
Problématique de l'idempotence pour les images couleurs et multivaluées

Rania Goutali¹, Noël Richard², Audrey Ledoux²,
Noureddine Ellouze¹

1. *École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Université de Tunis El Manar
Laboratoire Automatique et Traitement du Signal
Campus Universitaire du Manar 1002, Tunisie
rania2804@hotmail.fr, nourellouze@yahoo.fr*
2. *Université de Poitiers, Laboratoire XLIM-SIC UMR CNRS 7252
SP2MI, Bd Marie et Pierre Curie, Téléport 2, 86962 Futuroscope Cedex, France
richard@sic.univ-poitiers.fr, audrey.ledoux@sic.univ-poitiers.fr*

RÉSUMÉ. Le filtrage morphologique avancé nécessite que certaines propriétés soient validées avant d'être utilisées : idempotence et croissance. Si la preuve de ces propriétés est directe sur des objets unidimensionnels, il n'en est pas de même sur des objets multivalués. Ce travail porte sur la validation de la propriété d'idempotence des opérateurs d'ouverture et de fermeture couleur. Pour l'ordonnement basé distance, nous montrons pourquoi cette propriété n'est pas vérifiée, nous proposons ensuite une modification résolvant ce problème puis un cadre générique d'écriture des fonctions d'ordonnement vectorielles.

ABSTRACT. The morphological filters require to enable idempotence and growing properties before to be used. If the proof of these properties is natural on uni-dimensional values, it is not the same for vectors. This work covers the validation of idempotence property for opening and closing operators. In the framework of a distance based ordering, we show why this property is not enabled, then we propose a modified writing form solving this problem and a generic framework to write vectorial ordering functions.

MOTS-CLÉS : morphologie mathématique, idempotence, dualité, ordonnancement, distance.

KEYWORDS: mathematical morphology, idempotence, duality, ordering, distance.

DOI:10.3166/TS.31.293-305 © 2014 Lavoisier

Extended abstract

Mathematical morphology allows to develop all the possible image processing tools, just using basic operations like erosion, dilation and complementary transforms. The ordering is at the core of the mathematical morphology to construct the lattices required to develop the mathematical construction. However, ordering colour or multivariate data is not straightforward, especially when the physical or perceptual constraints of the data, typically the colour, must be respected.

In Ledoux, Richard, Capelle-Laizé (2012), an adapted construction for colour ordering respecting the human visual systems properties was proposed and compared with other approaches. This new ordering scheme respect all the required properties to produce a total order and to develop high level processing computed in a vector way, as texture features and Hit-or-Miss transforms Ledoux *et al.* (2013). This work address the following level. To construct advance morphological filters and processing, a new set of morphological properties must be verified, including the idempotency and the growing properties. If the proof of these properties is natural on uni-dimensional values, it is not the same for vectors.

In the framework of a distance based ordering, we show that the construction proposed by Ledoux, Richard, Capelle-Laizé (2012) don't allow to enable the idempotency property. Due to the dual construction used to extract the maximum and the minimum operation, the idempotency is not reachable without modifications on the expression. This modification must link in the n-dimensional space the maximum as being the minimum for the dual operator and inversely. Thanks to this result we expresses the generic framework to develop a new ordering scheme based on perceptual distance functions, respecting the fundamentals of the ordering, duality and idempotency.

1. Introduction

La morphologie mathématique a été un des premiers domaines d'expression des traitements numériques pour les images binaires et niveaux de gris (Serra, 1982). Elle a ensuite perdu de l'intérêt face aux approches linéaires dans des espaces transformés de type Fourier. Néanmoins, l'avènement des images couleurs et multivaluées permet de reposer la question des approches les plus adaptées. Ainsi différentes solutions d'ordonnancement pour ces images n-dimensionnelles sont apparues (Aptoula, Lefèvre, 2007; Lopez, 2010; Richard *et al.*, 2009), mais peu de traitements plus avancés n'en ont encore résulté. Cependant, les récents développements à partir d'éléments structurants non plats ont montré des perspectives intéressantes en termes de filtrage non linéaire pour des images multivaluées (Ledoux, Richard, Capelle-Laizé, Fernandez-Maloigne, 2012; Ledoux *et al.*, 2013). Alors que ces éléments structurants n'avaient pas d'intérêt en morphologie mathématique niveaux de gris (Soille, Rivest, 1996; Shih, 2009), ils offrent des solutions pour les images n-dimensionnelles très difficiles à atteindre par des approches quaternioniques et leurs dérivées.

