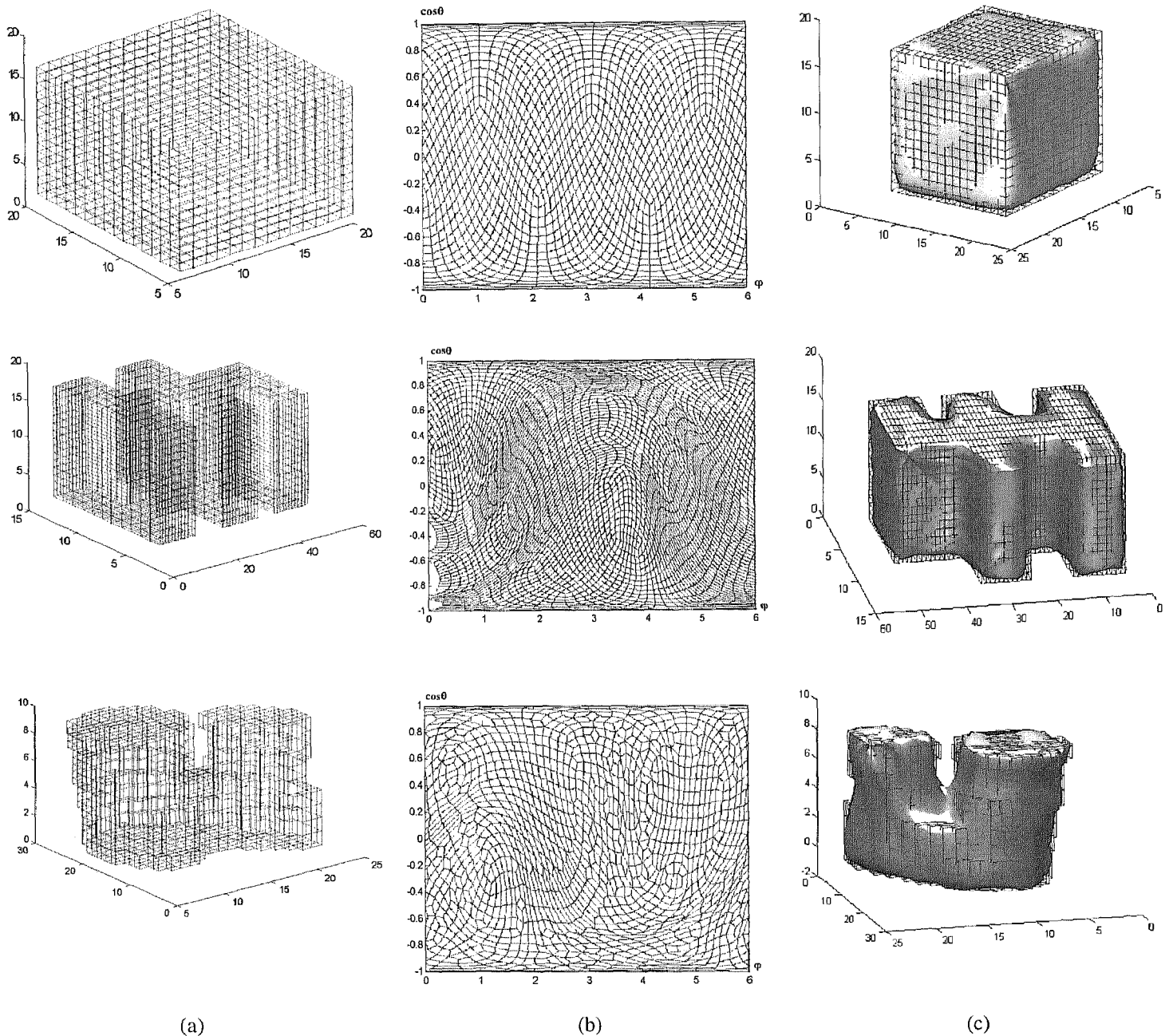


Figure 18. – Illustration du processus de reconstruction sur des données synthétiques. A droite (a) sont représentées les surfaces voxel des objets à reconstruire. Au milieu (b) est représenté dans le plan le résultat de l'optimisation de la paramétrisation. (c) La reconstruction 3D par le descripteur Ellipsoïdal. En haut, l'objet est un cube composé de 1275 sommets, l'ordre  $(K, L) = (7,7)$ ,  $E = 0.034$ . Au milieu, l'objet est un  $E$  avec deux branches opposées composé de 2391 sommets, l'ordre  $(K, L) = (10,10)$ ,  $E = 1.49$ . En bas, l'objet est un embranchement composé de 1266 sommets, l'ordre  $(K, L) = (10,10)$ ,  $E = 0.19$ .