La construction d'un filtre morphologique nécessite bien évidemment de disposer d'un ordonnancement valide, c'est-à-dire dont toutes les propriétés ont été prouvées (complémentaire, réflexivité, transitivité, anti-symétrie). Mais au-delà des opérations de base, cette construction nécessite de valider les propriétés propres aux filtres morphologiques : idempotence et croissance. La plupart des ordonnancements vectoriels valident assez facilement les propriétés liées à la définition d'un ordre total (Aptoula, Lefèvre, 2007) mais restent limités aux éléments structurants plats, impropres au filtrage morphologique avancé. Dans ce travail, nous nous concentrons sur l'approche de Ledoux et Richard, exploitant des éléments structurants non plats multivalués. D'abord parce que cette approche est la seule autorisant cette construction d'éléments structurants non plats. Ensuite parce qu'elle valide toutes les propriétés liées à un ordre total avec une définition du complémentaire couleur qui est valide perceptuellement en termes de distance couleur et de respect de la propriété de dualité dilatation-érosion. Enfin dans (Ledoux, Richard, Capelle-Laizé, 2012), il a également été montré que cette approche était la plus stable et la plus précise pour les traitements multi-échelles.

Dans cet article, nous commençons par reposer rapidement le cadre de la morphologie mathématique et son extension aux images multivaluées, puis nous revenons sur la notion d'idempotence. Nous montrons les limites posées par l'expression d'ordonnancement basée distance, avant de proposer une évolution et un cadre plus générique pour une fonction d'ordonnancement respectant les propriétés bas niveau. Nous concluons sur la complexité posée par une telle écriture dans des espaces vectoriels de grande dimension.

2. Morphologie mathématique couleur et multivaluée

2.1. Les fondements

Les notions d'infimum (\bigwedge) et de supremum (\bigvee), utilisées dans les expressions de dilatation et d'érosion, sont au cœur de la définition des treillis complets. Pour un pixel de coordonnées spatiales (x, y) , dont la couleur est fournie par $f(x, y)$, la dilatation \oplus_c de f par un élément structurant g de support spatial D_g s'écrit selon l'équation 1, et selon l'équation 2 pour l'érosion \ominus_c :

$$(f \oplus_c g)(x, y) = \bigvee \{f(x+i, y+j) + g(i, j)\} \text{ avec } (i, j) \in D_g \quad (1)$$

$$(f \ominus_c g)(x, y) = \bigwedge \{f(x+i, y+j) - g(i, j)\} \text{ avec } (i, j) \in D_g \quad (2)$$

Un élément structurant plat est tel que $g(i, j)$ est nul sur son support spatial D_g et de valeur $-\infty$ en dehors. Lorsque $g(i, j)$ est non nul sur son support spatial l'élément structurant est non-plat.

Il existe plus de 70 approches différentes d'ordonnancement vectoriel (Aptoula, Lefèvre, 2007), ce qui constitue une quasi-infinité de combinaisons possibles avec les 23 espaces de traitement couleur identifiés par Busin (Busin *et al.*, 2008). Dans cette pléthore, les approches plus populaires sont basées sur l'ordre lexicographique (Lou-

verdis *et al.*, 2002; Hanbury, Serra, 2002). Du fait de leur simplicité, ces méthodes induisent implicitement des non-linéarités d'ordonnement (Ledoux *et al.*, 2011) se traduisant par une perte de précision dans l'estimation des paramètres de génération des textures de synthèse (Ledoux, Richard, Capelle-Laizé, 2012). Certaines alternatives résolvent ces problèmes mais au détriment d'une perte des propriétés de base. Des propriétés dégradées sont alors introduites, telles que la pseudo-ouverture ou pseudo-fermeture lorsque l'idempotence des opérateurs concernés n'est pas atteinte (Hanbury, Serra, 2001). Depuis quelques temps, les approches d'ordonnement basés distance sont explorées, y compris avec des distances perceptuelles (Angulo, 2007). Néanmoins, dans la construction morphologique l'ordonnement n'est pas le seul critère de validation, la définition d'un complémentaire couleur valide perceptuellement ou physiquement est également requise.