avec  $F$ , la matrice de forme de l'ellipsoïde (les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  représentent les demi-axes principaux de l'ellipsoïde) et  $R(u, v, w)$  caractérise la matrice de rotation d'angles  $u$ ,  $v$  et  $w$  ( $C_x = \cos x$  et  $S_x = \sin x$ ). Ainsi si on pose

$$A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} = R(u, v, w) \cdot F \quad (36)$$

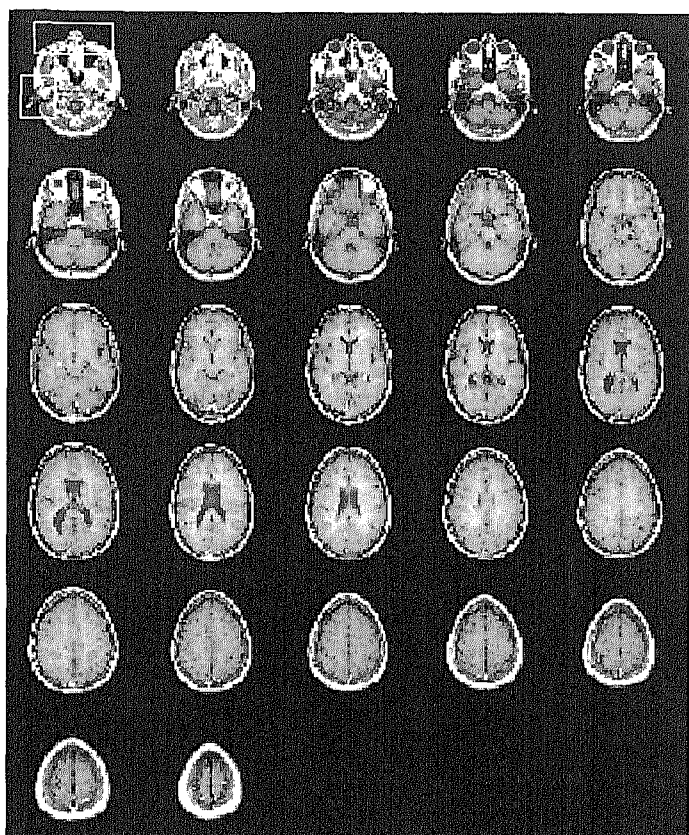


Figure 19. – Ensemble de coupes parallèles de la tête obtenues en modalité IRM. Les rectangles blancs entourent les zones reconstruites (voir figures 20 et 21).

on montre aisément que :

$$a = \sqrt{A + D + G}, \quad b = \sqrt{B + E + H}, \quad c = \sqrt{C + F + I} \quad (37)$$

$$u = \tan^{-1} \left( -\frac{F}{I} \right),$$

$$v = \tan^{-1} \left( C \sqrt{\frac{aE}{bcAI - aBCF}} \right), \quad (38)$$

$$w = \tan^{-1} \left( -\frac{aB}{bA} \right)$$

En calculant la loi d'évolution sur ce nouveau jeu de paramètres, on trouve le système d'équations non linéaire suivant : Pour une harmonique d'ordre  $(k, l)$  :

$$\gamma C \frac{\partial q}{\partial t} + Eq = f_q \quad (39)$$

avec  $q = (a, b, c, u, v, w)$

$E =$

$$E = \begin{bmatrix} k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k^2(\beta_{10} + k^2\beta_{20}) + l^2(\beta_{10} + l^2\beta_{20}) + k^2l^2\beta_{11} \end{bmatrix}$$

$C =$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b^2 + c^2 & 0 & -s_v(b^2 + c^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^2 + b^2s_u^2 + c^2s_v^2 & c_us_uc_v(c^2 - b^2) \\ 0 & 0 & 0 & -s_v(b^2 + c^2) & c_us_uc_v(c^2 - b^2) & a^2c_v^2 + b^2(c_u^2 + s_u^2s_v^2) + c^2(s_u^2 + c_u^2s_v^2) \end{bmatrix}$$

Ce système d'équations met donc en jeu directement les paramètres de forme  $(a, b, c)$  et de rotation  $(u, v, w)$ .

Afin de valider notre approche, nous avons généré une séquence 3D test volumique. L'objet est décrit par un ensemble de coupes parallèles. Dans notre exemple (fig. 23), l'objet à suivre est un cube auquel on fait subir une succession de transformations. Dans l'ordre, cette séquence est composée :

- 0) d'une phase d'initialisation ( $I$ )
- 1) d'un mouvement de translation ( $T$ ) suivant les trois axes,
- 2) d'un mouvement de rotation sur lui-même suivant  $x$  ( $Rx+$ ),
- 3) d'un mouvement de rotation inverse sur lui-même suivant  $x$  ( $Rx-$ ),
- 4) d'une variation d'échelle suivant  $x$  d'un facteur multiplicatif supérieur à 1 ( $Ex >$ ) et d'un autre inférieur à 1 ( $Ex <$ ),
- 5) d'une variation d'échelle suivant  $x$  ( $Ex <$ ),  $y$  ( $Ey >$ ) et  $z$  ( $Ez <$ ),
- 6) d'un mouvement de rotation composé suivant  $x$  ( $Rx+$ ) et  $y$  ( $Ry+$ ),
- 7) Enfin, d'un mouvement de rotation suivant  $x$  ( $Rx-$ ),  $y$  ( $Ry-$ ) et  $z$  ( $Rz+$ ).

La figure 23 présente le résultat de l'évolution de la valeur moyenne  $(x_0, y_0, z_0)$  et de la fondamentale  $(a_1, b_1, c_1, u_1, v_1, w_1)$  durant cette séquence. Une analyse de ces trajectoires permet de vérifier que les principales composantes du mouvement « s'inscrivent » sur les premiers paramètres du modèle. La figure 24 illustre la phase d'initialisation  $I$  et le processus de déformation du modèle de Fourier initiale (ellipsoïde fondamentale) dans un volume image composé de plusieurs coupes parallèles. Dans un souci de clarté, deux coupes du cube ont été visualisées (fond en noir, intérieur du cube en gris). Les forces généralisées du système d'équations (39) ont été calculées à partir du gradient 3D du volume image (filtre de Deriche 3D).

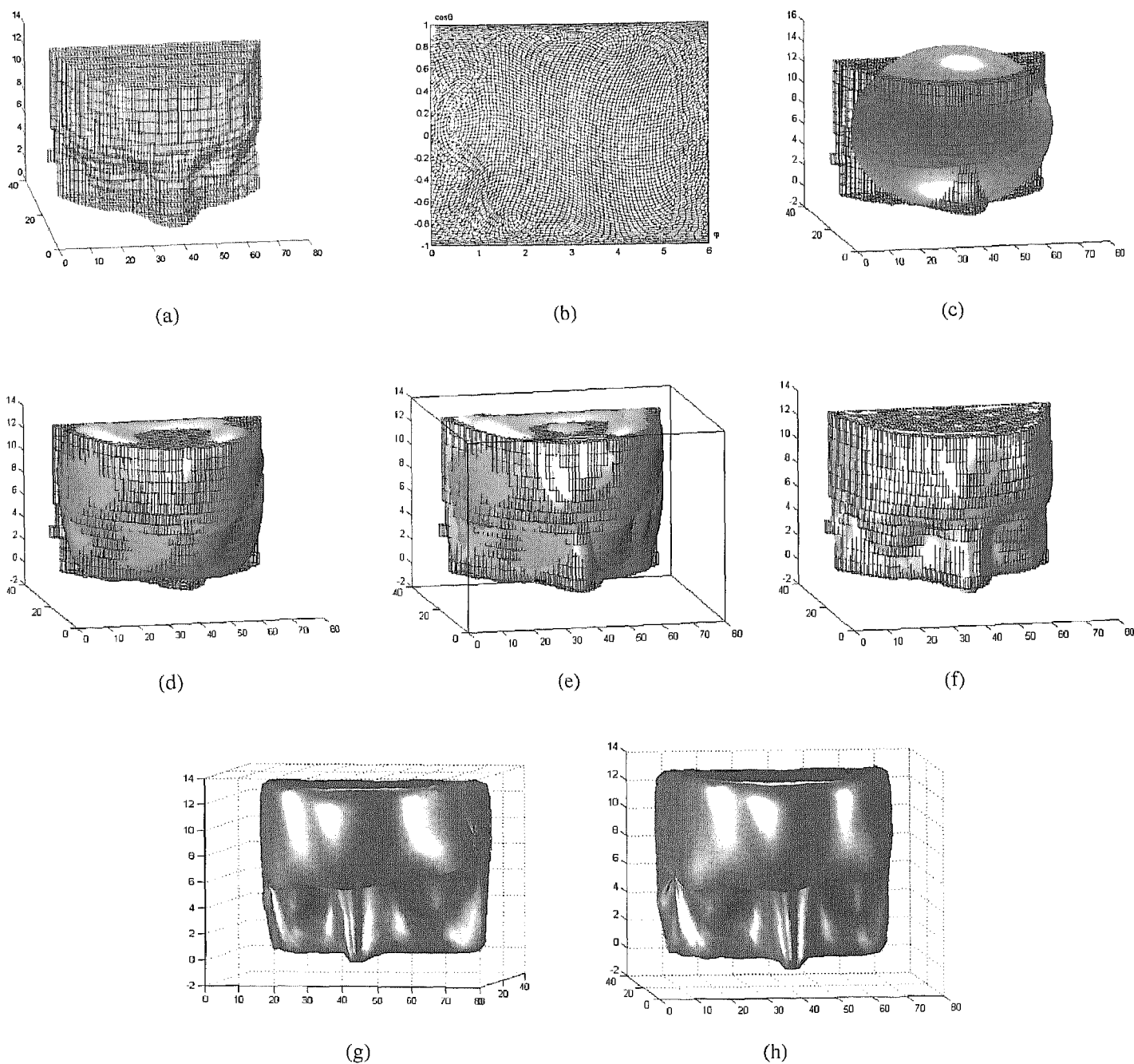


Figure 20. – Illustration de la procédure de reconstruction sur des données réelles : partie du visage. (a) Surface voxel du visage composée de 5097 sommets. (b) Résultat de l'optimisation de la paramétrisation. Reconstruction à différents ordres : (c)  $(K, L) = (1,1)$ ,  $\text{err} = 3.10$  – (d)  $(K, L) = (3,3)$ ,  $\text{err} = 1.53$  – (e)  $(K, L) = (7,7)$ ,  $\text{err} = 0.32$  – (f)  $(K, L) = (10,10)$ ,  $\text{err} = 0.09$ . (g) et (h) Deux autres vues de la reconstruction en rendu réaliste.

Tableau 2. – Valeurs des paramètres impliqués dans le processus de déformation.

$\gamma$	$\mu$	$(\beta_{10}, \beta_{01})$	$(\beta_{20}, \beta_{02}, \beta_{11})$	$K_X$
30	0	$1^e - 3$	$1^e - 5$	10

Le tableau 2 rappelle les valeurs des différents paramètres impliqués dans le processus d'ajustement. De la même manière que dans le cas 2D, pour assurer la convergence, nous prenons une grande valeur pour le facteur de viscosité  $\gamma$  et pour simplifier, on suppose le système sans inertie (*i.e.*,  $\mu = 0$ ). Nous supposons