2.2. Une expression basée sur les standards de la couleur

Face à cette quasi-infinité de constructions possibles, il existe peu de standards liés à la couleur. Ceux-ci sont essentiellement liés à la définition des espaces de primaires d'acquisition et de fonctions d'évaluation des distances perceptuelles (CIE, 2008). Ce constat a poussé de nombreux auteurs à écrire des fonctions d'ordonnement basées sur des distances perceptuelles (Plaza *et al.*, 2004; Angulo, 2007). Toutes ces approches démarrent sur une écriture simple, telle que celles des équations 3 et 4. Malheureusement, afin d'obtenir une preuve facile de la propriété d'ordre total, elles sont complétées par une écriture lexicographique réduisant l'apport de la première partie de l'écriture. Dans (Ledoux *et al.*, 2011), pour la première fois une construction basée uniquement sur des fonctions de distance a été proposée. Cette écriture s'appuie sur la spécification de coordonnées couleur de convergence, notée $O^{-\infty}$ pour l'érosion et $O^{+\infty}$ pour la dilatation. Ces couleurs de convergence permettent de définir la couleur la plus proche d'elles-mêmes comme maximum ou minimum absolu. Ainsi, la coordonnée couleur C_1 est définie inférieure à C_2 , en référence à $O^{-\infty}$ pour l'opération d'érosion lorsque :

$$C_1 \leq C_2 \Leftrightarrow |\overrightarrow{C_1 O^{-\infty}}| \leq |\overrightarrow{C_2 O^{-\infty}}| \quad (3)$$

où $|\cdot|$ est une distance perceptuelle normalisée. Il a été montré que la métrique ΔE , exprimée dans CIELAB, était la plus adaptée pour l'ordonnement de dégradés couleur (séquence de couleurs formant un dégradé entre les 2 couleurs en bout de séquence) (Ledoux *et al.*, 2011). De façon duale, la coordonnée couleur C_1 est définie supérieure à C_2 , en référence à la coordonnée couleur de convergence $O^{+\infty}$ pour l'opérateur de dilatation lorsque :

$$C_1 \geq C_2 \Leftrightarrow |\overrightarrow{C_1 O^{+\infty}}| \leq |\overrightarrow{C_2 O^{+\infty}}| \quad (4)$$

Les expressions 3 et 4 définissent les principes élémentaires d'ordonnancement, l'extension à l'extraction d'un maximum (Eq 5) ou minimum (Eq 6) est donnée par :

$$S_{D_1} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{+\infty}}| = \bigwedge_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{+\infty}}| \} \right\} \quad (5)$$

$$S_{D_6} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{-\infty}}| = \bigwedge_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{-\infty}}| \} \right\} \quad (6)$$

où S_{D_f} est l'ensemble des couleurs appartenant à l'image et S_{D_g} l'ensemble des couleurs appartenant au support de l'élément structurant.

Chacune de ces expressions vérifie les propriétés de réflexivité et de transitivité mais pas l'anti-symétrie qui permet l'obtention d'un ordre total. Des contraintes supplémentaires sont donc nécessaires pour disposer d'un maximum ou d'un minimum unique. Ces contraintes visent à réduire une seule coordonnée l'ensemble recherché. Pour l'extraction du maximum, à partir du premier ensemble S_{D_1} défini par l'équation eq. 7, les coordonnées les plus éloignées de celle du centre de l'élément structurant C_i sont cherchées, puis ce sous-ensemble est réduit en ne conservant que les coordonnées les plus éloignées de la coordonnée de convergence duale ($O^{-\infty}$). Si le cardinal de cet ensemble est supérieur à 1, les différentes coordonnées ne peuvent être localisées dans Lab que dans un plan orthogonal $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ au vecteur $\vec{\Lambda} = \overrightarrow{O^{-\infty} O^{+\infty}}$. L'extraction des coordonnées de ces coordonnées (C_y^α, C_y^β) dans ce plan permet de ne sélectionner qu'un maximum unique. La description complète avec les graphiques de cette construction et ainsi que les démonstrations sont données dans (Ledoux, 2103).

$$S_{D_2} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y C_i}| = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_1}} \{ |\overrightarrow{C_x C_i}| \} \right\} \quad (7)$$

$$S_{D_3} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{-\infty}}| = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_2}} \{ |\overrightarrow{C_x O^{-\infty}}| \} \right\}$$

$$S_{D_4} = \left\{ C_y : C_y^\alpha = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_3}} \{ C_x^\alpha \} \right\}$$

$$\bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ f(x) \} = \left\{ C_y, C_y^\beta = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_4}} \{ C_x^\beta \} \right\}$$

$$\begin{aligned}
S_{D_7} &= \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y C_i}| = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_6}} \{ |\overrightarrow{C_x C_i}| \} \right\} & (8) \\
S_{D_8} &= \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{+\infty}}| = \bigvee_{\forall C_x \in S_{D_7}} \{ |\overrightarrow{C_x O^{+\infty}}| \} \right\} \\
S_{D_9} &= \left\{ C_y : C_y^\alpha = \bigwedge_{\forall C_x \in S_{D_8}} \{ C_x^\alpha \} \right\} \\
\bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ f(x) \} &= \left\{ C_y, C_y^\beta = \bigwedge_{\forall C_x \in S_{D_9}} \{ C_x^\beta \} \right\}
\end{aligned}$$

Ces deux expressions répondent à la propriété de base de la morphologie mathématique qui est la dualité. Cependant pour l'utiliser lors de filtrages avancés, nous devons vérifier la propriété d'idempotence.