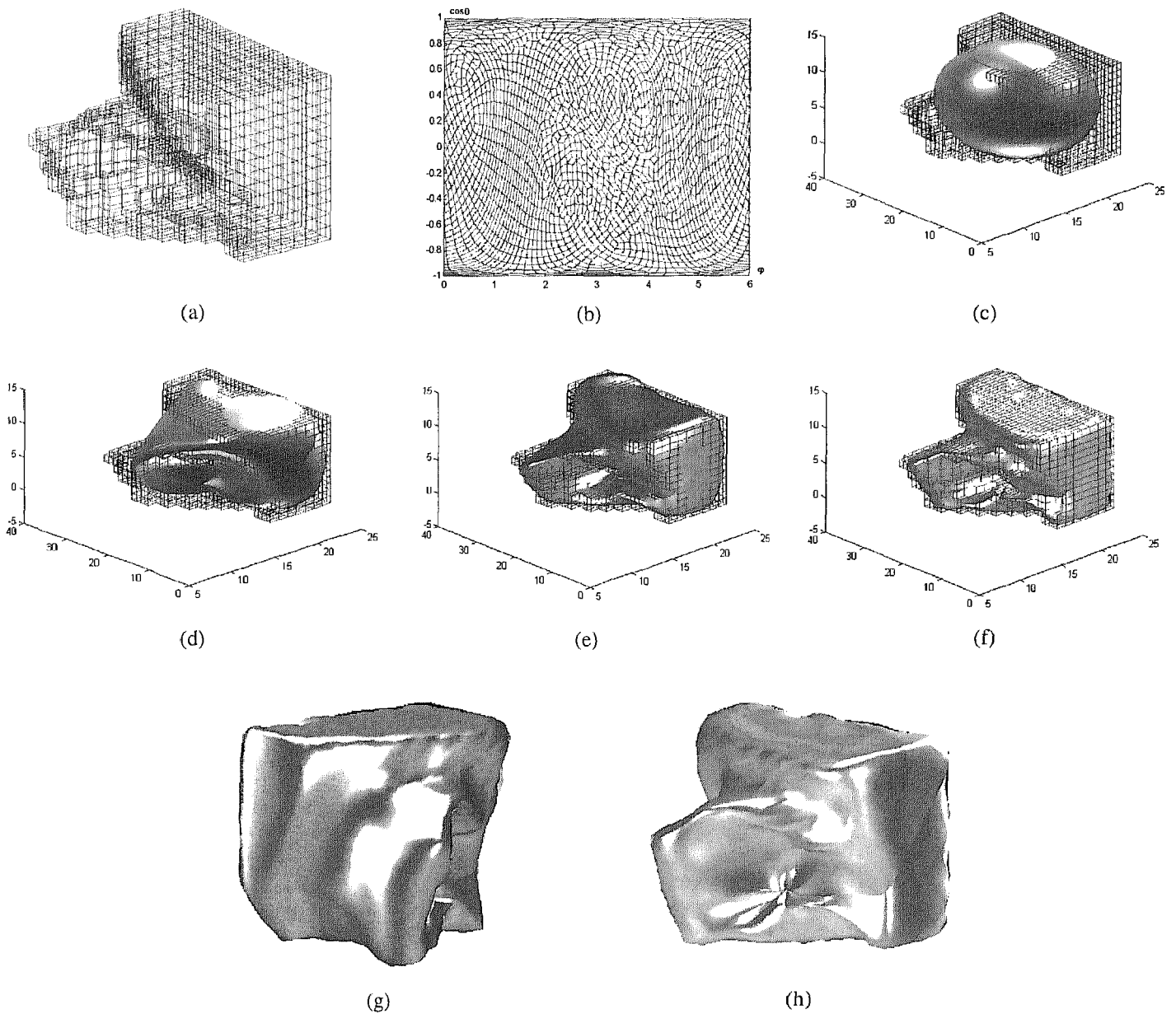


Figure 21. – Illustration de la procédure de reconstruction sur des données réelles : oreille externe (a) Surface voxel composée de 1092 sommets. (b) Résultat de l'optimisation de la paramétrisation. Reconstructions à différents ordres : (c)  $(K, L) = (1, 1)$ ,  $\text{err} = 7.62$  – (d)  $(K, L) = (3, 3)$ ,  $\text{err} = 1.52$  – (e)  $(K, L) = (7, 7)$ ,  $\text{err} = 0.48$  – (f)  $(K, L) = (10, 10)$ ,  $\text{err} = 0.1$ . (g) et (h) Deux autres vues de la reconstruction avec rendu réaliste.

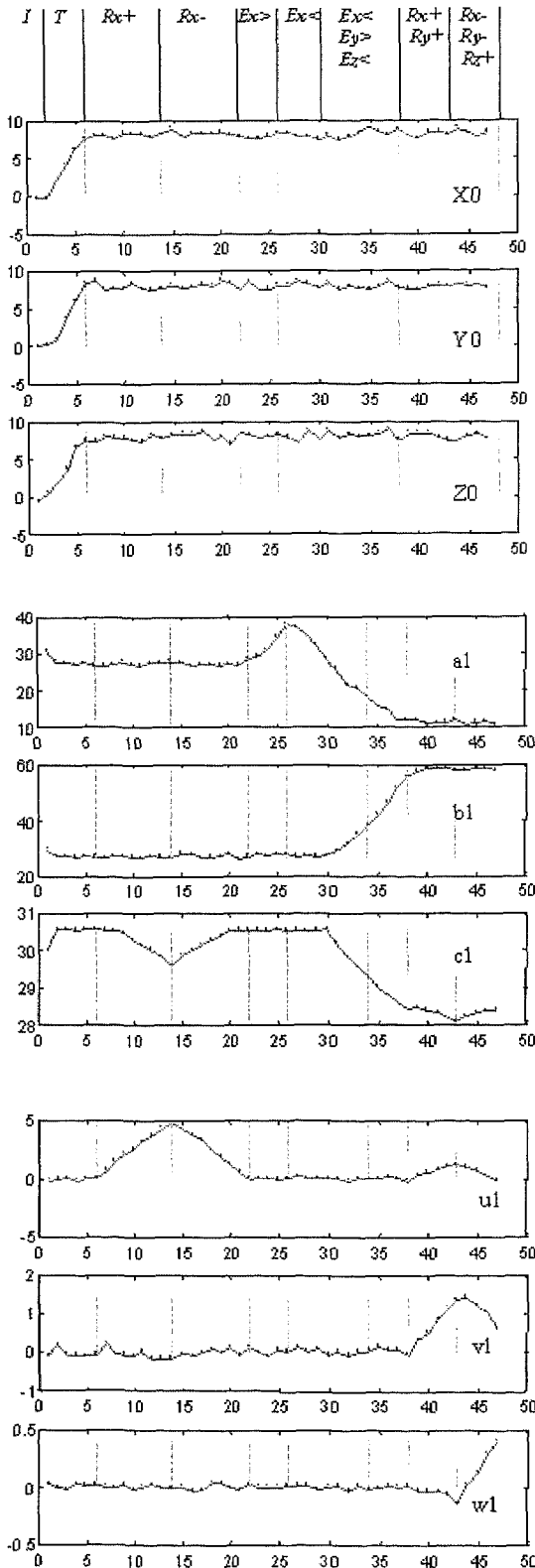


Figure 22. – Décomposition du mouvement sur les harmoniques. En haut, trajectoires de la valeur moyenne ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) – Au milieu et en bas trajectoires de la fondamentale ( $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $w_1$ ).