3. La propriété d'idempotence

Une transformation Ψ est idempotente si en appliquant une seconde fois la transformation le résultat est inchangé : $\Psi(\Psi(f)) = \Psi(f)$. Cette propriété assure la stabilité du filtrage morphologique en fonction de l'élément structurant utilisé et correspond à la notion de filtre passe-bande dans la théorie du filtrage linéaire (Sternberg, 1986). La validation de cette propriété étant indépendante de la nature de l'élément structurant, nous considérons uniquement le cas des éléments structurants plats.

La preuve théorique de la validation de l'idempotence n'est pas encore accessible pour la morphologie basée distance. Néanmoins nous allons expliquer les éléments nécessaires pour que l'idempotence puisse être valide théoriquement.

Partant d'une séquence de 10 couleurs formant un dégradé, nous pouvons simuler le comportement d'une ouvertures (fermetures) utilisant un élément structurant de taille 3×1 . Deux types de comportement se distinguent rapidement. Le premier comportement respecte l'idempotence (exemple figure 1 et coordonnées couleur : table 1). Le second comportement, qui ne respecte pas la propriété, peut être observé sur la figure 2 (coordonnées couleur : tableau 2). Dans les deux cas, les coordonnées de convergence utilisées, exprimées dans l'espace CIELAB, sont $O^{+\infty}$: le blanc (100,0,0) et $O^{-\infty}$: le noir (0,0,0).

Dans le cas du second dégradé, l'axe d'inertie principal de la distribution colorimétrique ne correspond pas à l'axe de convergence $\overrightarrow{O^{-\infty} O^{+\infty}}$. La conséquence est que le minimum ne correspond pas forcément au maximum en fonction du point de

convergence dual et inversement (Eq. 9). Cette inégalité est une conséquence directe de l'inégalité triangulaire qui prend sens dans l'utilisation de distances euclidiennes.

$$\left\{ \bigwedge_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{|\overrightarrow{C_x O^{+\infty}}|\} \right\} \neq \left\{ \bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{|\overrightarrow{C_x O^{-\infty}}|\} \right\} \quad (9)$$

Tableau 1. 1^{er} exemple d'un dégradé composé de 10 couleurs, chaque ligne correspond à une couleur, les coordonnées RGB et CIELab sont indiquées, ainsi que la distance aux points de convergence. L'idempotence est respectée pour ce dégradé

	Coord. RGB			Coord. Lab (Ref=D65)			$ C_y O^{-\infty} $	$ C_y O^{+\infty} $
	R	G	B	L	a	b	$o^{-\infty}$:noir	$o^{+\infty}$:blanc
■	179	123	29	55,927	14,112	55,381	79,963	72,170
■	178	120	30	54,989	15,503	54,211	78,759	72,147
■	177	116	31	54,050	16,895	53,040	77,589	72,181
■	176	113	31	53,111	18,287	51,870	76,457	72,273
■	175	110	32	52,172	19,678	50,699	75,363	72,423
■	174	106	33	51,233	21,070	49,529	74,310	72,630
■	172	103	33	50,295	22,461	48,358	73,298	72,894
■	171	100	34	49,356	23,853	47,188	72,330	73,215
■	170	96	35	48,417	25,244	46,017	71,408	73,591
■	169	93	35	47,478	26,636	44,847	70,533	74,021

Tableau 2. 2^o exemple d'un dégradé composé de 10 couleurs, les coordonnées RGB et CIELab sont indiquées, ainsi que la distance aux points de convergence. L'idempotence n'est pas respectée pour ce dégradé

	Coord. RGB			Coord. Lab (Ref=D65)			$ C_y O^{-\infty} $	$ C_y O^{+\infty} $
	R	G	B	L	a	b	$o^{-\infty}$:noir	$o^{+\infty}$:blanc
■	242	58	154	56,329	74,928	-9,541	94,224	87,249
■	235	90	158	59,344	62,385	-7,726	86,448	74,863
■	227	113	163	62,359	49,842	-5,912	80,049	62,738
■	219	133	167	65,374	37,299	-4,097	75,377	51,058
■	208	151	172	68,389	24,756	-2,283	72,767	40,216
■	197	167	176	71,403	12,214	-0,468	72,442	31,098
■	184	183	181	74,418	-0,328	1,346	74,431	25,618
■	168	198	185	77,433	-12,871	3,160	78,559	26,170
■	148	213	190	80,448	-25,414	4,975	84,514	32,448
■	123	227	194	83,463	-37,957	6,790	91,940	41,955

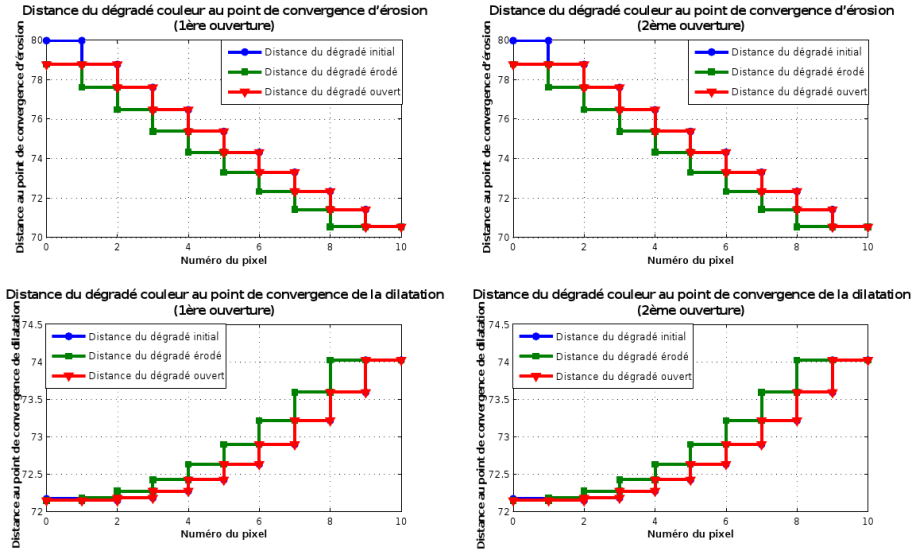


Figure 1. Évolution des distances pour le 1^{er} dégradé après 1 puis 2 ouvertures (ligne supérieure), et après 1 puis 2 fermetures (ligne inférieure). Le résultat de la seconde opération est identique à celui de la première : l'idempotence est respectée

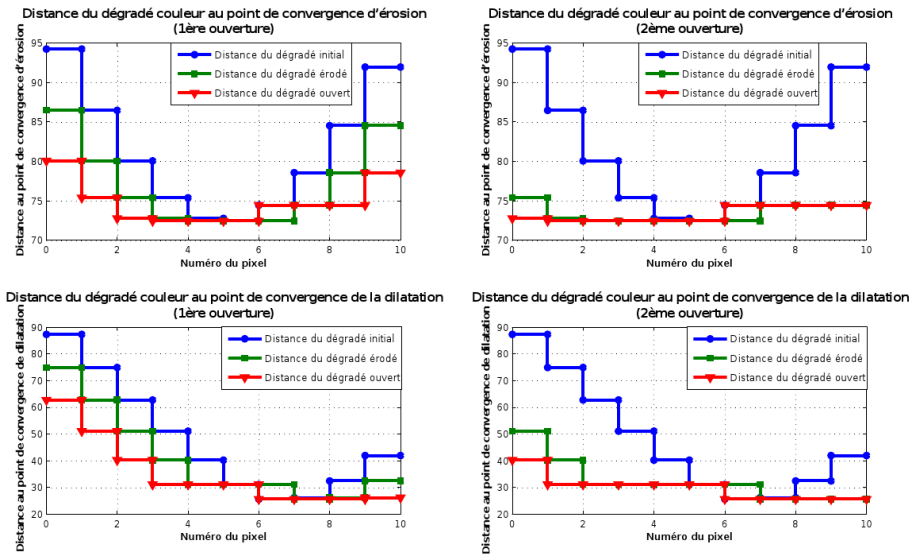


Figure 2. Évolution des distances pour le 2^o dégradé après 1 puis 2 ouvertures (ligne supérieure), et après 1 puis 2 fermetures (ligne inférieure). Le résultat de la seconde opération est différent de celui de la première : l'idempotence n'est pas respectée