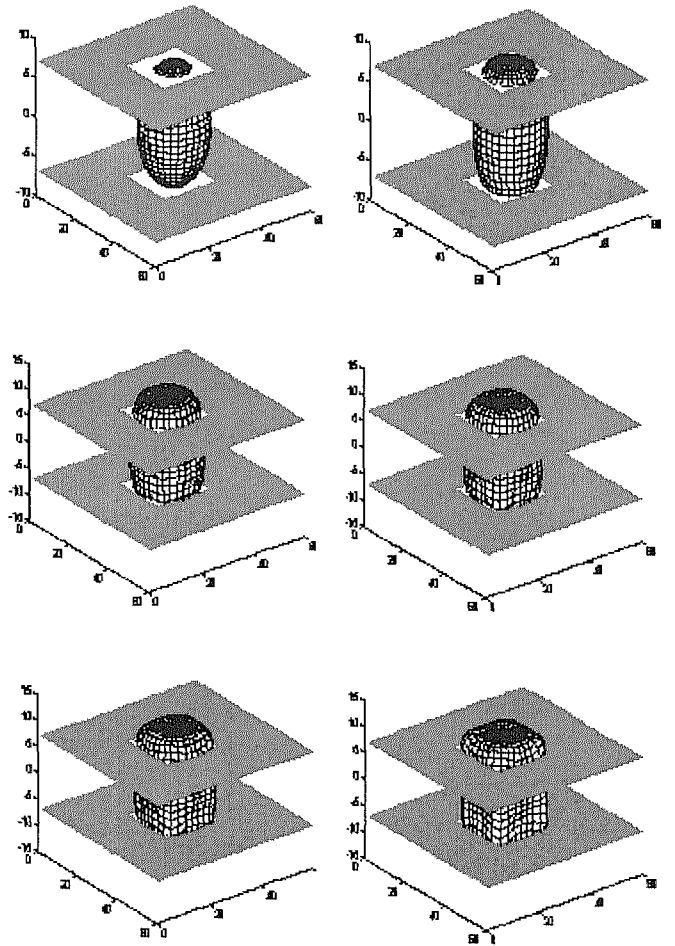


Figure 23. – Illustration de la phase d'initialisation dans la 1<sup>ère</sup> image volumique de la séquence. Visualisation du processus de déformation de la surface de Fourier dans 2 coupes de l'image volumique du cube. Temps CPU : 15,4 mn

également que les propriétés élastiques intrinsèques de la surface définies par les termes de pondération  $\beta_{i,j}$  sont homogènes et constants le long de la surface.

## 7. conclusion

Dans cet article nous avons proposé d'estimer les paramètres d'un descripteur de Fourier au travers des équations du mouvement de la dynamique lagrangienne. En 2D, ce schéma déterministe peut se voir comme une alternative par rapport aux travaux de Staib et Duncan, car il ne nécessite pas de disposer d'un modèle de référence. Les facteurs de viscosité et d'élasticité assurent la convergence du processus même dans un contexte bruité. En 3D, nous avons proposé un nouveau descripteur hiérarchique 3D établi sur une base de fonctions ellipsoïdales :



« Descripteur de Fourier Ellipsoïdal ». Il se rapproche, par sa définition et ses propriétés, du descripteur à base d'harmoniques sphériques utilisé dans [6]. Sa simplicité dans sa formulation (formules récurrentes) et la caractérisation implicite du mouvement constituent ses avantages. Couplé à un schéma d'évolution, il constitue un outil original pour extraire et suivre des données volumiques. Cependant, pour la segmentation de structures volumiques assez complexes, le modèle de départ doit être initialisé suffisamment proche. Pour cela, il est nécessaire de se doter d'un modèle de référence. Celui-ci peut être obtenu à l'aide de la phase de reconstruction proposée dans [6] et illustrée dans cet article. L'étape d'optimisation du paramétrage, essentielle pour obtenir une reconstruction sans distorsion, est sans aucun doute l'étape la plus gourmande en temps de calcul. L'utilisation de cette méthodologie dans un cas réel n'est possible que si l'on adopte un compromis entre l'échelle et la résolution de la représentation. En effet, si l'objet est trop volumineux, la procédure d'optimisation nécessitera des temps de calculs très importants et risque même de diverger. Si par contre la résolution est trop faible on risque de perdre des détails de la structure ou plus encore ne pas respecter le critère de Shannon. Une alternative, peut être plus souple, est d'initialiser un modèle de départ assez grossier et une phase d'ajustement global (c'est-à-dire sur les premières harmoniques) puis d'ajustement local finirait la segmentation. La difficulté principale serait d'établir un système de forces d'attaches cohérent et homogène afin de réaliser une bonne segmentation.

Certaines perspectives peuvent être envisagées :

- Valider le suivi 3D sur des données volumiques réelles (volume de données cardiaques).
- Etablir une base de données paramétriques pour décrire des objets anatomiques complexes tels que les cavités cardiaques, le système ventriculaire, le corps calleux... et analyser les dissimilarités entre formes (ex : la comparaison des structures pathologiques avec des structures saines).