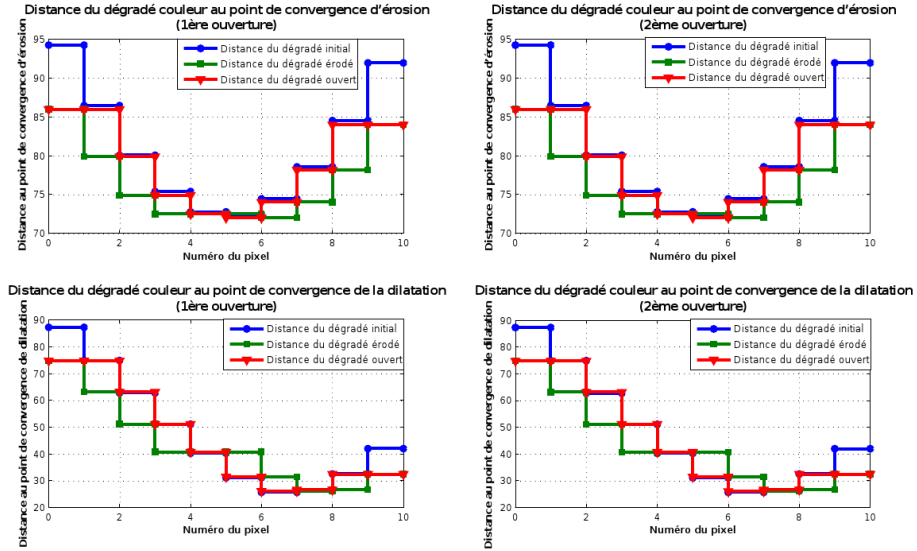


Figure 3. Utilisation des nouvelles écritures d'ordonnancement (eq. 10 et 6+8) pour l'évolution des distances sur 2 ouvertures (ligne supérieure) et fermetures sur le 2^o dégradé. Le résultat de la seconde opération est identique à celui de la première : l'idempotence est maintenant respectée

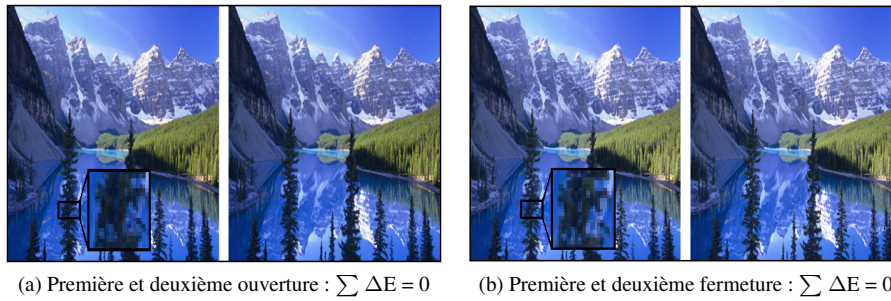


Figure 4. Exemple d'application de la nouvelle écriture (eq. 10 et 6+8), l'idempotence est respectée pour l'érosion et la dilatation : la somme des différences est nulle (résultats obtenus avec $O^{-\infty} = \text{noir}$ et $O^{+\infty} = \text{blanc}$)

4. Analyse et résolution de la perte d'idempotence

Une des causes de l'inégalité 9 tient dans l'exploitation différente des deux coordonnées de convergence ($O^{-\infty}$ et $O^{+\infty}$). Lorsque la propriété est respectée, le minimum local extrait lors de l'érosion fera partie de l'ensemble des maxima locaux

retenus par l'étape de dilatation, induisant cette bascule bistable entre les deux signaux qui génère l'idempotence (figure 1). Typiquement en niveau de gris, cela est dû au fait que les coordonnées de convergence implicites sont $-\infty$ et $+\infty$, d'où ce qui est un minimum au sens de l'un des points de convergence est implicitement un maximum au sens du point de convergence dual et inversement (ou sous un autre point de vue, l'inégalité triangulaire dans ce cas se transforme en égalité stricte). Pour obtenir un comportement idempotent, les deux points de convergence doivent être considérés en même temps dans la recherche d'extremum, d'où la modification de l'expression correspondant au premier sous-ensemble (ed. 10 et 11). Celle-ci se traduit par une intersection entre deux sous-ensembles.

$$S'_{D_1} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{+\infty}}| = \bigwedge_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{+\infty}}| \} \right\} \cap \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{-\infty}}| = \bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{-\infty}}| \} \right\}$$

$$S'_{D_2} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y C_i}| = \bigvee_{\forall C_x \in S'_{D_1}} \{ |\overrightarrow{C_x C_i}| \} \right\} \quad (10)$$

$$S'_{D_3} = \left\{ C_y : C_y^\alpha = \bigvee_{\forall C_x \in S'_{D_2}} \{ C_x^\alpha \} \right\} \\ \bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ f(x) \} = \left\{ C_y, C_y^\beta = \bigvee_{\forall C_x \in S'_{D_3}} \{ C_x^\beta \} \right\}$$

$$S'_{D_4} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{-\infty}}| = \bigwedge_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{-\infty}}| \} \right\} \cap \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y O^{+\infty}}| = \bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ |\overrightarrow{C_x O^{+\infty}}| \} \right\}$$

$$S'_{D_5} = \left\{ C_y : |\overrightarrow{C_y C_i}| = \bigvee_{\forall C_x \in S'_{D_4}} \{ |\overrightarrow{C_x C_i}| \} \right\} \quad (11)$$

$$S'_{D_6} = \left\{ C_y : C_y^\alpha = \bigwedge_{\forall C_x \in S'_{D_5}} \{ C_x^\alpha \} \right\} \\ \bigvee_{\forall x \in D_g \cap D_f} \{ f(x) \} = \left\{ C_y, C_y^\beta = \bigwedge_{\forall C_x \in S'_{D_6}} \{ C_x^\beta \} \right\}$$

Attention, seule une des deux expressions (10 ou 11) doit être utilisée en conjonction avec son expression duale simple (6+8 ou 5+7). L'ensemble ainsi constitué induit par conséquent une symétrie comportementale ayant pour conséquence la validation de la propriété d'idempotence (figure 3 pour le dégradé du tableau 2, figure 4 pour une image couleur). La somme des différences entre deux images ayant subi soit une,

soit deux ouvertures (ou fermetures) successives est toujours nulle. Cependant, le respect de la propriété d'idempotence a été obtenu par modification des définitions des maxima ou des minima, ce qui induit la nécessité de revalider les différentes propriétés de construction de l'ordre et des opérateurs morphologiques initiaux. Les modifications structurelles proposées dans les paires d'équations 10 avec 6+8 (11 avec 5+7) n'ont pas d'impact sur les propriétés de réflexivité, de transitivité et d'anti-symétrie, donc sur la validation de l'ordre total. En revanche, il apparaît clairement que la définition du maximum n'est pas symétrique à celle du minimum, ce qui induit une difficulté dans le respect de la dualité. La perte de cette propriété est illustrée par la figure 5.

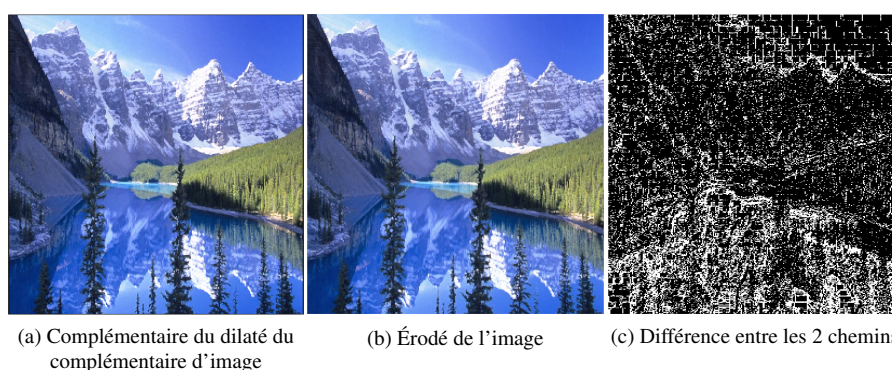


Figure 5. L'utilisation de la nouvelle expression (Eq. 10 et 6+8) conduit à la perte de la dualité : les deux chemins morphologiques de calcul de l'érosion ne produisent pas le même résultat : $\sum \Delta E \neq 0$

5. Conclusion et perspectives

Les travaux en morphologie mathématique multivaluée se sont concentrés sur la production de relations d'ordonnement. Néanmoins disposer d'un ordre total n'est pas suffisant pour pouvoir effectuer des traitements robustes, et atteindre l'idempotence est nécessaire pour des filtrages morphologiques avancés. L'approche développée dans (Ledoux, Richard, Capelle-Laizé, 2012) est la seule autorisant l'exploitation d'éléments structurants non plats pour les images couleur et multivaluées, offrant ainsi une réelle alternative au filtrage linéaire vectoriel. L'objectif de cet article était donc de montrer et expliquer en quoi la construction proposée ne permettait pas le respect de l'idempotence. Nous avons ensuite proposé une évolution des expressions d'ordonnement qui satisfait la propriété, mais au détriment du maintien de la dualité des opérateurs d'érosion/dilatation.

Si la construction proposée de l'ordonnement est générique et extensible aux images multi et hyperspectrales (Ledoux, 2103), notre objectif d'une approche d'ordonnement générique est freiné par cette question de la l'idempotence. La solution

proposée ne convient pas, néanmoins tous les éléments de construction de la fonction idéale sont définis. La première contrainte de construction porte sur la symétrie de comportement entre les opérateurs duaux (érosion *vs* dilatation ou ouverture *vs* fermeture) pour vérifier la dualité. La seconde contrainte d'écriture porte sur la symétrie d'extraction du maximum par rapport au minimum. Cette symétrie naturelle dans le traitement des variables unidimensionnelles impose une structure particulière de la relation d'ordre.