## remerciements

Nous tenons à remercier tout particulièrement Mr V. Devlaminck pour ses remarques pertinentes sur le sujet et Mr Ch. Brechbühler pour son aide dans le développement de la procédure d'optimisation.

## 8. bibliographie

- [1] E. Bardinet, L.D. Cohen, N. Ayache, *Fitting 3D data using superquadrics and free-form deformations*, In Proceedings of the 12<sup>th</sup> IEEE International Conference on Pattern Recognition, A : 79-83, Jerusalem, Israël, 1994.
- [2] B. Bascle, *Contributions et applications des modèles déformables en vision par ordinateur*, Thèse de l'Université de Nice Sophia-Antipolis, 1994.
- [3] M.O. Berger, *Les contours actifs : modélisations, comportement et convergence*, Thèse de Doctorat de l'Institut Polytechnique de Lorraine, 1991.
- [4] A. Blake, M. Isard, D. Reynard, *Learning to track the visual motion of contours*, *Artificial Intelligence*, 78 : 101-133, 1995.
- [5] A. Blake, A. Zisserman, *Visual reconstruction*, MIT Press, 1987.
- [6] Ch. Brechbühler, G. Gerig, O. Kubler, *Parametrization of closed surfaces for 3D shape description*, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 6, N° 2, pp. 154-170, 1995.
- [7] G. Ch. Chuang, C. C. Jay Kuo, *Cartoon animation and morphing with wavelet curve descriptor*, *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 8 : 423-447, 1997.
- [8] R. Cipolla, A. Blake, *The dynamic analysis of apparent contours*, Proc. of 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Computer Vision, Osaka, Japan, 616-623, 1990.
- [9] I. Cohen, L.D. Cohen, *A hybrid hyperquadric model for 2D and 3D data fitting*, *Computer Vision and Image Understanding*, 63(3) : 527-541, 1996.
- [10] L.D. Cohen, *On active contour models and balloons*, *Computer Vision, Graphics, and Image understanding*, 53(2) : 211-218, 1991.
- [11] L.D. Cohen, E. Bardinet, N. Ayache, *Surface reconstruction using active contour models*, In Proceedings SPIE 93 Conference on Geometric Methods in Computer Vision, 2031 : 38-50, San Diego, California, 1993.
- [12] T. Coll, V. Caselles, F. Catte and F. Dibos, *A geometric model for active contours in image processing*, *Numerische Mathematik*, 66 : 1-31, 1993.
- [13] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper, J. Graham, *Active shape models - Their training and application*, *Computer Vision and Machine Understanding*, 61(1) : 38-59, 1995.
- [14] R. Deriche, *Fast algorithms for low-level vision*, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(12) : 78-88, 1990.
- [15] R. Deriche, O.D. Faugeras, *Tracking line segments*, In First European Conference on Computer Vision, 259-268, Antibes, France, 1990.
- [16] F. Dufrenoy, V. Devlaminck, *Détermination automatique des paramètres d'un modèle déformable de Fourier*, 16<sup>ème</sup> Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Grenoble, France, 1 : 725-728, 1997.
- [17] J.S. Duncan, A. Chakraborty, L.H. Staib, *Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information*, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15 : 859-870, 1996.
- [18] P. Fua, Y.G. Leclerc, *Model driven edge detection*, *Machine Vision and Applications*, 3 : 45-56, 1990.
- [19] G. Giraudon, C. Nguyen, I.L. Herlin, D. Berezziat, C. Graffigne, *Segmentation of echocardiographic images with Markov random fields*, Proc. of 3<sup>rd</sup> European Conf. on Computer Vision, Stockholm, Sweden, 201-206, 1994.
- [20] U. Grenander, Y. Amit, M. Piccioni, *Structural image restoration through deformable templates*, *Journ. Americ. Statist. Assoc. - Theory and Methods*, 86(414) : 376-387, 1991.
- [21] A. Gueziec, N. Ayache, *Large deformable splines, crest lines and matching*, In Proc. of Geom. Methods in Computer Vision II, San Diego, California, 316-327, 1993.
- [22] G.T. Herman, H.K. Liu, *Three-dimensional display of human organs from computer tomographs*, *Computer Graphics Image Process.*, 45(2) : 196-214, 1989.
- [23] W. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, *Snakes : active contour models*, *International Journal of Computer Vision*, 1(4) : 321-331, 1998.
- [24] C. Kervrann, F. Heitz, *A hierarchical statistical framework for the segmentation of deformable objects in image sequences*, Technical report 780, IRISA, 1993.
- [25] F.P. Kuhl, C.R. Giardina, *Elliptic Fourier Features of a closed contour*, *Comput. Graphics Image Processing*, 18(3) : 236-258, 1982.
- [26] L. Landau, E. Lifchitz, *Physique théorique - Tome 1 : Mécanique*, Editions MIR, Moscou, 1969.
- [27] F. Leymarie, M.D. Levine, *Simulating the grassfire transform using an active contours model*, *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(1) : 56-75, 1992.