Nos perspectives scientifiques incluent évidemment la formalisation mathématique des validations numériques présentées ici et surtout l'écriture d'une fonction d'ordonnement respectant l'intégralité des contraintes ouvrant ainsi la porte à un équivalent non linéaire du filtrage couleur ou multivalué. N'oublions pas non plus que si les fonctions d'ordonnement réduites ou conditionnelles sembleraient facilement répondre à ces contraintes, elles ne peuvent pas respecter les contraintes propres à la validation physique ou perceptuelle (perte de la validité physique ou perceptuelle du complémentaire couleur). La fonction que nous sommes en train de définir doit donc se baser sur des fonctions de distances normalisées ou validées.

Bibliographie

- Angulo J. (2007). Morphological colour operators in totally ordered lattices based on distances: Application to image filtering, enhancement and analysis. *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 107, n° 1-2, p. 56–73.
- Aptoula E., Lefèvre S. (2007). A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition*, vol. 40, p. 2914-2929.
- Busin L., Vandenbroucke N., Macaire L. (2008). volume 151 of advances in imaging and electron physics. In, p. 65–168. Orlando (FL -USA), Elsevier Inc.
- CIE. (2008, december). *Colorimetry - part 4: Cie 1976 l*a*b* colour spaces*. Rapport technique. Vienna (Austria) : Auteur.
- Hanbury A., Serra J. (2001, December). Morphological operators on the unit circle. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, n° 12, p. 1842-1850.
- Hanbury A., Serra J. (2002). Mathematical morphology in the cielab space. *Journal of Image Analysis and Stereology*, vol. 21, p. 201-206.
- Ledoux A. (2103). *Vers des traitements morphologiques couleur et spectraux valides au sens perceptuel et physique : méthodes et critères de sélection*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Laboratoire XLIM-département SIC, Futoroscope (France).
- Ledoux A., Richard N., Capelle-Laizé A. (2011). Limitations et comparaisons d'ordonnement utilisant des distances couleur. *Traitement et Analyse de l'Information, Méthodes et Applications (TAIMA)*, vol. 2, p. 325–330.
- Ledoux A., Richard N., Capelle-Laizé A. (2012, May). The fractal estimator : A validation criterion for the colour mathematical morphology. In *Proceedings of the 6th european conference on colour in graphics*, p. 206-210. Amsterdam, IS&T.

- Ledoux A., Richard N., Capelle-Laizé A., Fernandez-Maloigne C. (2012, November). Color hit-or-miss transform on dermatological images. In *Twentieth color and imaging conference*, p. 164–169. Los-Angeles, IS&T.
- Ledoux A., Richard N., Capelle-Laizé A., Fernandez-Maloigne C. (2013). Perceptual color hit-or-miss transform : application to dermatological image processing. *Signal, Image and Video Processing (SIVP)*, SPRINGER-VERLAG, p. 1–11.
- Lopez J. (2010, January). Geometric algebra colour image representations and derived total orderings for morphological operators - part 1: Colour quaternions. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 21, n° 1, p. 33–48.
- Louverdis G., Vardavoulia M. I., Andreadis I., Tsalides P. (2002, August). A new approach to morphological color image processing. *Pattern Recognition*, vol. 35, n° 8, p. 1733-1741.
- Plaza A., Martinez P., Perez R., Plaza J. (2004). A new approach to mixed pixel classification of hyperspectral imagery based on extended morphological profiles. *Pattern Recognition*, vol. 37, n° 6, p. 1097 - 1116. Consulté sur <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V14-4BYJVM1-3/2/9f2a53c2464ad11d28a2f1478d401187>
- Richard N., Capelle A., Fernandez-Maloigne C. (2009, Aout). A complete scheme for colour morphology with perceptual integration-. In *Spie09, special session on signal and image processing*, vol. 7443, p. 1–9. San-José (USA), SPIE. (DOI: 10.1117/12.826063)
- Serra J. (1982). *Image analysis and mathematical morphology* (vol. I). London, Academic Press.
- Shih F. (2009). *Image processing and mathematical morphology fundamentals and applications*. Boca Raton, CRC Press.
- Soille P., Rivest J.-F. (1996, September). On the validity of fractal dimension measurements in image analysis. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 7, n° 3, p. 217–229.
- Sternberg S. (1986, September). Grayscale morphology. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 35, n° 3, p. 333-355.