- [28] C. Nastar, N. Ayache, *Frequency-based nonrigid motion analysis : application to four dimensional medical images*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 18(11) : 1067-1079, 1996.
- [29] A. Menet, P. Saint-Marc, G. Medioni, *Active contour models : overview, implementation, and application*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 194-199, 1993.
- [30] J. Park, D. Metaxas, A.A. Youg, L. Axel, *Deformable models with parameter functions for cardiac motion analysis from tagged MRI data*. IEEE Trans. on Medical Imaging, 15(3) : 278-289, 1996.
- [31] A.P. Pentland, B. Horowitz, *Recovery of non-rigid motion and structure*, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 13(7) : 730-742, 1991.
- [32] E. Persoon, K.S. Fu, *Shape discrimination using Fourier descriptors*, IEEE Trans. Syst. Man., Cybern., 7(3) : 388-397, 1977.
- [33] R. Polli, G. Coppini, G. Valli, *Recovery of 3D closed surfaces from sparse data*. CVGIP : Image Understanding, 60(1) : 1-25, 1994.
- [34] R.D. Rabbitt, E. Christensen, M.I. Miller, *Deformable templates using large deformation kinematics*, IEEE Trans. on Image Processing, 5(10) : 1435-1447, 1996.
- [35] N. Rougon, F. Preteux, *Régularisation directionnelle optimale et modèle déformable adaptatif*, Actes 9<sup>ème</sup> congrès AFCET/RFIA, Paris, France, 51-62, 1994.
- [36] R. Samadani, *Adaptive snakes : control of damping and material parameters*, Proc. of SPIE's 1991 International Symposium on Optical Applied science and Engineering, San Diego, California, USA, 1570 : 202-213, 1991.
- [37] T.W. Sederberg, S.R. Parry, *Free-form deformation of solid geometric models*, Siggraph'86, Dallas, USA, 20(4) : 151-160, 1986.
- [38] J.A. Sethian, R. Malladi and B.C. Vemuri, *Shape modeling with front propagation : a level set approach*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 17(2) : 158-175, 1995.
- [39] L.H. Staib, J.S. Duncan, *Boundary Finding with Parametrically Deformable Models*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(11) : 1061-1075, 1992.
- [40] L.H. Staib, J.S. Duncan, *Deformable Fourier models for surface finding in 3D images*, Proc. VBC'92 Conf., 90-94, 1992.
- [41] R. Szeliski, A. Kelemen, Ch. Brechbühler, G. Gerig, *Segmentation of 2D/3D objects from MRI volume data using constrained elastic deformations of flexible Fourier contour and surface models*, Medical Image Analysis, 1(1) : 19-34, 1996.
- [42] R. Szeliski, S. Lavallée, *Matching 3D anatomical surfaces with nonrigid deformations using octree-splines*, Proc. of Geom. Methods in Computer Vision, San Diego, Tampa, Florida, 306-315, 1993.
- [43] R. Szeliski, D. Terzopoulos., *Physically-based and probabilistic modeling for computer vision*. In B.C. Vemuri, editor, Proc. 1570 of SPIE Conf. On Geometric Methods in Comp. Vis., San Diego, California, USA, 140-152, 1991.
- [44] D. Terzopoulos, D. Metaxas, *Dynamic 3D models with local and global deformations : deformable superquadrics*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 13(7) : 703-714, 1991.
- [45] D. Terzopoulos, H. Qin, *Dynamic nurbs with geometric constraints for interactive sculpting*, ACM Trans. On Graphics, 13(2) : 103-136, 1994.
- [46] D. Tonnesen, R. Szeliski, *Surface modeling with oriented particule systems*, Computer Graphics SIGGRAPH, 26(2) : 185-194, 1992.
- [47] B.C. Vemuri, A. Radisavljevic, *Multiresolution stochastic hybrid shape models with fractal priors*, ACM Trans. on Graphics, 13(2) : 177-207, 1994.
- [48] A.L. Yuille, P.W. Hallinan, D.S. Cohen, *Feature extraction from faces using deformable templates*, International Journal of Computer Vision, 8(2) : 99-111, 1992.
- [49] M. Zribi, *Les fonctions spéciales et les représentations des groupes pour la reconnaissance des formes*, Thèse de l'Université de Rennes I, 1997.

L'AUTEUR

F. DUFRENOIS



De formation universitaire ayant conduit à un DEA en électronique, il soutient sa thèse de doctorat en électronique en 1994 à Lille I. Il est maître de conférences en automatique à Calais. Son activité de recherche s'articule autour des domaines du traitement et de l'interprétation des images, de la reconstruction 3D et de l'analyse du mouvement déformable.